

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН

Таджикский технический университет имени академика М.С.Осими

УДК 624.042 (575.3)

*На правах рукописи*



**КАЛАНДАРЗОДА Ифтихор Имомёр**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО РАСЧЁТУ  
СЕЙСМОИЗОЛИРОВАННЫХ ЗДАНИЙ МЕТОДОМ  
СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ**

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание учёной степени

доктора технических наук по специальности

2.1. Геология, геодезия, гидрология,

строительство и архитектура

(2.1.5. Строительная механика)

Научный консультант,  
доктор технических наук,  
профессор, член корр. НАНТ

**Низомов Д.Н.**

Душанбе - 2026

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	<b>ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ .....</b>	<b>7</b>
	<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>8</b>
	<b>ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.....</b>	<b>17</b>
<b>Глава 1.</b>	<b>АНАЛИЗ СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ</b>	
	<b>ИССЛЕДУЕМОГО ВОПРОСА.....</b>	<b>26</b>
1.1.	Методы расчёта несущих конструкций многоэтажных зданий с использованием дискретных моделей.....	26
1.2.	Методы сейсмозащиты зданий и сооружений.....	32
1.3.	Сопоставительный анализ МСД и МКЭ.....	40
1.4.	Учёт податливости стыковых соединений в элементах зданий.....	44
1.5.	Взаимодействие здания с грунтовым основанием.....	46
	Выводы по первой главе.....	52
<b>Глава 2.</b>	<b>СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЕЙСМИЧЕСКИХ</b>	
	<b>КОЛЕБАНИЙ.....</b>	<b>55</b>
2.1.	Преобразования Фурье.....	55
2.1.1.	Исследование спектральной характеристики прямоугольного импульса.....	59
2.2.	Численное интегрирование преобразования Фурье.....	60
2.3.	Амплитудные спектры различных землетрясений.....	63
2.4.	Энергетические спектры.....	66
2.5.	Численное моделирование обратного преобразования Фурье.....	68
2.6.	Спектры реакций.....	70
2.7.	Построение спектров кинематических реакций.....	74
2.8.	Поэтажные спектры реакций.....	79
	Выводы по второй главе.....	84

<b>Глава 3.</b>	<b>ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПЛАТФОРМА - МОДЕЛЬ ЗДАНИЯ» С СЕЙСМОИЗОЛИРУЮЩИМ ПОЯСОМ.....</b>	<b>86</b>
3.1.	Расчётная динамическая модель здания со скользящим поясом.....	86
3.2.	Исследование модели зданий с жёсткой конструктивной схеме со скользящим поясам.....	91
3.3.	Многомассовая расчётная модель здания с элементами сухого трения.....	95
3.4.	Динамическое уравнение равновесия модель здания со скользящим поясом на уровне фундаментной плиты.....	98
3.5.	Исследование свободных колебаний системы «виброплатформа - модель здания» без учёта скольжения...	103
3.6.	Исследование свободных колебаний системы «виброплатформа - модель здания» с учётом скольжения...	105
3.7.	Исследование вынужденных колебаний системы «платформа - модель здания» от действия вибрационной нагрузки.....	107
3.8.	Исследование свободных и вынужденных колебаний модели здания со скользящим поясом.....	109
3.9.	Исследование модель здания с тремя сосредоточенными массами жёстко связанной с основанием.....	112
3.10.	Численное моделирование сейсмоизолированных зданий с фрикционно-маятниковыми опорами.....	113
3.11.	Исследование динамической модели здания от действия мгновенного импульса.....	122
	Выводы по третьей главе.....	124

<b>Глава 4.</b>	<b>ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СЕЙСМОИЗОЛИРОВАННЫХ ЗДАНИЙ МЕТОДОМ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ.....</b>	<b>126</b>
4.1.	Исследование нелинейной работы сейсмоизоляции на основе гистерезисной модели Bouc-Wen.....	126
4.2.	Реализация нелинейной модели.....	130
4.3.	Линейная модель с эффективной жёсткостью.....	135
4.4.	Реализация линейной модели.....	139
4.4.1.	Исследование свободных колебаний.....	139
4.4.2.	Исследование вынужденных колебаний от гармонического воздействия.....	141
4.4.3.	Численное моделирование динамической задачи сейсмоизолированного здания.....	142
4.4.4.	Анализ влияния этажности на НДС зданий от сейсмических воздействий.....	145
4.5.	Моделирование взаимодействия здания с основанием методом сосредоточенных деформаций.....	149
4.6.	Многокомпонентное сейсмическое воздействие на основе метода сосредоточенных деформаций.....	155
4.7.	Динамическая модель сейсмоизолированного здания на основе метода сосредоточенных деформаций.....	160
4.8.	Формирование матрицы жёсткости на основе метода сосредоточенных деформаций.....	161
4.9.	Примеры численного моделирования .....	168
4.10.	Оценка эффективности применения сейсмоизоляции из резинометаллических опор.....	176
	Выводы по четвёртой главе.....	181

<b>Глава 5.</b>	<b>ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМЫ «ПЛАТФОРМА - МОДЕЛЬ ЗДАНИЯ» С ЭЛЕМЕНТАМИ СЕЙСМОИЗОЛЯЦИИ.....</b>	<b>183</b>
5.1.	Цель эксперимента.....	183
5.2.	Конструкция испытательного стенда.....	185
5.3.	Свободные колебания платформы.....	189
5.4.	Методика проведения динамического испытания физической модели каркасного здания.....	191
5.5.	Измерительная аппаратура и приборы.....	191
5.6.	Материалы и конструкции фрагмента физической модели трёхэтажного каркасного здания.....	195
5.7.	Результаты динамических испытаний модели фрагмента здания.....	197
	Выводы по пятой главе.....	198
<b>Глава 6.</b>	<b>МОДЕЛИРОВАНИЕ И ТЕОРИИ ПОДОБИЯ В СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ.....</b>	<b>200</b>
6.1.	Методы моделирования.....	200
6.2.	Дифференциальные уравнения изгибных колебаний.....	202
6.3.	Методы преобразования дифференциальных уравнений...	206
6.4.	Моделирование статической задачи балки.....	211
6.5.	Моделирование динамической задачи балки.....	213
6.6.	Вынужденные колебания.....	215
6.7.	Моделирование балки на вибрационную нагрузку.....	217
6.7.1.	Испытание модели балки на вибрационную нагрузку.....	217
6.8.	Моделирование здания.....	220
6.8.1.	Моделирование трёхэтажного здания без сейсмоизоляции	220
6.9.	Моделирование сейсмоизолированного здания.....	223
6.10.	Моделирование плит.....	226
6.11.	Модель, установленная на виброплатформе.....	229

Выводы по шестой главе.....	232
<b>Заключение.....</b>	<b>233</b>
<b>Список литературы.....</b>	<b>239</b>
<b>Список основных публикаций по теме диссертации.....</b>	<b>275</b>
<b>Приложение.....</b>	<b>290</b>

## ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ

МСД - метод сосредоточенных деформаций

МКЭ - метод конечных элементов

МКР - метод конечных разностей

МГЭ – метод граничных элементов

ВРМ - вариационно-разностный метод

НДС - напряжённо - деформированное состояние

РМО - резинометаллические опоры

ФМО - фрикционно - маятниковые опоры

ЖЗ - жёсткое закрепление

ПК - программные комплексы

КРМ - конечно-разностные методы

ИТФ - инженерно технический факультет

БНТУ- Белорусский национально технический университет

ТТУ- Таджикский технический университет

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Одной из отраслей органично сочетающей в себе самые современные достижения научно - технического прогресса и богатое культурное наследие народов, является строительство.

Обеспечение сейсмостойкости зданий и сооружений остаётся одной из важнейших и в то же время наиболее сложных задач в строительной науке. Применение аналитических методов при расчётах взаимодействия здания с грунтовым основанием зачастую ограничено грубой идеализацией, которая не позволяет в полной мере учитывать особенности контактного взаимодействия системы «здание-грунт». В связи с этим для решения подобных задач всё шире применяются численные методы.

В последние десятилетия резко выросли возможности выполнять численные моделирования на вычислительные средства напряженно - деформированного состояния конструкций, как в упругой, так и в неупругой постановке.

В условиях повышенной сейсмической активности обеспечение надёжности многоэтажных зданий и минимизация сейсмических рисков становятся основными задачами. В Республике Таджикистан данное направление включено в перечень приоритетных научных исследований, утверждённый постановлением Правительства РТ №333 от 30 июня 2007 года.

В Республике Таджикистан активно ведётся строительство в зонах высокой сейсмической активности, при этом преимущественно применяются пассивные методы повышения сейсмостойкости. Однако такие подходы увеличивают жёсткость и массу зданий, что, в свою очередь, повышает нагрузку при землетрясениях. Использование инновационных технологий необходимо для увеличения объёма высотного здания и повышения его качества. Одним из наиболее эффективных решений этой проблемы является сейсмоизоляция, позволяющая значительно снизить разрушительное воздействие подземных толчков. На данный момент теория расчёта сейсмоизоляции остаётся недостаточно разработанной. Многие из существующих технических решений считаются дискуссионными с точки зрения их безопасности и эффективности. Кроме того,

отсутствует единые рекомендации по выбору параметров сейсмоизоляции. В условиях масштабного строительства в сейсмоопасных районах страны обеспечение надёжной защиты зданий становится приоритетной задачей, от решения которой зависит безопасность жителей. Высотные здания значительно подвержены влиянию горизонтальных и вертикальных нагрузок, возникающих под воздействием сейсмической активности. В связи с этим актуальна задача защиты зданий от резонансных колебаний [95]. Одним из возможных решений данной проблемы является использованием сейсмоизоляции в конструкции высотных зданий.

Проблема обеспечения сейсмозащиты при интенсивных землетрясениях и снижения сейсмических нагрузок является весьма актуальной задачей.

Идея сейсмоизоляция состоит в снижении воздействия землетрясений за счёт увеличения основного периода колебаний здания, позволяя избежать резонанса с доминирующими сейсмическими волнами. Достижение этой цели требует грамотного проектирования и выбора оптимальных конструктивных решений. Расчёт зданий с учётом сеймики может быть выполнена на основе математической модели рассматриваемого объекта, которая включает в себя разработки алгоритма, составление компьютерной программы и решение задачи. Здания и сооружения, строящиеся в сейсмических районах, должны удовлетворять требованиям надёжности и экономичности. Это означает, что их сейсмостойкость, должна обеспечиваться как можно меньшими затратами. Повышение надёжности сейсмостойких зданий и сооружений достигается совершенствованием методов их расчёта на сейсмические воздействия. Сейсмоизоляция позволяет минимизировать разрушительное воздействие землетрясений, создавая условия, при которых здание менее восприимчиво к колебаниям почвы. Это достигается за счёт изменения динамических характеристик сооружения, что требует продуманного инженерного подхода и применения современных конструктивных технологий.

Достоверность результатов расчёта на сейсмические воздействия в значительной степени зависит от выбора расчётной модели и её соответствия фактическим условиям работы сооружения.

Податливость основания сооружения можно учитывать за счёт использования упругих опор, которые позволяют снизить передачу колебаний. При этом сейсмическое воздействие на фундаментную плиту носит сложный, многокомпонентный характер, что требует детального анализа при проектировании.

Расчёт динамического взаимодействия зданий с основанием - это обязательный этап расчёта ответственных сооружений на сейсмические воздействия. С учётом роста строительства высотных зданий, гидроэнергетических объектов, транспортных и подземных сооружений в Республике Таджикистан, возрастает потребность в глубоком анализе сейсмических рисков и разработке передовых технологий для защиты конструкций. Процесс проектирования должен основываться на результатах сейсмологических исследований, геологических и инженерных данных, чтобы гарантировать надёжную сейсмостойкость инфраструктуры в сейсмоактивных районах, которые становятся актуальными вопросы сейсмической безопасности их эксплуатации.

В настоящее время существует множество различных вариантов математического моделирования поведения грунта. Ключевым моментом является выбор наиболее эффективной и подходящей модели для описания работы основания в конкретных условиях.

Математическое моделирование и анализ напряжённо-деформированного состояния при взаимодействии сооружений с грунтовым основанием представляют собой важную научно-практическую задачу.

Численное моделирование динамики сейсмических волн в грунте и их влияния на сооружения имеет высокую значимость, особенно для обеспечения сейсмической безопасности.

Для Республики Таджикистан, где сейсмостойкость является основным фактором социально-экономического развития, применение современных систем сейсмозащиты становится необходимым условием устойчивого развития.

С учётом высокой сейсмической активности на территории Республики Таджикистан, **Основатель мира и национального единства, Лидер нации, Президент Республики Таджикистан, многоуважаемый Эмомали Рахмон** подписал закон «О сейсмической безопасности» от 30 мая 2017 года, №1416 [78]. Этот закон призывает научное сообщество к проведению исследований, направленных на снижение сейсмического риска для зданий и сооружений, что является важным шагом к повышению безопасности на сейсмоактивных территориях.

Проблема по обеспечению сейсмостойкого строительства зданий и сооружений является очень важной и в тоже время сложной задачей.

Использование аналитических методов для расчёта взаимодействия здания с грунтовым основанием ограничено рамками грубой идеализации, которая не даёт возможность в достаточной степени учесть особенности контактного взаимодействия «здание-грунт» между собой. Для решения подобных задач используются численные методы.

Однако длительность сейсмического воздействия, малые размеры зданий и высокочастотные колебания требуют использования большой расчётной области и мелкую сетку конечных элементов, что приводит к значительному росту вычислительных ресурсов. В связи с этим требуется совершенствование численных методов, направленное не только на точное моделирование физических процессов, но и на существенное сокращение вычислительных затрат.

В последние годы численные методы исследований становятся всё более популярными среди инженеров, учёных и специалистов в области технических наук. Эти методы основаны на приближённом решении уравнений, которые описывают физические процессы. Сегодня существует множество приближённых методов расчёта, таких как метод конечных разностей, метод конечных элементов, вариационно-разностный метод, метод граничных элементов, метод

сосредоточенных деформаций и другие. Одним из первых приближённых методов был метод конечных разностей, в котором уравнения задачи аппроксимировались с помощью локальных разложений неизвестных функций в усечённые ряды Тейлора [225]. Основным требованием к этим методам является снижение трудоёмкости расчётов при сохранении необходимой точности результатов.

**Степень научной разработанности темы.** Исследования Акимова П.А. [11], Батэ К. [23], Габбасова Р.Ф. [45], Гольденבלата И.И. [51], Додонова М.И. [65], Коренева Б.Г. [116], Мамина А.Н. [128], Мкртычева О.В. [132], Мондруса В.Л. [135], Низомова Д.Н. [141], Каландарбекова И. [85], Резникова Р.А. [214], Розина Л.А. [219], Ржаницын А.Р. [217], Смирнова А.Ф. [239], Филатова В.В. [263], Шапошникова Н.Н. [278] и других учёных внесли важный вклад в развитие численных методов при расчёте конструкций.

Численные методы, применяемые в строительной механике, основаны на аппроксимации искомым функций. В зарубежной научной литературе важный вклад в развитие метода конечных элементов (МКЭ) для расчёта конструкций внесли исследования, представленные в работах [290,300,335]. Развитие МКЭ способствовало существенному прогрессу в области вариационных методов, включая подходы с ослабленными условиями непрерывности [310], а также применение принципа Германа для анализа несжимаемых и слабосжимаемых материалов, а также задач изгиба пластин [309,339]. Практическая реализация этих принципов в рамках МКЭ детально изучена в публикациях [310, 324, 329]. На данный момент МКЭ является одним из самых востребованных и универсальных методов расчёта строительных конструкций [23, 39, 48, 53, 79, 80, 83, 104, 105, 135, 193, 219, 234, 239, 267, 281-283, 290, 339 и др.].

Современное развитие науки в области сейсмостойкого строительства отличается интенсивным совершенствованием как экспериментальных, так и теоретических подходов, позволяющих детально изучать физические характеристики конструкций при экстремальных сейсмических нагрузках. В инженерной практике и научных изысканиях, связанных с проблемами прочности,

всё более широкое применение находят численные методы приближённого решения задач механики деформируемых тел. Данная тенденция объясняется двумя ключевыми факторами: ужесточением нормативных требований к надёжности современных строительных систем и стремительным прогрессом вычислительных технологий, обеспечивающих возможность обработки сложных расчётных схем с многосвязными областями, криволинейными границами, угловыми особенностями и нетривиальными граничными условиями. В этих условиях применение классических аналитических методов решения дифференциальных уравнений становится чрезмерно трудоёмким, что делает актуальными задачи разработку эффективных компьютерно-ориентированных алгоритмов численного анализа.

Проблема сейсмозащиты зданий и сооружений от разрушений является актуально [73-76,123,132-134,261]. Разработанные различные устройства сейсмозащиты и сейсмоизоляции для зданий, снижая сейсмическое воздействие и увеличивая их сейсмостойкость отличаются друг от друга своими принципами действия и характером работы [7-11,14,24,242,258,288,307,308]. Было проведено множество теоретических и экспериментальных исследований [312-314,315, 318, 320, 323,325-328], которые позволили получить данные о их эффективности.

Исследования в области систем активной сейсмозащиты зданий и сооружений проводили такие учёные, как Я.М. Айзенберг [8], Т.Ж. Жунусов [76], А.В. Дукарт [71], Л.Ш. Килимник [108], Б.Г. Коренев [117], О.В. Мкртычев [133], Д.Н. Низомов [147], С.В. Поляков [207], Ю.Л. Рутман [220], О.А. Савинов [221], В.И. Смирнов [241], А.М. Уздин [258], Ю.Д. Черепинский [270], И. Каландарбеков [94], R.I. Skinner [328], W.N. Robinson [325], J.M. Kelly [313], A.K. Chopra [298], I. Hirokazu [308] и другие. Однако, несмотря на значительный объём проведённых исследований, данная проблема остаётся ещё не до конца решённой.

Разработкой и исследованиями сейсмоизоляции зданий и сооружений занимались: Б.М. Абрамов [3], А.М. Алексеев [13], Г.А. Джинчвелашвили [64], В.В. Коромышкин [119], Д.Н. Низомов [142,148,158,159], Ю.Л.Рутман [220], О.А. Савинов [221,223], А.К. Юсупов [287] и другие. Сейсмоизоляции с

резинометаллическими опорами рассмотрены в работах О.В. Мкртычева [133], Д.Н.Низомова [175], И.Каландарбекова [91], В.И.Смирнова [243], Т.О. Ормонбекова [196] и другие. Тем не менее, многие аспекты, касающиеся сейсмоизолирующих опор, остаются недостаточно изученными. Особенно это касается разработки методик расчёта зданий и сооружений с учётом применения сейсмоизоляции.

В настоящее время в ряде стран активно проводятся как фундаментальные, так и прикладные исследования в области активной сейсмозащиты зданий и сооружений с целью снижения сейсмического риска [1,5-11,293,303,222]. Создание наиболее точной расчётной модели, в частности с учётом основания, является первоочередным фактором, влияющим на адекватность полученных результатов. В соответствии с работой [27], расчётные модели зданий и сооружений должны наиболее точно отражать характер их взаимодействия с грунтовым основанием. В актуализированной редакции свода Правил СП 22.13330.2011 «Основания зданий и сооружений» отмечается, что «сооружение и его основание должны рассматриваться в единстве, т.е. должно учитываться «взаимодействие сооружения с основанием» при численном моделировании грунтового основания важно определить свойства и характеристики грунта на строительной площадке, где будут возведены здания и сооружения. Для этого необходимо выбрать оптимальную модель сплошного грунтового основания, чтобы корректно задать его характеристики.

Усовершенствование методов расчёта конструкций взаимодействующих с упругим основанием посвящены труды учёных Болотина В.В. [30,31], Власова В.З. [43], Горбунов-Посадова М.И.[52], Демина И.И., Дюкина Н.С. [72], Ляхов Г.М. [126], Киселева Ф.Б. [112], Коренева Б.Г.[116,117], Кузнецова С.В. [123], Пастернака П.Л. [204], Саргсяна А.Е. [228], Сеницына А.П. [234], Тяпина А.Г. [255], Тимошенко С.П. [248], Хачиян Э.Е. [265] и др.

Существенный вклад в современное состояние теории сейсмостойкости внесли Я.М. Айзенберг [8], В.С. Беляев [24], А.Н. Бирбраер [27], М. Био, Дж. Блум [103], И.И. Гольденблат [51], К.С.Завриев [77], А.М. Масленников [129], С.В.

Медведев [130], А.Г. Назаров [136], Н. Ньюмарк [192], Ш. Окамота [194], С.В. Поляков [206], Э.Розенблюэт [192], О.А. Савинов [222], А.Е.Саргсян[227], А.М. Уздин[258], Э.И. Хачиян [265], Ю.Д. Черепинский [271], А.К. Chopra [298], и другие.

Сейсмическим расчётам конструкций зданий и сооружений посвящены работы Я.М.Айзенберга [5-10], М.Ф.Барштейна [19], А.Н.Бирбраера [27], В.А.Быховского [37], И.И. Гольденבלата [51], Б.Г.Коренева [116,117], А.Г. Назарова [136], И.М.Рабиновича [212], С.В.Полякова [206-208], Н.Н. Складнева [235-237], С.П.Тимошенко [247-250], Н.Ньюмарк [192], Ш.Окамота [194], Э.Розенблюэт [192], Chopra А.К. [298] и другие.

Анализ состояния вопроса позволяет заключить, что результаты теоретических и экспериментальных исследований подтверждают высокую эффективность сейсмической изоляции с использованием резинометаллических опор [17,91,92,93,95,99,125,131,229,240, 312, 324,334]. Однако сейсмоизоляция как новое научное направление ещё не имеет единой методологии, которая позволяла бы объективно оценивать полезность различных решений и их целесообразность [64,229,286].

Из выше приведённого анализа обзора литературных источников можно сделать вывод, что одним из ключевых направлений современной науки о сейсмостойком строительстве является разработка методов сейсмозащиты и оценка их эффективности с использованием различных динамических моделей систем «сооружение – изоляция – фундамент – основание» с учётом особенностей сейсмического воздействия.

Важно отметить, что разработка активных систем сейсмозащиты находится на начальном этапе. Изучение существующих патентов, научных статей и публикаций показывает, что накопленных теоретических и экспериментальных данных по сейсмоизолированным конструкциям пока недостаточно для вынесения окончательных выводов об их эффективности и надёжности. Методика проектирования сейсмостойких зданий и подбор конструктивных решений

определяется региональными особенностями строительства и не всегда подходят для применения в других регионах [89-95,97-102,142-149,154,158-163,167,168,170,171,175,177,179,184,188]. Также стоит подчеркнуть, что использование таких систем, параметры которых зависят от сейсмических воздействий, исключительно на основе зарубежного опыта без проведения национальных исследований может привести к негативным результатам.

Применение различных расчётных моделей и методов расчёта конструкций обусловлено тем, что каждый метод имеет свою область применения, зависящую от предположений и гипотез, на которых он основан. Однако следует отметить, что уменьшение числа допущений расширяет область применения метода, но при этом увеличивает сложность расчёта конструкций. Следует отметить, что для расчёта элементов многоэтажных зданий выбирается модель, которая наиболее точно отражает реальное поведение конструкций.

Разработка методики корректного учёта взаимодействия зданий и сооружений с основанием при расчёте на землетрясения остаётся актуальной проблемой. Наиболее существенным фактором, влияющим на сейсмостойкость сооружения, является интенсивность сейсмических воздействий в районе строительства. Не менее важен при расчёте зданий в системе «основание – сооружение» учёт характеристик грунтового основания позволяет получить более точные результаты, что особенно важно для зданий и сооружений.

Совершенствование методов защиты зданий и сооружений, а также учёт взаимодействия здания с основанием при сейсмическом воздействии, направленные на повышение сейсмической безопасности, являются важным научным направлением в области строительной механики.

**Связь темы с научными программами и проектами.** Рассматриваемое исследование тесно связано с тематикой научно-исследовательской работы кафедры «Промышленное и гражданское строительство» Таджикского технического университета им. акад. М.С.Осими и государственной бюджетной темой «Исследование напряжённо-деформированного состояния зданий и

сооружений, взаимодействующих с грунтовым основанием при сейсмических воздействиях», проводимой лаборатории «Сейсмостойкость зданий и сооружений» Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии Национальной академии наук Таджикистана. В рамках этой темы проводятся научные работы в области сейсмостойкости и сейсмической защиты объектов. Проект рассчитан на 2021-2025 годы, регистрационный номер проекта - 0121TJ1164 от 07.04.2021. Исследование также является частью государственной программы по снижению сейсмического риска на территории Республики Таджикистан (согласно постановлению Правительства РТ №385 от 18 мая 2017 года) и непосредственным образом связана со «Стратегия развития строительной отрасли Республики Таджикистан на период до 2030 года» утверждённый Правительством Республики Таджикистан от 27 апреля 2022 года за №203.

### **Общая характеристика работы**

**Целью исследования** - развитие эффективных методов расчёта сейсмоизолированных зданий на основе численного моделирования и экспериментальных исследований при различных внешних воздействиях.

**Задачи исследования.** Для достижения поставленной целью сформулированы следующие задачи:

1. Провести анализ современных методов расчёта несущих систем многоэтажных зданий модели и методов сейсмозащиты зданий, учёта податливости стыковых соединений в элементах зданий.

2. Провести спектрального анализа сейсмических колебаний и их влияния на динамику зданий.

3. Разработать математических моделей системы «платформа - модель здания» с различными типами сейсмоизоляции (скользящий пояс, резинометаллические опоры и фрикционно - маятниковые опоры).

4. Разработать алгоритм и компьютерную программу на языке ФОРТРАН для численного моделирования сейсмоизолированного здания с сухим трением.

5. Разработать алгоритм и компьютерную программу на языке ФОРТРАН для численного моделирования сейсмоизолированного здания с резинометаллическими опорами.

6. Разработать методики расчёта модели здания с учётом сейсмоизоляции на основе метода сосредоточенных деформаций.

7. Провести экспериментальных исследований на физических моделях для сравнения полученных параметров с результатами численного моделирования задачи сейсмоизолированных зданий.

8. Провести моделирования статической задачи балок, плит и фрагмента каркасного здания с учётом сейсмоизоляции и без неё с последующим определением коэффициентов подобия на основе теории подобия.

9. Провести моделирования динамической задачи балок, плит и фрагмента каркасного здания при наличии и отсутствии сейсмоизоляции с определением коэффициентов подобия на основе теории подобия.

10. Получить коэффициенты подобия, позволяющих переходить от модели объекта к его натуре.

**Объектом исследования являются** сейсмоизолированные здания с различными конструктивными схемами, подвергающиеся динамическим в том числе сейсмическим нагрузкам.

**Предметом исследования является** - напряжённо-деформированное состояние сейсмоизолированных зданий при динамических воздействиях.

**Научная ценность работы** определяется комплексным подходом к исследованиям, в результате которого разработаны алгоритмы и программы для решения прикладных задач строительной механики, имеющих важное значение для народного хозяйства.

**Методология исследования.** В диссертации использованы численные методы, основанные на фундаментальных положениях теории упругости и пластичности, принципах строительной механики, теории сейсмостойкости, а также классических гипотезах сопротивления материалов.

**Научная новизна исследования состоит в:**

1. Комплексном подходе к моделированию сейсмоизолированных зданий с учётом нелинейных эффектов.
2. Сравнительном анализе различных типов сейсмоизоляции.
3. Разработке алгоритма численного решения задачи обратного преобразования Фурье.
4. Разработке алгоритма численного решения динамической модели сухого трения со многими степенями свободы.
5. Реализации математической модели Bouc - Wen для анализа нелинейной работы сейсмоизоляции в виде РМО.
6. Разработке методики расчёта модели здания с учётом сейсмоизоляции на основе метода сосредоточенных деформаций.
7. Экспериментальное подтверждение адекватности расчётных моделей.
8. Разработке алгоритмов моделирования статических задач балок, плит, и фрагмента каркасного здания с учётом сейсмоизоляции и без неё на основе теории подобия.
9. Разработке алгоритмов моделирования динамических задач балок, плит, и фрагмента каркасного здания с учётом сейсмоизоляции и без учёта сейсмоизоляции на основе теории подобия.
10. Получении коэффициентов подобия, позволяющих переходить от модели объекта к его натуре.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Результаты численного решения задачи обратного преобразования Фурье.
2. Результаты численного моделирования здания с сейсмоизолирующим скользящим поясом со многими степенями свободы.
3. Результаты численного моделирования здания с сейсмоизоляцией в виде РМО при их линейной и нелинейной работе.
4. Результаты расчёта модели здания с учётом сейсмоизоляции на основе метода сосредоточенных деформаций.
5. Результаты экспериментальных исследований на модели сейсмоизолированного каркасного здания.

б. Результаты моделирования статических и динамических задач балок, плит, и фрагмента каркасного здания с учётом и без учёта сейсмоизоляции на основе теории подобия.

**Теоретическая и практическая значимость исследования.** Получены научно-обоснованные результаты, диаграммы и зависимости применяемые при проектировании зданий; полученные результаты могут использоваться для дальнейших исследований в области сейсмостойкого строительства; результаты экспериментальных исследований по предлагаемой модели представляющее практический интерес при проектировании каркасных зданий с учётом сейсмоизоляцией от сейсмических воздействий; предложенные методики расчёта и разработанные компьютерные программы дают возможность исследовать динамическое поведение зданий и сооружений с учётом сейсмоизоляции при различных воздействиях, включая сейсмические. Результаты работы имеют практическую значимость для научно-исследовательских и проектных организаций для оценки сейсмической безопасности различных объектов, испытывающих сейсмические воздействия с применением сейсмоизоляции; результаты исследований могут быть использованы для оптимизации конструктивных решений с применением современных сейсмозащитных технологий.

**Достоверность представленных в диссертации результатов,** подтверждается корректным применением теоретических положений и гипотез, анализом сходимости численных решений, сопоставлением с экспериментальными данными, а также многократной проверкой полученных результатов с использованием других методов.

**Соответствие диссертации паспорту научной специальности.** Диссертация соответствует паспорту научной специальности ВАК при Президенте Республики Таджикистан: 2.1.5. Строительная механика.

Исследование охватывает следующие пункты паспорта специальности:

1. «Общие принципы расчёта сооружений и их элементов»;
2. «Методы расчёта на динамические и сейсмические нагрузки»;
3. «Экспериментальные исследования конструкций»;

#### 4.«Численные методы расчёта сооружений и их элементов».

**Личный вклад соискателя на соискание учёной степени** состоит в постановке цели и задач исследования, выполнении численного моделирования для решения поставленных задач, участии в организации и проведении экспериментальных исследований, разработке и программной реализации численных методов, обработке полученных данных, формулировке ключевых выводов, подготовке материалов для публикации.

**Апробация и реализации результатов исследования.** Основные положения и результаты диссертационного исследования были представлены и обсуждены на ряде научно-практических конференций, в том числе: VIII международной научно-практической конференции «Перспективы развития науки и образования» (Таджикский технический университет имени академика М.С. Осими, Душанбе, 3-4 ноября 2016 г.); республиканской научно-практической конференции «Инженерная геология и геоэкология: фундаментальные проблемы и прикладные задачи» (Таджикский национальный университет, Душанбе, 6 мая 2017 г.); международной конференции «Роль молодых учёных в развитии науки, инновации и технологий» (Академия наук Республики Таджикистан, Душанбе, 11-12 мая 2017 г.); Научной сессии «110 лет со дня Каратагского землетрясения (21 октября 1907 года) и современные проблемы геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии» (Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии, Душанбе, 25 октября 2017 г.); республиканской научно-практической конференции «Повышение сейсмической безопасности городов и населённых пунктов» (Комитет по архитектуре и строительству при Правительстве Республики Таджикистан, 17 ноября 2017 г.) Душанбе, 2017; международной конференции «Современные проблемы математики и её приложения» (Институт математики, НАНТ, 14-15 марта 2018 г.) Душанбе, 2018; республиканской научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные вопросы геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии» (Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии, 15 марта 2018 г.) Душанбе, 2018; международной научно-практической конференции «Вода – важный фактор для устойчивого развития»

(Таджикский технический университет имени академика М.С. Осими, 21 апреля 2018 г.) Душанбе, 2018; международной научно-практической конференции «Опыт, проблемы и перспективы повышения качества строительных работ на основе лучших отечественных и зарубежных практик» (Таджикский технический университет имени академика М.С. Осими, Душанбе, 11–12 мая 2018 г.), Душанбе, 2018; International conference for the «Decade Memory of the Wenchuan Earthquake» (Чэнду, Сычуань, Китай, 12–14 мая 2018 г.), Китай, 2018; International conference «30 years after the Spitak earthquake: experience and perspective» (Ереван, Армения, 3–7 декабря 2018 г.) Ереван, 2018; республиканской научно-практической конференции «Современные задачи градостроительства и архитектуры» (Комитет по архитектуре и строительству при Правительстве Республики Таджикистан, 27 ноября 2019 г.) Душанбе, 2019; международной научно-практической конференции. (Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН Республики Таджикистан) Душанбе, 2019; международной научной конференции, (НАН Таджикистана, 14-15 сентября 2020) Душанбе, 2020; международной научно-практической конференции. «Теория и практика механики и моделирования», 23-24 декабря 2020 года) Махачкала, 2020, Российская Федерация; международной научно-практической конференции «Безопасность движения и инновационные тенденции в транспорте» посвящённая профессорам Турсунову А.А., Оеву А.М. и Сангинову О.К. (Таджикский технический университет имени акад. М.С. Осими. 25-26 октября 2020) Душанбе, 2020; международной научно-практической конференции «Электроэнергетика Таджикистана. Проблемы энергосбережения, энергоэффективности и использования возобновляемых источников энергии», (19 мая 2021 года, филиал ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ») Душанбе, 2021; международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы архитектуры и градостроительства», 12 ноября 2021г. Комитет по Архитектуре и Строительству при Правительстве РТ, Душанбе, 2021; VII всероссийской научно-практической конференции, г. Пенза, Российская Федерация, 2021; XXV международной научно-практической конференции. г. Пенза, Российская Федерация, 2022; республиканской научно -

практической конференции 115 лет со дня Каратагского землетрясения, 21 октября 1907 года, (21 октября 2022, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАН Таджикистана), Душанбе, 2022; международной научно - практической конференции «Архитектура и градостроительство Таджикистана: вчера, сегодня, завтра, посвящённая 60-летию образования архитектурной специальности. (Таджикский технический университет имени акад. М.С. Осими, 23 ноября 2022) Душанбе, 2022; международной научно-теоретической конференции «Развитие науки и образования в условиях глобализации на примере горных условий: проблемы, новые подходы и актуальные исследования», посвящённой 30 - летию сессии Верховного совета Республики Таджикистан и 30 - летию Хорогского государственного университета, (Хорогский государственный университет им. М. Назаршоева) Хорог, 2022; республиканской научно - практической конференции «Перспектива развития производства строительных материалов в Республике Таджикистан, 31 марта 2023, (Таджикский технический университет им. акад. М.С.Осими) Душанбе, 2023; VIII республиканской научно - практической конференции «Наука основа инновационного развития», 27-28 апреля 2023г., (Таджикский технический университета имени академика М.С. Осими) Душанбе, 2023; международной научно-технической конференции «Сейсмическая безопасность зданий и сооружений, энергоэффективность, инновационные технологии в современном строительстве», 22-23 октября 2024 г., Ташкент, 2024; международной научно-практической конференции «Новые направления развития науки в технических отраслях». ИТФ БНТУ-ТТУ имени акад. М.С.Осими, 10 -11 октября 2024 г., Душанбе, 2024; международной научно-практической конференции «Наука основа инновационного развития». ТТУ имени акад. М.С.Осими, 17 -18 апреля 2025 г., Душанбе, 2025; международной научно-практической конференции передовым технологиям в инженерии. Ташкентский государственный университет транспорта, 8-10 октября 2025г., г. Ташкент, 2025; международной научно-практической конференции. Науки о земле: Современное состояние и их перспективы посвящённой «Двадцатилетию изучения и развития математических, точных и естественных наук в сфере науки и образования» - 2020-

2040гг. и «2025 году - Международному году сохранения ледников», Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии, 22-23 октября 2025г., г. Душанбе, 2025; на заседании лаборатории «Сейсмостойкость зданий и сооружений» Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАНТ, Душанбе, 18 ноября 2025 года и на расширенном заседании кафедры «Промышленное и гражданское строительство», Таджикского технического университета имени академика М.С. Осими, Душанбе, 18 декабря 2025 года.

Результаты диссертационного исследования были использованы в Институте геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии Национальной академии наук Таджикистана при расчёте зданий на сейсмические воздействия в рамках госбюджетной темы «Исследование напряжённо-деформированного состояния зданий и сооружений», взаимодействующих с грунтовым основанием при сейсмических воздействиях» и были внедрены в практику проектирования ОАО «НИПИИ САНИИОСП», ГУП НИПИ «Душанбешахрсоз». Теоретические и прикладные аспекты работы нашли применение в учебном процессе Таджикского технического университета имени академика М.С. Осими, где они использовались при преподавании лекционного курса «Численные методы» для магистров по специальности 700201 – «Промышленное и гражданское строительство» и 700201-05 – «Проектирование зданий и сооружений». Акты о внедрении результатов представлены в приложении к диссертации.

**Публикации по теме диссертации:** По теме диссертационной работы в 2025 г. издана монография «Численное моделирование динамических задач по расчёту зданий с учётом сейсмоизоляции» (в соавторстве с Низомовым Д.Н. и Каландарбековым И.К.). Основные результаты диссертации представлены в 84 статьях, в том числе в 7 статьях без соавторства и 32 статьях в соавторстве, опубликованных в Республики Таджикистан рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан, 2 статьях рекомендованных ВАК РФ, 1 статья в Республики Беларусь, 4 статьи в международных журналах (Скопус) и 28 статей в сборниках и журналов, а также 1 патент и 8 авторское свидетельства.

**Структура и объем диссертации:** работа включает введение, шесть глав,

общие выводы, список литературы, содержащий 340 наименования, из которых 51 на иностранном языке, приложения. Объем диссертации составляет 238 страниц основного текста, включая 95 рисунков и 13 таблиц.

## **Глава 1. АНАЛИЗ СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ИССЛЕДУЕМОГО ВОПРОСА**

### **1.1. Методы расчёта несущих конструкций многоэтажных зданий с использованием дискретных моделей**

В данном параграфе рассматриваются современные подходы к расчёту несущих систем многоэтажных зданий, основанные на дискретных моделях. Основное внимание уделено следующим аспектам: конечно-элементное моделирование - представление конструктивных элементов (балок, колонн, диафрагм жёсткости) в виде стержневых или конечно-элементных систем с учётом их геометрической и физической нелинейности; динамический анализ – методы расчёта на сейсмические воздействия с применением спектрального анализа и прямого интегрирования уравнений движения; учёт податливости узлов и оснований – моделирование реальных условий закрепления конструкций, включая податливые соединения и взаимодействие с грунтовым основанием; оптимизация вычислительных алгоритмов – способы уменьшения размерности задач и ускорения расчётов при сохранении требуемой точности; особое внимание уделено сравнению различных дискретных моделей (рамные системы, эквивалентные стержневые схемы, комбинированные подходы) и оценке их точности на основе экспериментальных данных и нормативных требований.

Современные инженерные расчёты в строительной отрасли характеризуются активным внедрением численных методов анализа, что находит отражение в исследованиях по строительной механике и сейсмостойкости [25, 34, 45, 62, 63, 65-70, 81, 84-89, 98, 100, 102, 103, 122, 128, 141, 145, 149-152, 154, 155, 166, 172-174, 180, 225, 263, 285]. Данная тенденция обусловлена двумя ключевыми факторами: повышенными требованиями нормативных документов к надёжности строительных конструкций, особенно в сейсмоопасных регионах; развитием вычислительных технологий, обеспечивающих: обработку сложных математических моделей, выполнение объёмных расчётов учёт нелинейных эффектов, анализ различных сценариев нагружения. Применение численных

методов позволяет существенно повысить точность прогнозирования поведения конструкций при статических и динамических воздействиях, что особенно актуально для ответственных сооружений. Современные вычислительные комплексы дают возможность учитывать реальные условия работы конструкций, включая: физическую нелинейность материалов; геометрическую нелинейность систем; пространственную работу конструкций; взаимодействие с основанием.

Особенно это актуально в случае сложных граничных условий и угловых точек, где использование аналитических методов становится невозможным. Таким образом, разработка алгоритмов численного решения уравнений, оптимальных для реализации на технических устройствах, становится крайне важной.

Конструктивная схема многоэтажного здания состоит из колонн, ригелей и вертикальных диафрагм жёсткости, которые соединяются горизонтальными дисками перекрытий, образуя рамно-связевую систему. В качестве альтернативы, используется связевая система, где диафрагмы жёсткости являются основными несущими элементами.

В настоящее время для оценки несущей способности основных элементов зданий применяются различные численные методы, такие как метод конечных элементов, метод конечных разностей, вариационно-разностный метод, метод граничных элементов и другие.

В современной инженерной практике метод конечных элементов утвердился в качестве универсального инструмента для дискретного моделирования строительных конструкций. Его повсеместное применение в международной практике обусловлено следующими ключевыми преимуществами:

**1. Универсальность подхода:** возможность моделирования конструкций любой геометрической сложности; адекватное представление реального поведения строительных систем; гибкость в учёте различных типов нагрузений и граничных условий.

**2. Вычислительная эффективность:** алгоритмическая структура, оптимальная для компьютерной реализации; возможность параллельных вычислений; масштабируемость для задач различной размерности.

**3. Физическая адекватность:** точное воспроизведение напряженно-деформированного состояния; возможность учёта нелинейных эффектов; корректное моделирование контактных взаимодействий; особое значение МКЭ приобрёл в расчётах: уникальных архитектурных сооружений; сейсмостойких конструкций; пространственных систем сложной геометрии; конструкций с нестандартными условиями работы.

Современные реализации метода в ведущих расчётных комплексах (ANSYS, NASTRAN, LS-DYNA и др.) позволяют решать задачи строительной механики с высокой степенью достоверности, что подтверждается многочисленными экспериментальными исследованиями и практикой эксплуатации сооружений.

В настоящее время он считается одним из наиболее универсальных, теоретически обоснованных и практически проверенных методов. Главной причиной популярности МКЭ при проектировании конструкций является наличие множества прикладных программ и программных комплексов (ПК) с развитыми интерфейсами, которые позволяют существенно автоматизировать процесс расчёта. Современные программные комплексы, как правило, работают в диалоговом режиме, что обеспечивает удобство контроля и наглядности данных, полученных результатов и армирования.

Для расчёта каркасных зданий, в которых основными несущими элементами являются колонны и ригели, МКЭ является весьма эффективным инструментом. В такой схеме расчёта элементы каркаса моделируются с помощью стержневых конечных элементов, соединяющимися в узлах аналогично реальной конструкции. Это обеспечивает соблюдение условий равновесия и непрерывности деформационных процессов. Плоскостные конструкции (перекрытия, стены) представляются плоскими конечными элементами, размер которых определяется требуемой точностью расчётов. Благодаря ограниченному количеству таких элементов в каркасных зданиях, достижение необходимой плотности расчётной сетки обычно не вызывает затруднений.

Для расчёта бескаркасных зданий, где основными конструктивными элементами являются плоскостные элементы, метод конечных элементов требует

более сложной модели, так как соединения между элементами часто могут быть не так точно отражены в расчётной схеме. В таких случаях важно обеспечить точность расчётов, вводя дополнительные условия для корректного моделирования соединений. В МКЭ соединения плоских элементов обычно представляются через узловые точки, и смещения в этих точках должны быть согласованы так, чтобы перемещения соседних узлов приводили к одинаковым деформациям на их стыках. Также необходимо правильно задавать жёсткостные характеристики элементов, предполагая однородность напряжений внутри каждого элемента. В некоторых случаях для более точного моделирования приходится увеличивать плотность сетки элементов, особенно в конструкциях с переменной жёсткостью или при учёте нелинейных деформаций. К тому же, в реальных конструкциях часто требуется учёт податливости соединений между элементами, что в МКЭ требует введения дополнительных элементов, чтобы более точно моделировать поведение соединений.

В заключение можно отметить, что при расчёте многоэтажных (в особенности бескаркасных) зданий методом конечных элементов требуется тщательное разделение конструкции на множество конечных элементов. Для корректного учёта податливости соединений необходимо введение дополнительных элементов, что значительно увеличивает затраты времени на подготовку исходных данных и обработку результатов, а также повышает риск ошибок. Это делает расчёт многоэтажных зданий с детализированным учётом жёсткостных характеристик сборных элементов и податливости их сопряжений более сложным и трудоёмким процессом. К тому же, с увеличением количества конечных элементов возрастает порядок системы уравнений, что становится особенно важным при учёте геометрической и физической нелинейности конструкции.

Следующий численный метод, метод сосредоточенных деформаций (МСД), хотя и используется реже, чем МКЭ, из-за ограниченного количества программных комплексов с развитыми интерфейсами, предоставляет более эффективный способ учёта особенностей работы реальных соединений при

расчёте напряжённо-деформированного состояния многоэтажных зданий различных конструктивных систем.

Метод сосредоточенных деформаций был впервые предложен профессором А.Р. Ржаницыным [217]. В его основе лежит принцип взаимодействия жёстких конечных элементов по граничным линиям их раздела. В данном подходе относительные деформации рассматриваются как бесконечно большие величины, поскольку они происходят на бесконечно малых участках, перпендикулярных поверхности или линии деформаций. В указанной работе [217] автор выделил два основных вида деформаций: сдвиговые и деформации растяжения-сжатия. Эти локальные деформации порождают соответствующие сдвиговые и растягивающие усилия, передаваемые между смежными жёсткими элементами.

Как известно, в железобетонных конструкциях плоское напряжённое состояние не всегда проявляется непосредственно. Подобные явления могут возникать вследствие неизбежных расчётных и случайных эксцентриситетов от действия внеплоскостных сил, конструктивной неоднородности сечений, проявления физической и геометрической нелинейности, сложных условий опирания конструкции, а также других причин, вызывающих отклонения от плоского состояния напряжений.

Метод сосредоточенных деформаций (МСД) применительно к сборным железобетонным конструкциям был усовершенствован М.И. Додоновым [65], который И.Каландарбеков [84] адаптировал данный метод для расчёта дисков перекрытий многоэтажных зданий с учётом их конструктивных особенностей. В усовершенствованной версии метода диск перекрытия разделяется на жёсткие элементы, такие как отдельные панели, ригели и колонны, при этом все деформации сосредотачиваются исключительно в швах между этими элементами. Сами элементы рассматриваются как абсолютно жёсткие, а их деформируемость полностью локализуется в соединениях, где податливость швов определяется либо расчётным, либо экспериментальным путём. Важно отметить, что несмотря на такое разделение на жёсткие элементы, общие характеристики диска перекрытия сохраняются неизменными.

При моделировании диск перекрытия разделяется на конечные элементы вдоль фактических линий соединений. Жёсткие элементы конструкции принимаются недеформируемыми, при этом вся деформируемость, переносится на расчётные швы. Свойства этих швов определяются как характеристиками материала самого шва, так и параметрами примыкающих к нему конструктивных элементов. В расчётной схеме шов рассматривается как единая система, объединяющая реальный заполняющий шов и фиктивные швы, отражающие поведение сопряжённых конструкций.

В некоторых случаях исходные конструктивные элементы подвергаются дополнительному разделению на конечные элементы, при этом вдоль линий искусственного рассечения располагаются исключительно фиктивные швы. Полученные таким образом жёсткие конечные элементы закрепляются в своих центрах тяжести, что исключает их нежелательные перемещения. Приложенные внешние нагрузки могут либо оставаться в первоначальных точках приложения, либо преобразовываться в статически эквивалентные силы, приложенные к центрам элементов. Условия равновесия системы обеспечиваются за счёт равенства усилий в связях, накладываемых на каждый отдельный жёсткий конечный элемент.

В работах М.И. Додонова и под его руководством [65-68,84] подробно разработаны ключевые аспекты МСД для расчёта стержневых и плоскостных железобетонных конструкций. Эти исследования показывают явные преимущества метода, включая выполненные расчёты тестовых примеров и элементов зданий. Для стержневых элементов были предложены подходы для учёта как геометрической, так и физической нелинейности, что значительно расширяет возможности применения метода в практическом проектировании.

Динамический расчёт плоско - напряжённого состояния методом сосредоточенных деформаций базируется на статическом алгоритме решения. Применяя принцип Даламбера, формируется система динамических уравнений с учётом вектора инерционных сил. Основная специфика динамического анализа

заключается в использовании сплайновой аппроксимации для ускорений, что даёт возможность свести задачу к системе уравнений, решаемой пошаговым методом.

В работах Д.Н. Низомова и И. Каландарбекова [85-90,150-155] достаточно подробно исследовано развитие метода сосредоточенных деформаций для статических и динамических задач строительной механики. В данных работах МСД был развит для расчёта различных систем.

Метод сосредоточенных деформаций (МСД) впервые разрабатывался для анализа пластинчатых систем при статических, динамических и сейсмических нагрузках. В трёхмерных задачах построение матрицы внутренней жёсткости учитывает реальную податливость связей между элементами. На основе данного метода разработаны алгоритмы и компьютерные программы, позволившие получить новые результаты при расчёте многомассовых систем с учётом нелинейных свойств материалов при динамическом нагружении. В работе [85] для сравнительного анализа представлено решение задачи о продольной деформации стержня под действием распределённой нагрузки при различных граничных условиях, что наглядно демонстрирует возможности метода.

Следует отметить, что существующие ограничения метода конечных элементов, обусловленные спецификой расчётных моделей, послужили предпосылкой для создания метода сосредоточенных деформаций. Данный подход позволяет более точно моделировать напряженно-деформированное состояние несущих конструкций многоэтажных зданий, учитывая фактическую податливость соединений между элементами.

## **1.2. Методы сейсмозащиты зданий и сооружений**

Невозможно предотвратить землетрясения, но это не означает, что мы не можем уменьшить их разрушительные последствия. Повышение сейсмостойкости зданий является критически важной задачей для предотвращения разрушительных последствий землетрясений. Современные строительные конструкции должны обладать достаточной прочностью и устойчивостью, чтобы противостоять сильным сейсмическим колебаниям без существенных повреждений. Особую

актуальность эта проблема приобретает в регионах с высокой сейсмической активностью, где безопасность населения напрямую зависит от надёжности зданий. Разработка эффективных методов защиты сооружений от землетрясений требует постоянного совершенствования расчётных методик, включая создание новых математических моделей, способных учитывать комплексное воздействие различных факторов. Одним из самых перспективных методов активной сейсмозащиты является сейсмоизоляция. Идея использования сейсмоизоляции основания как средства защиты зданий от землетрясений существует уже более 100 лет. Однако до недавнего времени по этому принципу было построено немного сооружений. В настоящее время данная концепция превратилась в практическую реальность и занимает своё место в качестве жизнеспособной альтернативы традиционному сейсмостойкому строительству. В статье [17] рассматриваются некоторые аспекты истории изоляции и переформулируются основные элементы современной системы изоляции. Изложен обзор текущей деятельности по всему миру и приведена производительность выборки этих сооружений во время реальных землетрясений.

Этот метод сейсмозащиты направлен на снижение сейсмических нагрузок на здания и сооружения путём регулирования их динамических характеристик в процессе колебаний, возникающих при землетрясениях. Теоретические и экспериментальные исследования показывают, что сейсмоизоляция, выполненная с использованием резинометаллических опор, оказывается особенно эффективной в таких случаях [91-93,95,148,158,160,229,240,241,246,311,336]. Однако анализ существующих патентов, статей и публикаций по этой теме свидетельствует о том, что данные, полученные в ходе этих исследований сейсмоизолированных конструкций, ещё недостаточны для того, чтобы сделать окончательные выводы относительно их эффективности и надёжности.

На территории Республики Таджикистан за последние 115 лет произошло шесть наиболее сильных землетрясений: Каратагское (1907 г.), Сарезское (1911 г.), Файзабадское (1930 г.), Гармское (1941 г.), Файзабадское (1943 г.) и Хаитское (1949 г.), все с магнитудой 9–10 баллов [233]. Также зафиксированы другие значительные

землетрясения, такие как Варзобское (1929 г.), Душанбинское (1952 г.), Байсунское (1935 г.), Рамидское (1960 г.), которые имели магнитуду 6–9 баллов.

В работе [5] приведён теория и методы сейсмоизоляции.

В работе [138] даётся обзор принципиальных решений систем активной сейсмозащиты зданий и сооружений.

В статье [284]. рассматривается использования упругих резинометаллических подушек в фундаментах здания.

Этот фрагмент подчёркивает важность сейсмоизоляции и её применения в строительстве, особенно в сейсмоактивных регионах. В нем представлены работы, посвящённые теории сейсмоизоляции и активным системам сейсмозащиты, а также демонстрируется глобальный интерес к таким технологиям. Сейсмоизолированные здания, которые начали активно строиться в Японии в 1986 году, продолжают привлекать внимание в разных странах мира, включая Китай, Тайвань, Португалию, Турцию и другие [241].

Сейсмоизолированные здания демонстрируют значительно более высокую надёжность при сильных землетрясениях по сравнению с традиционными конструкциями. Это объясняется способностью сейсмоизоляторов воспринимать существенные перемещения, сохраняя при этом целостность надстройки. В отличие от обычных зданий, где сейсмические воздействия могут привести к повреждениям несущих элементов, сейсмоизолированные системы эффективно гасят колебания. Ключевой задачей проектирования становится точный учёт характера деформации сейсмоизоляционных элементов, позволяющий избежать как недостаточной прочности, так и неоправданного перерасхода материалов. Особую важность приобретает корректный учёт работы таких систем в многоэтажном здании, что обеспечивает необходимую надёжность и экономическую эффективность конструкций.

Устройство со скользящим поясом состоит из верхнего и нижнего опорных элементов, между которыми расположен изоляционный слой. В качестве изолирующего материала используются либо минеральные составы (песок, глина), либо синтетические прокладки с низким коэффициентом трения, таких как

фторопласт [1,215,216]. Такое решение позволяет обеспечить необходимую подвижность соединения при сохранении требуемых эксплуатационных характеристик. Согласно рекомендациям [214], в зданиях с жёсткой конструктивной схемой сейсмоизолирующий скользящий пояс может использоваться для зданий высотой до 9 этажей, в то время как для кирпичных зданий - до 5 этажей.

Скользящие опорные конструкции создают жёсткую кинематическую связь между зданием и колеблющимся основанием за счёт сил сухого трения, которая сохраняется до момента, когда результирующая инерционная нагрузка не превзойдёт заданный порог активации системы. Величина этого порогового значения определяется коэффициентом трения скольжения и геометрическими особенностями контактирующих поверхностей фундаментного узла [94,95,129,158,201,286,323]. Такое конструктивное решение позволяет эффективно контролировать передачу сейсмических воздействий на сооружение, обеспечивая его защиту при достижении критических нагрузок.

В статье [129] авторы приводят расчёт систем с сейсмоизолирующим скользящим поясом, учитывая воздействие фрагментов реальных акселерограмм. Для оценки эффективности данной системы был выполнен расчёт 10-этажной железобетонной рамы, который был заимствован из работы [265].

Системы сейсмозащиты с кинематическими опорами обеспечивают относительное перемещение здания относительно неподвижного фундамента, жёстко закреплённого в грунтовом основании [221,222,270,271,334]. Данный эффект достигается за счёт специальных опорных элементов, выполненных в виде тел вращения заданной геометрической формы, которые служат опорой для несущих конструкций сооружения. Такие системы позволяют сооружению "скользить" по опорным поверхностям при сейсмических воздействиях, существенно снижая передаваемые на конструкцию нагрузки. К кинематическим опорам относится, например, кинематический фундамент [269-271], конструкция которого включает подвижный элемент с сферической пятой, опирающийся на опорную плиту или другое твёрдое основание. Шарнирная связь с

надфундаментным строением обеспечивает подвижность в горизонтальной плоскости по всем направлениям.

Динамические гасители эффективно подавляют установившиеся вынужденные колебания конструкций при сейсмическом воздействии. Исследования, проведённые в [3, 13, 20, 29, 71, 119, 140, 200, 205, 214-216], показали возможность их внедрения в здания и сооружения. Гасители колебаний представляют собой устройства, которые преобразуют механическую энергию колебаний в тепловую и рассеивают её в окружающую среду [36].

Особенность системы сейсмозащиты с динамическими гасителями колебаний заключается в том, что в систему вводится дополнительная масса, которая соединяется с несущими конструкциями через упругие связи и демпфирующие элементы [29, 71]. Колебания линейной системы с динамическим гасителем при различных законах движения основания были исследованы в работах [205, 214, 301, 305, 319, 338]. Результаты этих исследований подтверждают эффективность динамического гасителя колебаний при воздействии сейсмического типа.

В работе [200] изложена оценка эффективности воздействия гасителей колебаний на башенные сооружения при непосредственном воздействии на конструкцию гасителя колебаний. Исследования показывают, что использование таких систем существенно снижает амплитуду колебаний и улучшает устойчивость башенных сооружений к сейсмическим и другим динамическим воздействиям. Этот подход позволяет увеличить срок службы зданий, уменьшить ущерб от воздействия землетрясений и других внешних факторов, а также повысить безопасность эксплуатации таких сооружений.

Резинометаллические опоры (РМО) действительно представляют собой эффективный способ сейсмоизоляции зданий и сооружений, особенно при воздействии сейсмических нагрузок [55, 91-93, 125, 127, 195, 196, 199, 227, 229, 246, 306, 327]. Их использование позволяет значительно снизить сейсмическую нагрузку, особенно на высокие и многоэтажные здания. РМО обладают выраженным нелинейным характером работы, что позволяет эффективно поглощать и рассеивать энергию, возникающую при землетрясении, без ущерба

для несущей способности конструкции.

Такие опоры обеспечивают большую подвижность и деформации в горизонтальном направлении, что помогает минимизировать воздействие колебаний на верхние этажи здания, сохраняя его целостность и предотвращая разрушение. При этом они не требуют сложных дополнительных конструктивных изменений в здании, что делает их удобными и доступными для широкого применения.

Однако, несмотря на очевидные преимущества, использование РМО требует тщательной проработки проектных решений, особенно в вопросах установки опор под колоннами и в местах пересечения несущих стен, а также обеспечения прочных соединений между фундаментами для предотвращения возможных сдвигов во время землетрясения [55,196,199, 229,246,241,297,312,326].

В работах [14,93,195,314,320,338] подробно описаны основные механические характеристики изоляторов РМО.

Метод расчёта зданий с РМО на сейсмическую нагрузку, предложенный в статье [35], представляет собой важное направление в сейсмостойком проектировании, так как использование модифицированных спектров сейсмического воздействия позволяет значительно упростить расчёты, не снижая точности. Это достигается за счёт возможности расчёта сооружений в упругой постановке, что, значительно уменьшая её требования к вычислительным мощностям.

Здания на РМО уже давно используются в разных странах, включая Японию, США, Францию, Россию, Италию и другие, и пользуются заслуженной популярностью благодаря их высокой эффективности в сейсмозащите [287,317,328]. Особое внимание стоит уделить РМО со свинцовым сердечником, которые впервые применялись в Новой Зеландии [324] в конце 1970-х годов. В таких системах свинцовый сердечник играет ключевую роль в повышении сейсмозащиты: при сдвиге он испытывает пластические деформации, что способствует более интенсивной диссипации энергии и снижению сейсмических воздействий на здание.

Билинейная зависимость «сила - перемещение» для таких опор означает, что система может эффективно выдерживать как малые, так и большие сдвиги, сохраняя свою несущую способность и энергорассеивающие свойства на протяжении всего сейсмического воздействия. Это делает РМО с свинцовым сердечником особенно полезными для многоэтажных и сейсмоопасных объектов, как, например, 25-этажный комплекс «Sea Plaza» в Сочи, для которого проводились лабораторные испытания [240,302,334].

Сейсмоизоляция представляет собой один из наиболее эффективных подходов к защите строительных конструкций от сейсмических нагрузок, что подтверждается исследованиями ведущих специалистов в данной области [9,10,221,243,270]. Суть данного метода заключается в целенаправленном изменении периода собственных колебаний здания для выведения его за пределы диапазона доминирующих периодов сейсмических колебаний. Такой принцип действия позволяет существенно снизить передачу сейсмической энергии на сооружение, обеспечивая его защиту от разрушительных воздействий. Ключевым механизмом работы сейсмоизолирующих систем является создание гибкой прослойки между фундаментом и надземной частью здания, что обеспечивает их относительное перемещение при землетрясениях. При этом важно отметить, что эффективность сейсмоизоляции напрямую зависит от правильного подбора характеристик изолирующих устройств и точного расчёта динамических параметров всего сооружения в комплексе.

Одним из современных методов обеспечения сейсмостойкости является активная сейсмическая защита, которая предполагает эффективное снижение интенсивности сейсмического воздействия как на уже существующие, так и на вновь строящиеся здания. Этот метод подходит для различных типов конструктивных схем и может применяться в районах с различными инженерно-геологическими условиями. Активная сейсмозащита включает регулирование динамических характеристик зданий во время колебательного процесса, что позволяет уменьшить сейсмическую нагрузку на сооружения.

Динамические характеристики зданий и сооружений целенаправленно регулируются для предотвращения резонансных явлений либо существенного снижения их влияния. Специальные конструктивные решения позволяют изменять периоды собственных колебаний конструкций при сейсмических воздействиях. При проектировании объектов в сейсмоопасных регионах ключевое внимание уделяется на учёте особенностей, таких как сейсмоизоляция, просадочность грунтов, податливость узлов сопряжений и физическая нелинейность материалов.

Существуют различные конструктивные варианты систем сейсмоизоляции, включая здания с гибким нижним этажом, с кинематическими, подвесными, скользящими и резинометаллическими опорами. Все рассмотренные системы сейсмозащиты основаны на едином принципе структурного разделения здания на две части с установкой между ними сейсмоизолирующего слоя. Нижняя часть конструкции, непосредственно контактирующая с грунтовым основанием, именуется субструктурой, тогда как верхняя несущая часть сооружения, воспринимающая основные нагрузки, определяется как суперструктура [246]. Такое разделение позволяет эффективно управлять передачей сейсмических воздействий на здание.

Таким образом, защищаемое здание будет состоять из трёх основных частей: субструктуры, сейсмоизоляции и суперструктуры. Задача заключается в уменьшении горизонтальных сейсмических нагрузок на суперструктуру путём изменения частотного спектра её собственных колебаний, то есть увеличения периодов колебаний суперструктуры по основному тону. Научные исследования, включая теоретические разработки и экспериментальные данные, убедительно подтверждают высокую эффективность резинометаллических опорных элементов в системах сейсмоизоляции. В исследовании [131] подробно анализируется влияние характеристик грунтового основания на работоспособность таких систем при сложном многокомпонентном сейсмическом воздействии. Особое внимание уделяется процессам развития пластических деформаций в конструктивных

элементах и грунтовой массе при интенсивных сейсмических событиях, что обуславливает необходимость комплексного учёта нелинейного поведения как строительных конструкций, так и оснований. Данные исследования подчёркивают важность тщательного анализа взаимодействия всех элементов системы "основание-фундамент-сооружение" при проектировании сейсмоизолирующих устройств. Это особенно важно для высотных и многоэтажных зданий.

Разработка и исследование различных вариантов сейсмоизоляции зданий тесно связаны с усовершенствованием динамических расчётов [26,51,52,55,58,77,114,194,202,203] и математического моделирования [23,33,41,55,103,298,299]. В работе [274] рассмотрены основные расчётные модели для сейсмоизолированных сооружений. Проведён сравнительный анализ одномассовой и конечно-элементной модели. Для поиска эффективных параметров сейсмоизолирующих опор предложено использовать одномассовую модель. Однако для более детального анализа напряжений и усилий в конструктивных элементах здания рекомендуется применять более сложные расчётные модели.

### **1.3. Сопоставительный анализ МСД и МКЭ**

В данном исследовании рассматриваются сходимость и точность МСД, а также сравнительный анализ полученных результатов с использованием МКЭ и аналитического подхода. МСД, хотя и менее распространён, чем МКЭ, представляет собой численный метод, который, несмотря на отсутствие программных комплексов с развитыми интерфейсами, позволяет более эффективно учитывать особенности работы реальных связей в расчётах напряжённо-деформированного состояния многоэтажных зданий с различными конструктивными схемами.

Метод сосредоточенных деформаций (МСД) сохраняет концептуальное сходство с методом конечных элементов (МКЭ), но отличается возможностью использования элементов значительно большего размера между плоскостями

сосредоточенных деформаций. Это принципиальное отличие обусловлено тем, что МСД допускает переменные поля перемещений, деформаций, напряжений и модулей деформации в пределах элемента. В качестве аналогов комплекс-элементов МКЭ в МСД используются дополнительные точки, расположенные по граням элементов. Эти точки имеют простую кинематическую связь с перемещениями центров элементов МСД, что существенно упрощает процедуру формирования матрицы жёсткости по сравнению с МКЭ, где данный процесс связан со значительными вычислительными сложностями.

В МКЭ поле перемещений задаётся линейными функциями локальных координат, что приводит к непрерывности перемещений в модели, в отличие от МСД, где поле перемещений может быть переменным. Поле деформаций в МКЭ будет неизменно в пределах каждого конечного элемента, но на стыках элементов могут возникать разрывы в деформациях, напряжениях и жёсткостных характеристиках, особенно в случае неоднородных задач.

Метод сосредоточенных деформаций (МСД) при плосконапряжённом состоянии допускает существование разрывов в поле перемещений внутри каждого элемента вдоль линий локальных координат. Такие разрывы преимущественно проявляются на стыках соседних элементов, что приводит к большей нерегулярности поля перемещений по сравнению с классическим методом конечных элементов. Однако данное поле перемещений сохраняет чёткую физическую интерпретацию, так как формируется из базовых напряженных состояний: осевого сжатия-растяжения относительно локальных осей координат, изгибных деформаций и сдвиговых воздействий в плоскости конструкции.

Метод сосредоточенных деформаций предполагает линейное распределение деформаций в пределах каждого элемента, соответствующее классической гипотезе плоских сечений. Такой подход позволяет учитывать переменные жесткостные характеристики материалов внутри элемента. При этом поля деформаций и напряжений могут демонстрировать разрывы как на границах элементов, так и вдоль локальных координатных осей, что придаёт методу МСД большую гибкость при моделировании сложных физических процессов.

Принципиальное отличие между МКЭ и МСД проявляется на этапе формирования матриц жёсткости. В методе конечных элементов при расчёте плосконапряжённых железобетонных конструкций требуется постоянство жесткостных характеристик материала в пределах каждого конечного элемента. В отличие от этого, МСД допускает переменность этих параметров, что существенно расширяет возможности моделирования нелинейного поведения конструкций.

Это приводит к необходимости использовать достаточно мелкие конечные элементы для достижения высокой точности расчёта, что, в свою очередь, увеличивает количество элементов и размерность системы алгебраических уравнений, делая расчёты более трудоёмкими.

Метод сосредоточенных деформаций был разработан с учётом специфики железобетонных конструкций при статических и динамических нагрузках, как указано в работах [65-68,70,84,85,86,87,89,90,150,152,153,154,155]. Оценка точности МСД определяется совокупностью факторов, включающих принятые гипотезы и допущения, уровень детализации расчётной схемы, специфику решаемой инженерной задачи и используемый вычислительный инструментарий. Традиционная оценка точности численных методов осуществляется путём сопоставления получаемых результатов с аналитическими решениями или данными альтернативных расчётных методик строительной механики.

В исследовании [128] проведён анализ точности МСД при деформировании из плоскости. В качестве тестовых примеров рассмотрены задачи изгиба квадратной пластины с шарнирным опиранием по контуру под действием равномерной нагрузки. Сравнение численных результатов, полученных по МСД, с аналитическими решениями теории упругости продемонстрировало удовлетворительную сходимость и достаточную для инженерных расчётов точность предлагаемого метода.

В исследовании [85] была выполнена верификация точности метода сосредоточенных деформаций на примере балок, для которых существуют аналитические решения. Данный метод специально разработан для анализа стержневых элементов с переменным поперечным сечением и их систем, где

изменение жёсткости вдоль длины обусловлено физической нелинейностью железобетона. В работе представлены сравнительные данные по прогибам консольной балки, полученные с помощью МСД и классических аналитических решений из фундаментального труда Тимошенко [247] с учётом сдвиговых деформаций. Полученные результаты демонстрируют хорошую сходимость расчётов уже при первоначальном применении метода, что подтверждает его корректность и практическую применимость. Кроме того, в той же работе для улучшения наглядности сопоставительного анализа и возможности ручного расчёта рассматривалась задача продольных деформаций стержня с различными граничными условиями под действием распределённой нагрузки. Дифференциальное уравнение для продольных деформаций стержня с жёсткостью, подверженного распределённой нагрузке, имеет следующий вид

$$EF \frac{d^2 u}{dx^2} + q(x) = 0. \quad (1.1)$$

Приведены аналитические решения этой задачи для различных граничных условий и типа нагрузки [260]. Эти задачи заключаются в следующем: стержень конечной длины с одним закреплённым концом подвергается действию равномерно распределённой нагрузки; нагрузка по длине бруса изменяется линейно; стержень с обоими закреплёнными концами подвергается равномерно распределённой нагрузке; заданная нагрузка изменяется по линейному закону. Рассмотрено решение задачи о продольных деформациях стержня длины  $L$  с различными граничными условиями на основе МСД.

Для анализа сходимости и точности МСД в [85], рассмотрена расчётная модель продольных деформаций призматического стержня и проведены численные эксперименты при различных разбиениях:  $n=1, 3, 9, 27$ . При таких разбиениях положение узла в центре бруса остаётся неизменным, что позволяет более точно исследовать сходимость и точность метода. По разработанной программе получены результаты для задач с различными граничными условиями и видами нагрузок. Поскольку матрица внешней жёсткости МСД является трёх

диагональной, систему разрешающих уравнений целесообразно решать итерационным методом.

Из результатов сопоставительного анализа можно сделать вывод, что численные решения, полученные с использованием метода сосредоточенных деформаций, практически совпадают с точными решениями во всех рассмотренных задачах. Учёт податливости связей приводит к увеличению максимального перемещения, что отражает более точную динамическую реакцию конструкции.

#### **1.4. Учёт податливости стыковых соединений в элементах зданий**

При расчёте сборных железобетонных элементов важной задачей является учёт податливости стыковых соединений, выполненных с использованием стальных закладных деталей, а также различных типов стыковых соединений, таких как растворные швы, шпоночные соединения и другие. В бескаркасных зданиях сопряжения несущих стен и перекрытий осуществляются с применением различных технических решений, включая дискретные и непрерывные связи [85]. В конечно-элементной модели здания панели моделируются пластинчатыми элементами, а соединения между ними - стержневыми элементами. Дискретные стыковые соединения железобетонных панелей стен и плит перекрытий выполняются с использованием стальных закладных деталей, соединяемых сваркой с металлическими накладками. В многоэтажном здании сейсмические воздействия, передаваемые на вертикальные несущие конструкции, существенно влияют на формирование напряженно-деформированного состояния всей несущей системы. Это определяет важность точного расчёта распределения внешних нагрузок между вертикальными несущими элементами как одну из основных задач статического анализа. Жесткостные характеристики перекрытий играют ключевую роль в процессе перераспределения усилий - увеличение жёсткости диска перекрытия и его соединений с вертикальными элементами приводит к уменьшению разницы горизонтальных перемещений. В конструкциях рамно-связевых каркасов горизонтальные нагрузки преимущественно воспринимаются

вертикальными диафрагмами жёсткости и связевыми панелями, что необходимо учитывать при проектировании сейсмостойких зданий.

Для расчёта прочности элементов зданий и определения действующих усилий в элементах и связях необходимо учитывать жесткостные характеристики конечно-элементных стержневых элементов, такие как модуль деформации, моменты инерции в плоскости и из плоскости, а также модуль сдвига. Эти характеристики устанавливаются на основе расчёта податливости связей. Методика учёта податливостей дискретных связей в работах [209,210] рассмотрена не полностью. Расчёт 20-этажного здания со связевым каркасом [69] показал, что учёт сопротивления перекрытий к кручению снижает момент в основании диафрагм в 1,18 раза и прогиб верха здания в 1,44 раза по сравнению с расчётом того же здания при предположении податливости перекрытий из плоскости. Податливость сборных железобетонных диафрагм жёсткости определяется их геометрическими характеристиками (включая параметры проёмов), свойствами материалов элементов и податливостью их сопряжений. Одним из основных горизонтальных несущих элементов многоэтажных зданий всех конструктивных систем являются плиты.

Теоретические и экспериментальные исследования свидетельствуют о существенной податливости узловых соединений в сборных железобетонных конструкциях, что приводит к снижению общей жёсткости сборных перекрытий по сравнению с монолитными аналогами [251]. Физически эта податливость проявляется как смещение под действием единичных усилий различного типа - сжимающих, растягивающих, сдвигающих или вращающих. В ребристых железобетонных плитах перекрытий при горизонтальном нагружении опорные соединения испытывают комплексное напряженное состояние, воспринимая сдвигающие усилия, изгибающие моменты и крутящие воздействия в своей плоскости.

Проведённые исследования [40] выявили многофакторную зависимость податливости закладных деталей, включающую влияние их конструктивного исполнения, пространственной ориентации и количества анкерных стержней,

деформационных свойств бетона, а также параметров приложенной нагрузки. Экспериментально установленный диапазон податливости закладных деталей составил в пределах  $(1 \div 12) \cdot 10^4$  кН/м. Нелинейный характер угловых деформаций узловых соединений зависит от скорости нагружения и продолжительности воздействия. Для продольных рёбер с частичным заземлением исследования [120] рекомендуют использовать коэффициент угловой жёсткости величиной  $C = 9400$  кНм. Методика учёта податливости стыковых соединений сборных железобетонных панелей при расчёте крупнопанельных зданий на воздействие продольных сил, изгибающих моментов и сдвигающих усилий рассмотрена в [272].

С целью оценки податливости стыковых соединений в статье [272] получены зависимости между усилием и деформацией в связях. Исходя из анализа работы связей под действием растягивающих (сжимающих) усилий, изгибающих моментов и сдвигающих нагрузок позволил разработать три различные расчётные модели. На основании этих моделей установлены аналитические зависимости, связывающие величины действующих усилий всех рассмотренных типов с соответствующими деформациями связей. Полученные соотношения учитывают взаимное влияние различных видов нагружения и характер их совместного воздействия на деформационные характеристики соединений.

### **1.5. Взаимодействие здания с грунтовым основанием**

Многолетний опыт проектирования и эксплуатации зданий и сооружений показывает, что для обеспечения их эксплуатационной надёжности недостаточно выполнять только расчеты на прочности при статическом нагружении. В истории было много крупных катастроф и разрушений, произошедших из-за недооценки при проектировании динамических воздействий на конструкции или их части. В настоящее время сооружения становятся все более сложными, их возведение осуществляется в короткие сроки и может быть любой формы и этажности. Тенденция к снижению стоимости строительных материалов часто приводит к уменьшению жесткостных и прочностных характеристик конструкций. Наряду с традиционными строительными конструкциями, в практику строительства

внедряются новые, еще не до конца изученные конструкции. По этим и другим причинам увеличивается вероятность разрушения конструкций от колебаний. На сегодня существует множество вариантов численного моделирования работы грунта. Важным является выбор наиболее рациональной модели поведения основания.

Проблема динамического взаимодействия сооружения с грунтовым основанием является одной из ключевых в области сейсмостойкого строительства и динамики сооружений. Динамические характеристики сооружения в значительной степени зависят от свойств основания, что, в свою очередь, влияет на его поведение при воздействии динамических нагрузок [16].

В работах [259,331,332] представлены расчётные модели, которые позволяют учитывать изменение спектрального состава и волновую природу сейсмического воздействия. В источниках [31,32] рассматриваются вопросы, связанные со статистической теорией сейсмостойкости. Одним из ключевых аспектов при расчётах сейсмостойкости зданий является правильный выбор расчётной модели сооружения и грунтового основания

На сегодняшний день выполнено большое количество исследований, посвящённых задачам динамики и сейсмостойкости зданий в различных расчётных моделях [198,228]. Вопросы динамического взаимодействия сооружения с основанием подробно рассматриваются в работах [4,30,118,245, 254-256,273,333].

В статье [183] рассматриваются современные модели и методы анализа динамических задач взаимодействия здания с грунтовым основанием при сейсмическом воздействии.

Учёт податливости основания при выборе расчётной модели здания, в частности, для массивных и жёстких сооружений на просадочных грунтах имеет большое значение так как, известно [213], что от характеристик основания (упругих, инерционных, демпфирующих) значительно зависят динамические характеристики самого здания и, следовательно, его реакция на динамические воздействия. На сегодняшний день проведено огромное количество исследований,

где в связи с различными задачами динамики и сейсмостойкости в рамках самых различных расчётных моделей рассматривались задачи такого типа [107,112,197,198, 228]. Исследование динамического взаимодействия сооружения с основанием - рассмотрена в работах [4,28,30,118,245,254-256,273]. При решении таких задач, как правило, здание описывается не так подробно, как при расчётах его отдельных элементов, а неупругие деформации и повреждения, обычно, не рассматриваются. Учёт влияния основания зависит от задачи исследования: в большинстве случаев учитывается лишь упругая податливость основания, а инерционное и демпфирующее влияние основания не рассматривается. В работах Бирбраера А.Н. [28], Шульмана С.Г. [28], Чухлатого М.С. [273] приведена модель грунтового основания, сущность которой состоит в том, чтобы рассмотреть основание в виде некоторой системы эквивалентных пружин и демпферов, жёсткость и вязкость которых описывается экспериментально апробированными для различных грунтов коэффициентами.

При исследовании задач взаимодействия сооружения с основанием от сейсмического воздействия, следует также рассмотреть моделирование распространения сейсмических импульсов в грунтовой среде. Реакция геологической среды на динамические воздействия рассмотрены в работах Айзенберга Я.М. [9], Абу Лейл М.А. [4], Альберта И.У. [14], Баженова В.Г. [16], Немировича-Данченко М.М. [139], Вознесенского Е.А. [44], Тяпина А.Г. [255-257], Ратниковой Л.И. [213], Горбунов-Посадов М.И. [52], Дюкина Н.С. [72], Чухлатого М.С. [273], Ahmad S. [289], Bardet J.P. [292], Zahrandik J. [340]. Влиянию неоднородностей грунтовой среды на перераспределение энергии сейсмических волн посвящены работы Баженова В.Г. [16], Дюкина Н.С. [72], Ляхова Г.М. [126].

Известно, что колебания основания здания во время интенсивных землетрясений имеют хаотический характер и зависят от множества факторов, таких как спектр сейсмических волн, угол их подхода к поверхности, тип и жёсткость здания, форма и глубина заложения фундамента, а также состав и структура земной коры. Существует несколько методов определения сейсмических нагрузок на сооружение, которые учитывают соотношение между

собственными частотами конструкции и преобладающими частотами внешних воздействий [28].

Правильный выбор сетки конечных элементов при численном моделировании задач взаимодействия сооружения с грунтом влияет на точность результатов. Связь между длиной волны и размерами ячеек разностной сетки рассмотрено в работах Дюкина Н.С. [72], Ляхова Г.М. [126], Абу-Лейла М.А. [4], Nielsen P. [321], Ahmad S. [289], Bardet J.P. [292], Zahrandik J. [340]. В этих работах отмечается, что при численном моделировании малые размеры сооружения, длительность и высоко частотность сейсмического воздействия приводят к выбору большой расчётной области и густой сетки в результате чего вычислительные затраты возрастают сильно. В диссертационной работе [72] предложен метод решения двумерных и трёхмерных задач сейсмостойкости сооружений, который значительно снижает вычислительные затраты, учитывает эффекты контактного взаимодействия с грунтовым основанием и даёт удовлетворительные результаты согласующиеся с экспериментальными данными.

Вопросы выбора адекватной модели грунта рассмотрены в работах Ляхова Г.М. [126], Немировича-Данченко М.М. [139], Киселёва Ф.Б. [112], Вознесенского Е.А. [44] В этих работах отмечается, что во многих случаях можно использовать линейно - упругую модель. Различные расчётные модели учёта работы упругого основания были предложены исследователями в разное время.

**Модель Винклера.** В данной модели грунтовое основание рассматривается как система несвязных между собой упругих пружин. Филоненко-Бородич [262] усовершенствовал модель Винклера, предложив соединить сверху системы винклеровских пружин нерастяжимой мембраной. В этом случае при действии сосредоточенной силы на одну из пружин в работу также включаются и соседние и деформация основания происходит, в том числе, и за пределами загруженной площади.

**Модель Пастернак.** Данная модель [52,204] учитывает сопротивление материала основания как сжатию, так и сдвигу, при этом механические параметры основания задаются в виде двух коэффициентов.

**Модель Власов.** Для построения расчётной модели упругого основания [43] применён общий вариационный метод сведения трёхмерной задачи теории упругости к двумерной, а двумерной, к одномерной. Основание рассматривается как однослойная модель, свойства которой определяются двумя упругими характеристиками, связанными между собой толщиной слоя в отличие от двух коэффициентов в модели Пастернака.

Преимущество выше рассмотренных моделей учёта податливости основания является относительная простота алгоритма, применяемого при расчёте конструкций.

В настоящее время среди численных методов для анализа динамического взаимодействия сооружения с основанием, а также для моделирования волновых полей в геологической среде применяются конечно - разностные методы [49,121,126,213,226], вариационно-разностные методы [54,79,225,226,340], метод конечного элемента [50,79,81,107,316] и метод граничных элементов [4,121,330].  
Анализируем этих численных методов.

**Конечно-разностные методы** являются наиболее универсальными и гибкими при решении любых задач математической физики. Наиболее распространённой для данных схем исходной формой записи является система уравнений движения, дополненная выражениями деформаций через перемещения и определяющими соотношениями.

**Вариационно-разностные методы** отличаются от конечно-разностных тем, что в их основе лежит не дифференциальная, а вариационная задача. Близок к данному методу интегро-интерполяционный подход [226]. Можно считать вариационно-разностным любой метод, основанный на сеточной аппроксимации вариационной задачи для некоторого функционала. При этом построение базисных функций необязательно, что отличает вариационно-разностный метод от МКЭ. Основными достоинствами вариационно-разностных методов являются возможность использования неравномерных и нерегулярных сеток

**Метод конечного элемента** ведёт своё происхождение от методов сил и перемещений в строительной механике, а также от методов Рэлея-Ритца и Бубнова-

Галеркина. Вариационно-разностный и конечно-разностный методы по существу являются упрощёнными вариантами метода конечных элементов. Дискретные соотношения, вытекающие из КРМ или ВРМ, могут быть получены исходя из МКЭ при использовании определенных функций форм и сокращённого интегрирования. Отличительной чертой МКЭ по сравнению с конечно-разностными методами является то, что в нем неизвестные функции определены везде в области определения задачи, а не в дискретном наборе точек. При этом в качестве исходных уравнений для МКЭ могут использоваться как дифференциальные уравнения, так и вариационные принципы в зависимости от метода построения разрешающей системы уравнений (коллокации, взвешенных невязок, Рэлея-Ритца-Галеркина). Благодаря своей физической наглядности, высокой алгоритмичности и удобству применения в областях сложной формы МКЭ получил широкое распространение.

**Метод граничных элементов** зарекомендовал себя одним из перспективных методов. Данный метод заключается в построении волновых полей на основе интегралов типа Грина-Вольтерра, ядрами которых являются фундаментальные решения уравнений эластодинамики [34] т.е. поле перемещений внутри тела выражается через граничные перемещения и поверхностные силы, к определению которых и сводится задача. Удачно построенное разбиение границы на элементарные ячейки определяет эффективность метода. Обычно фундаментальные решения выбирают в виде расходящихся волн [32,304]. Понижение размерности задачи в методе ГИУ по сравнению с МКЭ или МКР существенно сокращает число неизвестных и объем обрабатываемой информации.

Понижение размерности, являющееся основным достоинством метода ГИУ, наиболее эффективно проявляется в неограниченных средах [121], в частности в задачах о распространении сейсмических волн [253, 289, 291, 292, 295, 330, 340]. В ограниченных телах понижение размерности может не дать положительного эффекта.

Вопросы соотношения длины волны и размеров ячеек разностной сетки подробно рассмотрены в работах [303,315].

В работах [293,321,322] исследовалось применение криволинейных сеток для задач сейсмического анализа, показавшее, что достаточно мелкое разбиение на квадратные или прямоугольные ячейки обеспечивает высокую точность решений.

Большое количество зарубежных исследователей сосредоточены на задачах контакта абсолютно жёсткого штампа определенной формы со слоем или полупространством в плоской или осесимметричной постановке [54,231].

В работе [139] рассмотрены методы и подходы, используемые при решении прямых динамических задач теории упругости и сейсмологии, а также проанализированы различные модели грунтовых сред.

В работе [112] исследуются свойства грунтового массива, состоящего из нескольких слоёв.

В работе [142] исследуется задача взаимодействия в системе «основание-сооружение» на основе модели однородного линейно-упругого полупространства с использованием метода граничных интегральных уравнений. Рассматривается напряжённо-деформированное состояние сооружения, взаимодействующего с упругим полупространством в условиях плоской деформации.

Таким образом, во многих случаях [44,112,139,183] возможно использовать достаточно простую модель упругого полупространства. Это позволяет свести задачу к расчёту колебаний твёрдого или упругого тела с заданной массой, расположенного на поверхности однородной, изотропной и непрерывной упругой среды или среды, состоящей из нескольких слоёв с различными механическими свойствами.

### **Выводы по первой главе**

1. Разработанный метод сосредоточенных деформаций возник как ответ на ограниченные возможности метода конечных элементов, обусловленные особенностями его расчётных моделей. Данный подход обеспечивает более точное описание напряженно-деформированного состояния несущих конструкций многоэтажных зданий за счёт учёта фактической податливости соединений между элементами. Такой учёт деформационных характеристик реальных узлов

сопряжения имеет принципиальное значение при анализе и проектировании высотных сооружений.

2. Проведённое численное моделирование с использованием созданных алгоритмов и программного обеспечения наглядно продемонстрировало высокую эффективность сейсмоизолирующих систем. Результаты расчётов свидетельствуют о существенном снижении величин ускорений и межэтажных сдвигов в конструкциях, оборудованных сейсмоизоляцией, при одновременном увеличении абсолютных перемещений здания в целом по сравнению с традиционными несущими системами.

3. Международные исследования показывают, что применение резинометаллических опор (РМО) способно уменьшать сейсмические воздействия на здания вплоть до пятикратного снижения. Данная система сейсмозащиты устраняет потребность в дополнительном усилении несущих конструкций против горизонтальных сейсмических сил, что приводит к существенной экономии строительных материалов - стали, бетона и других, обычно необходимых при возведении сейсмостойких сооружений.

4. Обзор научных публикаций свидетельствует о преобладающем использовании численных методов с применением специализированного программного обеспечения при расчётах зданий на сейсмические воздействия. Ключевым направлением повышения эффективности таких расчётов является совершенствование математических моделей, способных достоверно воспроизводить сейсмические процессы и особенности контактного взаимодействия строительных конструкций с грунтовым основанием.

5. Численное моделирование взаимодействия строительной конструкции с основанием демонстрирует прямую зависимость характера распределения вертикальных перемещений фундаментной плиты от жесткостных характеристик грунта. Полученные результаты расчётов подтверждают, что коэффициент жёсткости грунтового массива является определяющим фактором, влияющим на величину и картину осадок фундаментных элементов.

6. Здание и основание образуют единую динамическую систему, в которой параметры сооружения влияют на характеристики сейсмических воздействий, действующих на уровне основания. Следовательно, физические свойства грунта основания оказывают значительное влияние на реакцию сооружения.

7. Из обзора литературы по выбору адекватной модели грунта следует, что во многих случаях целесообразно использовать линейно - упругую модель грунтового основания.

## Глава 2. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЕЙСМИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

### 2.1. Преобразования Фурье

Колебания земной поверхности при землетрясениях характеризуются амплитудным спектром Фурье, играющим ключевую роль в оценке сейсмической опасности и прогнозировании параметров сильных движений. Изучение спектральных характеристик и их взаимосвязи с магнитудой, эпицентральной расстоянием, глубиной очага и грунтово-геологическими условиями представляет значительный практический интерес. С помощью спектрального анализа определяются преобладающие периоды акселерограмм, зафиксированных во время землетрясений. Преобразования Фурье преобразовывают некоторую функцию переменного  $t$  в другую функцию переменного  $\omega$ , и наоборот [21,22, 115,244,264].

Спектральная плотность  $F(\omega)$  в общем случае имеет вид

$$F(\omega) = \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt. \quad (2.1)$$

Формула (2.1) с учётом  $e^{-i\omega t} = \cos \omega t - i \sin \omega t$  имеет вид

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t dt - i \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \omega t dt = \\ &= a(\omega) - ib(\omega), \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$a(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t dt, \quad b(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \omega t dt, \quad (2.3)$$

где  $i$  – мнимая единица,

$a(\omega)$ ,  $b(\omega)$  – коэффициенты Фурье.

Функция  $F(\omega)$  действительного переменного  $\omega$ , которая является образом Фурье действительной функции времени  $f(t)$ , в общем случае является комплексной функцией частоты, имеющей действительную и мнимую части. Предполагается, что функция  $F(\omega)$  ограничена и интеграл (2.1) сходится равномерно по параметру

$\omega$ . Откуда следует непрерывность функции  $F(\omega)$  на всей числовой оси. Модуль этой функции

$$|F(\omega)| = \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}, \quad (2.4)$$

определяет амплитудный частотный спектр. Комплексную функцию  $F(\omega)$  можно представить в виде

$$F(\omega) = |F(\omega)| (\cos \varphi + i \sin \varphi) = |F(\omega)| e^{i\varphi}, \quad (2.4,a)$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}[b(\omega) / a(\omega)]. \quad (2.5)$$

Аргумент  $\varphi(\omega)$  – фазовый частотный спектр функции  $f(t)$ ,

$$-\pi / 2 < \varphi(\omega) < \pi / 2.$$

Обратное преобразование Фурье описывается уравнением

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.6)$$

Уравнение (2.6) выражает функцию  $f(t)$  через её преобразование Фурье. Уравнение (2.6) описывает синтезирование исходной функции  $f(t)$  из различных спектральных компонент  $F(\omega)$ . Как следует из (2.1) и (2.6) при вычислении амплитудного спектра интегрирование производится во временном пространстве, а при обратном преобразовании (2.6) интегрирование выполняется в частотной области. При этом предполагается, что функция  $f(t)$  удовлетворяет соответствующие условиям и интеграл (2.1) существует в обычном смысле по Лебегу, а интеграл (2.6) понимается в смысле главного значения по Коши. Равенство (2.6) при заданной функции  $f(t)$  можно рассматривать как интегральное уравнение относительно функции  $F(\omega)$ , решение которого даётся формулой (2.1). Может быть и на оборот, решение интегрального уравнения (2.1) относительно  $f(t)$  при заданной  $F(\omega)$  даёт формула (2.6). Уравнение (2.6) с учётом (2.4, а) представляется в виде

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)| e^{i(\omega t + \varphi)} d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)| \cos(\omega t + \varphi) d\omega + i \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)| \sin(\omega t + \varphi) d\omega.$$

Поскольку заданная функция  $|F(\omega)|$  является чётной, а синус - нечётной функцией частоты, интеграл от второго слагаемого равен нулю. В результате обратное преобразование Фурье можно записать в следующем виде

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |F(\omega)| \cos(\omega t + \varphi) d\omega =$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega t d\omega - \int_0^{\infty} B(\omega) \cos \sin \omega t d\omega \right], \quad (2.7)$$

$$A(\omega) = |F(\omega)| \cos \varphi, \quad B(\omega) = |F(\omega)| \sin \varphi.$$

Из формулы (2.7) видно, что непериодический сигнал  $f(t)$  можно представить в виде предельной суммы бесконечно малых гармонических колебаний, каждое из которых описывается амплитудами  $|F(\omega)|/\pi$  и начальными фазами  $\varphi = \varphi(\omega)$ .

Обратное преобразование Фурье (2.6) с учётом выражения (2.2) также можно записать следующим образом

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} [a(\omega) - ib(\omega)] (\cos \omega t + i \sin \omega t) d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [a(\omega) \cos \omega t + b(\omega) \sin \omega t] d\omega +$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} i [a(\omega) \sin \omega t - b(\omega) \cos \omega t] d\omega \quad (2.8)$$

Чтобы сигнал, полученный таким путём, оставался вещественным, необходимо потребовать, чтобы интегралы от нечётной функции в симметричных пределах равнялись нулю

$$\int_{-\infty}^{\infty} a(\omega) \sin \omega t d\omega = 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} b(\omega) \cos \omega t d\omega = 0.$$

Это возможно в том случае, если вещественная часть  $a(\omega)$  спектральной плотности сигнала есть чётная, а мнимая часть - нечётная функция частоты [21]

$$a(\omega) = a(-\omega), \quad b(\omega) = -b(-\omega).$$

В этом случае обратное преобразование сводится к следующей формуле

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [a(\omega) \cos \omega t + b(\omega) \sin \omega t] d\omega = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [a(\omega) \cos \omega t + b(\omega) \sin \omega t] d\omega. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Если вещественная функция  $f(t)$  является чётной функцией, то есть  $f(-t) = f(t)$ , то её Фурье-образ также будет чётной вещественной функцией, которая приобретает вид

$$\begin{aligned} F_c(\omega) &= \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t) (\cos \omega t - i \sin \omega t) dt = \\ &= \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t dt = 2 \int_{t=0}^{\infty} f(t) \cos \omega t dt, \end{aligned} \quad (2.10)$$

где второй интеграл вследствие нечётности подынтегральной функции обращается в ноль. При этом обратное преобразование (2.6) записывается в виде

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} F_c(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_c(\omega) (\cos \omega t + i \sin \omega t) d\omega = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F_c(\omega) \cos \omega t d\omega. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Здесь также второй интеграл из-за нечётности  $\sin \omega t$  обращается в ноль. Формула (2.10) определяет косинус - преобразование Фурье чётной функции  $f(t)$ . Формула (2.11) определяет обратное косинус - преобразование.

### 2.1.1. Исследование спектральной характеристики прямоугольного импульса

Предполагается, что одиночный импульс имеет продолжительность  $\tau$ , а интенсивность  $p$ . Следовательно, функция  $f(t)$  описывается выражением

$$f(t) = \begin{cases} p, & -\tau/2 \leq t \leq \tau/2, \\ 0, & t < -\tau/2, t > \tau/2. \end{cases}$$

С использованием формулы (2.1), получим

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt = p \int_{t=-\tau/2}^{\tau/2} e^{-i\omega t} dt = \\ &= -\frac{p}{i\omega} \left( e^{-i\omega\tau/2} - e^{i\omega\tau/2} \right) = p\tau \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}, \end{aligned} \quad (a)$$

откуда следует, что спектральная характеристика (спектральная плотность) прямоугольного импульса является вещественной функцией и модуль этой функции

$$|F(\omega)| = p\tau \frac{|\sin(\omega\tau/2)|}{\omega\tau/2}. \quad (б)$$

Из формулы (а) следует, что при  $\omega = 0$ , в соответствии с правилом Лопиталья, получим максимальное значение спектральной плотности

$$\begin{aligned} F(0) &= \lim_{\omega \rightarrow 0} p\tau \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} = \lim_{\omega \rightarrow 0} p\tau \frac{(\sin(\omega\tau/2))'}{(\omega\tau/2)'} = \\ &= \lim_{\omega \rightarrow 0} p\tau \frac{\tau/2 \cos(\omega\tau/2)}{\tau/2} = \lim_{\omega \rightarrow 0} p\tau \cos(\omega\tau/2) = p\tau. \end{aligned}$$

При значениях аргумента  $\omega\tau/2 = n\pi$  и  $\omega = 2n\pi/\tau$ , где  $n = 1, 2, \dots$ , спектральная плотность обращается в ноль  $F(\omega) = 0$ .

Обратное преобразование Фурье (2.6) с учётом (б) приводит к интегральной функции синуса

$$\begin{aligned}
f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)| e^{-i\varphi(\omega)} e^{i\omega t} d\omega = \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)| d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} p\tau \frac{|\sin(\omega\tau/2)|}{\omega\tau/2} d\omega = \\
&= \left| \begin{array}{l} \omega\tau/2 = x, \\ d\omega = (2/\tau)dx \end{array} \right| = \frac{p\tau}{\pi} \frac{2}{\tau} \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{2p}{\pi} \text{Si}(x). \tag{в}
\end{aligned}$$

Если учесть, что предел интегрального синуса равняется

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \text{Si}(x) = \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2},$$

то мы получим  $f(t) = p$ .

Таким образом, на примере тестовой задачи, где исходная функция представляется в виде одиночного прямоугольного импульса, показаны получения Фурье-образа функции  $f(x)$  (а), (б) и прообраз функции  $F(\omega)$  (в). Данный пример будет использован в качестве тестовой задача для анализа достоверности результатов численного моделирования, которое будет ниже применено для прямого и обратного интегрирования Фурье.

## 2.2. Численное интегрирование преобразования Фурье

Интегрирование преобразования Фурье можно выполнить с использованием численного метода. Для этого применим формулу Симпсона, которая обеспечивает повышенную точность не только для полиномов второй, но и третьей степени [60, 114]. В результате интегралы, приведённые в выражении (2.3), с использованием формулы Симпсона могут быть записаны в следующем виде

$$\begin{aligned}
a(\omega) &= \sum (t - 2\Delta\tau) + \frac{\Delta\tau}{3} \left[ f(t - 2\Delta\tau) \cdot \cos \omega(t - 2\Delta\tau) + \right. \\
&+ \left. 4f(t - \Delta\tau) \cdot \cos \omega(t - \Delta\tau) + f(t) \cdot \cos \omega(t) \right], \tag{2.12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b(\omega) &= \sum (t - 2\Delta\tau) + \frac{\Delta\tau}{3} \left[ f(t - 2\Delta\tau) \cdot \sin \omega(t - 2\Delta\tau) + \right. \\
&+ \left. 4f(t - \Delta\tau) \cdot \sin \omega(t - \Delta\tau) + f(t) \cdot \sin \omega(t) \right], \tag{2.13}
\end{aligned}$$

где  $\sum(t-2\Delta\tau)$  – результат суммирования для предшествующего интервала времени  $t-2\Delta\tau$ ,  
 $\Delta\tau$  – шаг интегрирования.

На каждом шаге  $2\Delta\tau$  численное суммирование выполняется в два этапа равной длительности. Интегрирование по формулам (2.12) и (2.13) проводится при заданных начальных условиях,  $\omega_k = k\Delta\omega$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N$  после чего с использованием выражений (2.4) и (2.5) определяются амплитудный и фазовый спектры функции  $f(t)$ .

Для получения амплитудных спектров в зависимости от периода в формулах (2.12) и (2.13) проводится замена круговой частоты на период.

$$\omega_k = 2\pi / T_k, \quad T_k = (k-1)\Delta T, \quad \Delta T = T_{\max} / N = 0,015 \text{ с.}$$

При этом шаг интегрирования  $\Delta\tau$  принимается равным  $\Delta t / 2$ ,  
где  $\Delta t$  – шаг оцифровки акселерограммы.

В результате численного интегрирования во временной области получим массивы чисел  $a(T_k)$  и  $b(T_k)$ . Затем по формуле (2.4) вычисляются значения амплитудного спектра, соответствующие различным моментам времени.

Численное интегрирование обратного преобразования по формуле (2.7) записывается в виде

$$f(t) = \sum(\omega - 2\Delta\omega) + \Delta\omega^* \left[ |F(\omega_{i-2})| \cos(\omega_{i-2}t + \varphi_{i-2}) + \right. \\ \left. + 4|F(\omega_{i-1})| \cos(\omega_{i-1}t + \varphi_{i-1}) + |F(\omega_i)| \cos(\omega_i t + \varphi_i) \right], \quad (2.14)$$

где  $\omega_i = \omega$ ,  $\omega_{i-1} = \omega - \Delta\omega$ ,  $\omega_{i-2} = \omega - 2\Delta\omega$ ,  $\Delta\omega^* = \Delta\omega / 3\pi$ ,  
 $\varphi_i = \varphi(\omega)$ ,  $\varphi_{i-1} = \varphi(\omega - \Delta\omega)$ ,  $\varphi_{i-2} = \varphi(\omega - 2\Delta\omega)$ .

Численное интегрирование обратного преобразования Фурье по формуле (2.9) представляется в виде

$$f(t) = \sum(\omega - 2\Delta\omega) + \\ + \Delta\omega^* \left[ a(\omega_{i-2}) \cos(\omega_{i-2}t) + b(\omega_{i-2}) \sin(\omega_{i-2}t) + \right.$$

$$+4(a(\omega_{i-1})\cos(\omega_{i-1}t) + b(\omega_{i-1})\sin(\omega_{i-1}t)) + \\ + a(\omega_i)\cos(\omega_it) + b(\omega_i)\sin(\omega_it)]. \quad (2.15)$$

В случаи использования косинус преобразования Фурье (2.10) и (2.11) представляются в виде

$$F_c(\omega) = \sum(t - 2\Delta\tau) + \\ + \Delta\tau^* [f(t - 2\Delta\tau) \cdot \cos \omega(t - 2\Delta\tau) + \\ + 4f(t - \Delta\tau) \cdot \cos \omega(t - \Delta\tau) + f(t) \cdot \cos \omega(t)], \quad (2.16)$$

$$f(t) = \sum(\omega - 2\Delta\omega) + \\ + \Delta\omega^* [F_c(\omega - 2\Delta\omega) \cdot \cos((\omega - 2\Delta\omega)t) + \\ + 4F_c(\omega - \Delta\omega) \cdot \cos((\omega - \Delta\omega)t) + \\ + F_c(\omega) \cdot \cos(\omega t)], \quad (2.17)$$

где  $\Delta\tau^* = \Delta\tau / 3\pi$ ,  $\Delta\omega^* = 2 \cdot \Delta\omega / 3$ ,

$\Delta\tau$ ,  $\Delta\omega$  — шаги интегрирования по времени и частоте соответственно.

**Реализации алгоритма численного преобразования Фурье.** Рассмотрим численное решение тестовой задачи (на примере параграфа 2.1.1). Прямое преобразование осуществляется от заданной функции  $f(t)$  в виде одиночного прямоугольного импульса продолжительностью  $\tau = 0,25$ с, интенсивностью  $p = 1$ . Шаг оцифровки импульса принимаем  $\Delta\tau = 0,025$ , шаг интегрирования по времени методом Симпсона  $\Delta\tau_1 = \Delta\tau / 2$ , наибольшая частота  $\omega_m = 100$ рад/с, шаг интегрирования по частоте принимается  $\Delta\omega = \omega_m / 40 = 100 / 40 = 2,5$ рад/с.

На основе разработанной компьютерной программы **СПЕКТР-15** получены результаты дискретного преобразования, которые сопоставлены с аналитическим решением (а)-(в). На рис.2.1 представлены графики изменения коэффициентов Фурье.

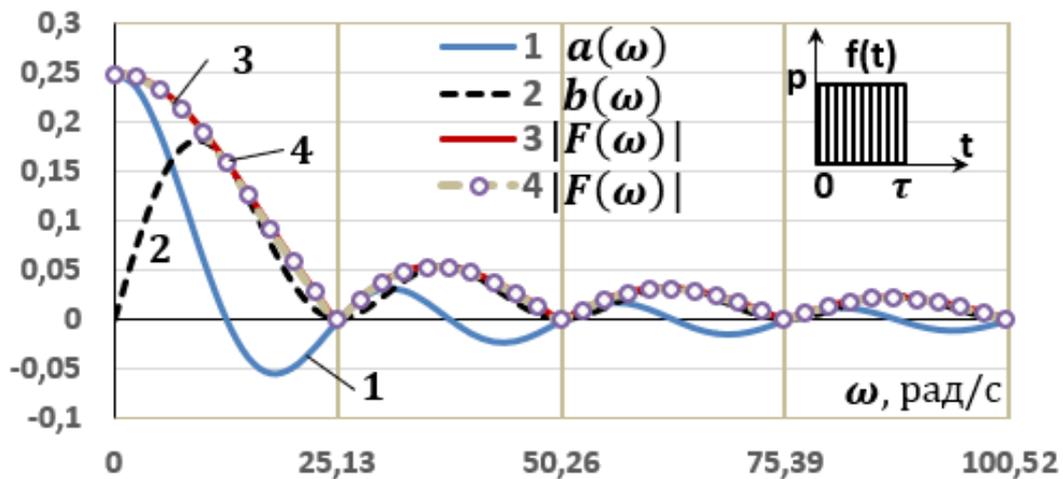


Рисунок 2.1. Коэффициенты Фурье и амплитудный спектр прямоугольного импульса

$$a(\omega) = p \int_{t=0}^{\tau} \cos \omega t dt, \quad b(\omega) = p \int_{t=0}^{\tau} \sin \omega t dt,$$

полученные численным интегрированием (кривые 1 и 2), а также графики амплитудного спектра, полученные по формуле (2.4) и (б) (кривые 3 и 4 соответственно). Видно, что результаты численного моделирования практически совпадает с данными аналитического решения.

Обратное преобразование, выполненное с использованием косинус преобразования (2.15), приводит к следующему результату

0	0,025	0,05	0,075	0,1	0,125	0,15	0,175	0,2	0,225	0,25
0,974	0,992	1,021	1,021	0,991	0,973	0,992	1,024	1,024	0,989	0,989

где в первой строке указаны время, а на второй строке приведены соответствующие значения импульса. Максимальная погрешность по сравнению с аналитическим решением равна 3,4%.

### 2.3. Амплитудные спектры различных землетрясений

Алгоритм численного решения задачи построения амплитудных спектров можно продемонстрировать на примере восьми акселерограмм землетрясений, представленных на рис. 2.2. Эти графики показывают ускорение в безразмерной виде  $\ddot{u}_0 / g$ . Также рассматривается одна синтезированная акселерограмма с кодом СА-482.

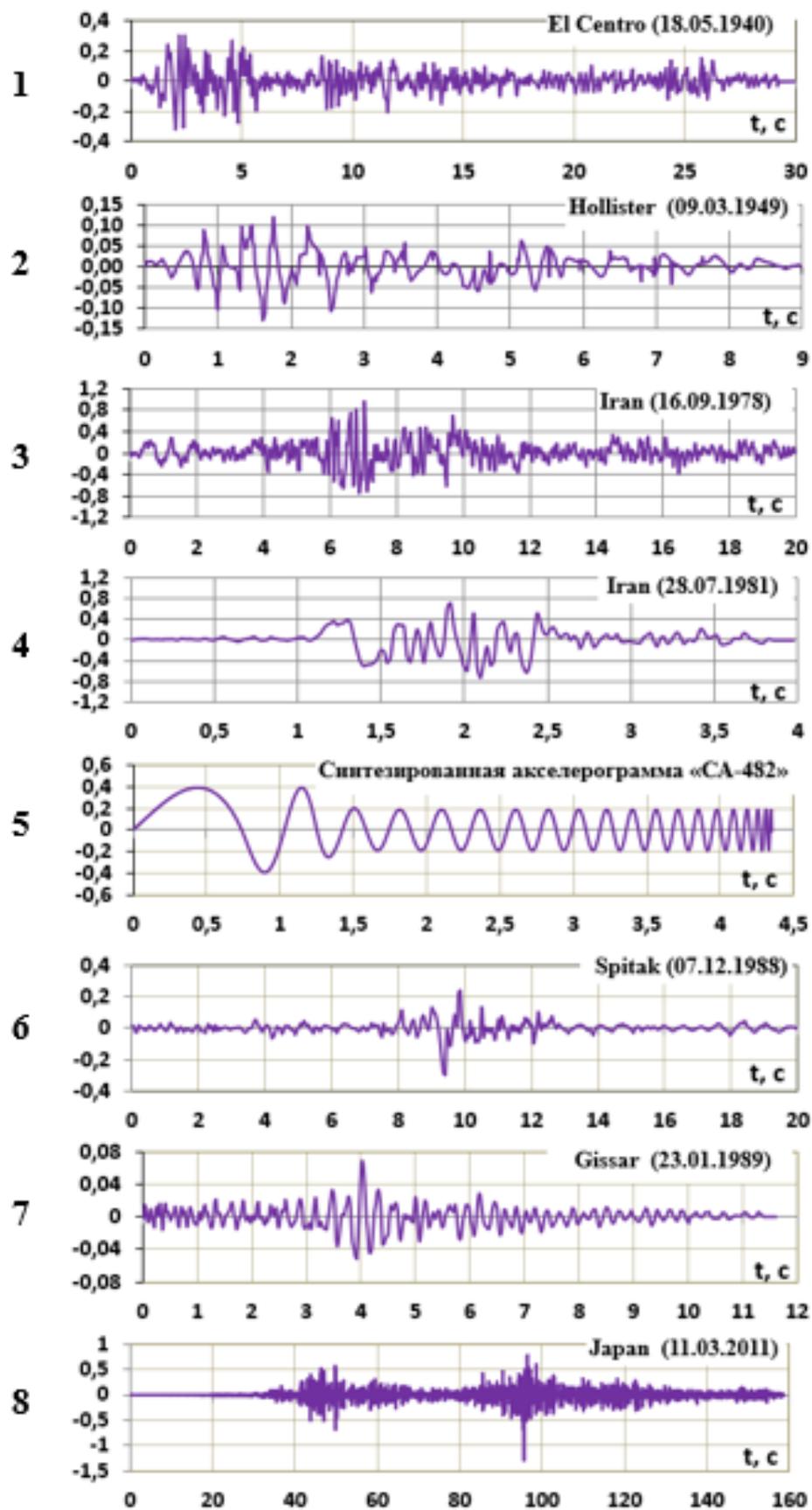


Рисунок 2.2. Акселерограммы землетрясений, где ускорения представлены в долях  $g$

В табл. 2.1 приведены основные характеристики рассматриваемых землетрясений,

где  $t_d$  – продолжительность записи землетрясения,

$\Delta t$  – шаг оцифровки,

$\ddot{u}_{0,\max}$  – максимальная амплитуда,

$M$  – магнитуда землетрясения.

Разработана компьютерная программа на языке Фортран **SPECTRUM-12** и получены результаты численного интегрирования по определению амплитудного спектра для каждой акселерограммы. Шаг интегрирования методом Симпсона принят равным  $\tau = \Delta t / 2$ ,

где  $\Delta t$  – шаг оцифровки акселерограммы.

Шаг разбивки периода свободных колебаний равняется  $\Delta T = 3/200 = 0,015$  с.

Коэффициент Симпсона  $k_p = \tau / 3 = \Delta t / 6$ .

На рис. 2.3 показаны графики амплитудных спектров, вычисленные для восьми акселерограмм. Из полученных данных видно, что амплитудно-частотные характеристики Иранского землетрясения 1978 года и Японского землетрясения демонстрируют сложное изменение. Их наибольшие максимумы - 598 см/с и 523 см/с — соответствуют периодам  $T = 0,78$  с и  $T = 0,45$ .

**Таблица 2.1.** - Основные характеристики акселерограмм

Акселерограммы землетрясений	$t_d$ , с	$\Delta t$ , с	$\ddot{u}_{0,\max}$ , см/с <sup>2</sup>	M
El Centro 1940	31,2	0,02	313	7,2
Hollister 1949	8,99	0,01	128	-
Иранское 1978 г.	19,98	0,02	916	7,4
Иранское 1981 г.	3,98	0,02	709	7,1
СА-482	4,36	0,005	392	-
Спитакское 1988	20,1	0,05	290	6,8
Гиссарское 1989	11,6	0,025	68	5,5
Японское 2011 г.	158,72	0,08	1270	8,9

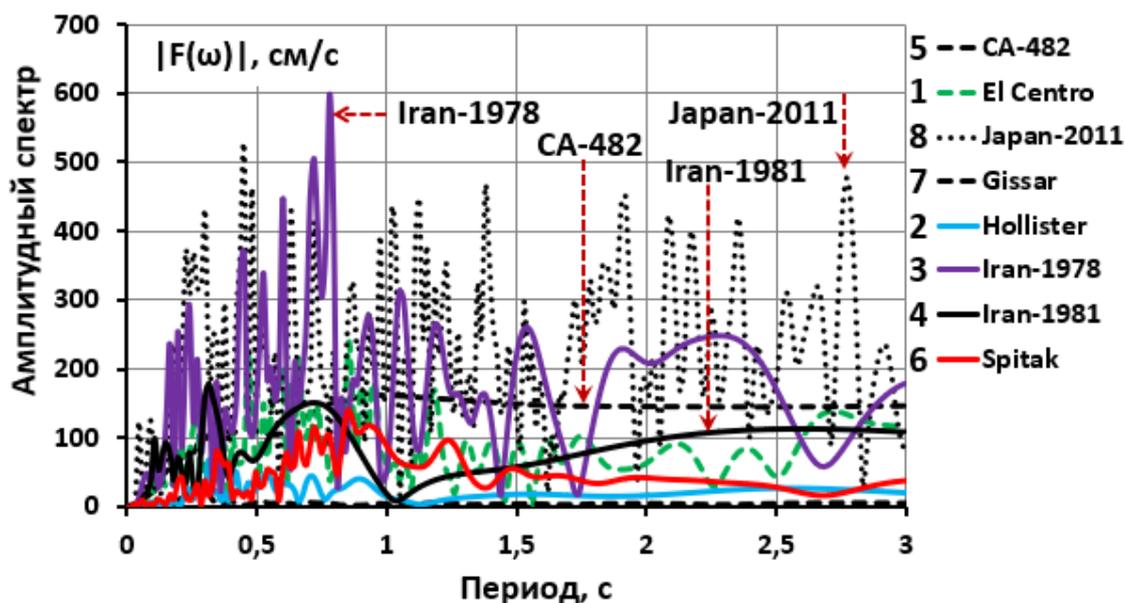


Рисунок 2.3. Сопоставление амплитудных спектров акселерограмм различных землетрясений

В амплитудном спектре Японского землетрясения наблюдается высокочастотное изменение на протяжении всего времени. Пики амплитудного спектра Иранского землетрясения 1978 года соответствуют периодам в пределах  $0,165 \leq T \leq 1,53$  с. Анализ амплитудного спектра Спитакского землетрясения выявил значительные колебания с пиковым значением 140 см/с, сопровождающиеся высокочастотными составляющими в интервале  $0,165 \leq T \leq 1,53$  секунда. Синтезированная акселерограмма CA-482 характеризуется более плавной динамикой при максимальной амплитуде колебаний 162 см/с.

#### 2.4. Энергетические спектры

Полная энергия землетрясения определяется из теоремы Парсеваля [22, с.83], согласно которой энергия при интегрировании квадрата временной функции во временном интервале равняется энергии при интегрировании квадрата модуля спектра амплитуд по всему интервалу частот  $E_f = E_F$ ,

где

$$E_f = \int_{t=0}^{\infty} |f(t)|^2 dt, \quad (2.18)$$

$$E_F = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega. \quad (2.19)$$

С заменой  $\omega = 2\pi/T$ ,  $d\omega = (2\pi/T)' = 2\pi(1/T)' = -2\pi dT/T^2$ , интеграл (2.19) можно записать в виде

$$E_F = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = -2 \int_{\infty}^0 \frac{|F(T)|^2}{T^2} dT = 2 \int_0^{\infty} \frac{|F(T)|^2}{T^2} dT, \quad (2.20)$$

$$|F(\omega)|^2 = a^2(\omega) + b^2(\omega),$$

где  $|F(\omega)|^2$  – спектральная плотность энергии или энергетический спектр. Интеграл (2.18) называется полной энергией функции  $f(t)$ . Численным интегрированием по времени и в интервале частот, с заменой  $\omega = 2\pi/T$ , получены значения полной энергии. В табл.2.2 приведены результаты численного решения интегралов (2.18) и (2.19)

**Таблица 2.2.** - Полная энергия землетрясений

$N_A$	$\tau_A, \text{с}$	$E_f$	$E_F$	$\delta, \%$
1560	0,01	$0,1075 \cdot 10^6$	$0,1075 \cdot 10^6$	0
900	0,005	$0,8302 \cdot 10^4$	$0,8389 \cdot 10^4$	1,03
1000	0,01	$0,6043 \cdot 10^6$	$0,6542 \cdot 10^6$	7,6
200	0,01	$0,1660 \cdot 10^6$	$0,1558 \cdot 10^6$	6,1
872	0,0025	$0,1553 \cdot 10^6$	$0,1401 \cdot 10^6$	9,7
402	0,025	$0,2813 \cdot 10^5$	$0,2741 \cdot 10^5$	2,5
465	0,0125	$0,1749 \cdot 10^4$	$0,1670 \cdot 10^4$	4,5
1985	0,04	$0,1257 \cdot 10^7$	$0,1197 \cdot 10^7$	4,7

где  $N_A$  – число точек в оцифрованной акселерограмме,

$\tau_A = \Delta t / 2$  – шаг интегрирования во времени,

$\tau_F$  – шаг интегрирования в интервале времени, соответствующий амплитудному спектру

$$\tau_F = T / (N_T - 1),$$

где для всех амплитудных спектров принят:  $T = 3$  с,  $N_T = 201$  и  $\tau_F = 0,015$  с,  
 $\delta$  – относительная погрешность.

Результаты показывают, что только в случае с акселерограммой El Centro мы имеем точное совпадение энергии, а в остальных имеет место погрешность от 1,03% до 9,7%. Эти погрешности связаны с выбранном отрезке времени  $T$ , на котором строится амплитудный спектр. Например, если принять  $T = 10$  с, то погрешность в разности энергии для акселерограммы под номером 5 получается равным 3,2%.

## 2.5. Численное моделирование обратного преобразования Фурье

Рассмотрим обратную задачу спектральной теории, где требуется определить сигнал по его спектральной плотности, которая считается заданной. Формула обратного преобразования Фурье (2.6) предполагает интегрирования комплексных функций и неудобно для непосредственных вычислений. В (2.6) интегрирование производится по всем частотам от  $\omega = -\infty$  до  $\omega = +\infty$ , хотя отрицательные частоты не имеют физического смысла.

Рассмотрим обратное преобразование с использованием формулы (2.9), где коэффициенты Фурье численно интегрируются в частотной области. Для этого задается  $\Delta\omega$  и принимается  $\omega_k = k\Delta\omega$ ,

где  $k = 0, 1, 2, \dots, N$ ,  $N = 200$ , а также  $\Delta\tau = \Delta t / 2$ ,

$\Delta t$  – шаг оцифровки акселерограммы.

$$\begin{aligned}
 a(\omega_k) &= \Delta\tau \left[ f_{j-2} \cos \omega_k t_{j-2} + 4f_{j-1} \cos \omega_k t_{j-1} + f_j \cos \omega_k t_j \right], \\
 b(\omega_k) &= \Delta\tau \left[ f_{j-2} \sin \omega_k t_{j-2} + 4f_{j-1} \sin \omega_k t_{j-1} + f_j \sin \omega_k t_j \right], \\
 k &= 0, 1, 2, \dots, N, \quad j = 2, 3, \dots, M, \quad M = 2L, \\
 f(t_j) &= \Delta\omega \left[ a_{k-2} \cos \omega_{k-2} t_j + 4a_{k-1} \cos \omega_{k-1} t_j + a_k \cos \omega_k t_j \right] + \\
 &+ \Delta\omega \left[ b_{k-2} \sin \omega_{k-2} t_j + 4b_{k-1} \sin \omega_{k-1} t_j + b_k \sin \omega_k t_j \right], \quad (2.21)
 \end{aligned}$$

где  $\Delta\tau^* = \Delta\tau / 3$ ,  $\Delta\tau = \Delta t / 2$ ,

$\Delta t$  – шаг оцифровки акселерограммы,

$\Delta\omega^* = \Delta\omega / 6$ ,  $\Delta\tau$ ,  $\Delta\omega / 2$  – шаги интегрирования по временной и частотной области.

На рис.2.4 приведены результаты численного моделирования обратного преобразования Фурье на примере синтезированной акселерограммы СА-482 (кривая 1), полученные при различных значениях  $\Delta\omega$  (кривые 2,3,4). Сравнение показывает, что по амплитудным значениям есть совпадение, а по частотным характеристикам отличие значительное.

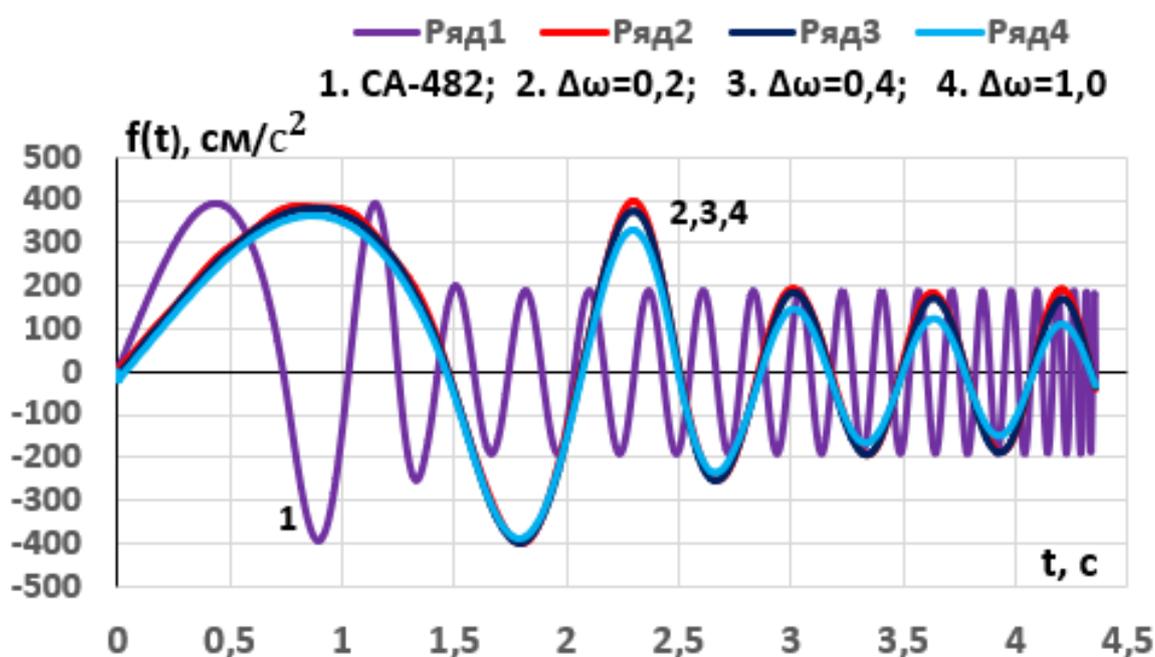


Рисунок 2.4. Сравнение результатов обратного преобразования

По вышеизложенному алгоритму выполнено обратное преобразование Фурье акселерограммы El Centro. На рис.2.5 представлены результаты, полученные при различных разбиениях частотной оси, которые сравниваются с заданной акселерограммой. Здесь также наблюдается не совпадение по частотным характеристикам. Видно, что при  $\Delta\omega = 1,0$ рад/с (кривая 3) отличие имеет место и по амплитудным характеристикам.

При использовании косинус преобразования формулы (2.10) и (2.11) представляются в виде

$$F(\omega_k) = 2\Delta\tau^* \left[ f_{j-2} \cos \omega_k t_{j-2} + 4f_{j-1} \cos \omega_k t_{j-1} + f_j \cos \omega_k t_j \right],$$

$$f(t_j) = \Delta\omega^{**} \left[ F_{k-2} \cos \omega_{k-2} t_j + 4F_{k-1} \cos \omega_{k-1} t_j + F_k \cos \omega_k t_j \right],$$

(2.22)

$$k = 0, 1, 2, \dots, M, \quad j = 2, 4, 6, \dots, N, \quad N = 2N_a,$$

где  $\Delta\omega^{**} = \Delta\omega^* / \pi$ ,

$M = 200$  – число разбиения частотной оси,

$N_a$  – число точек оцифровки акселерограммы.

Результаты обратного преобразования, полученные на основе косинуса преобразования (2.22), практически совпадает с данными (2.21).

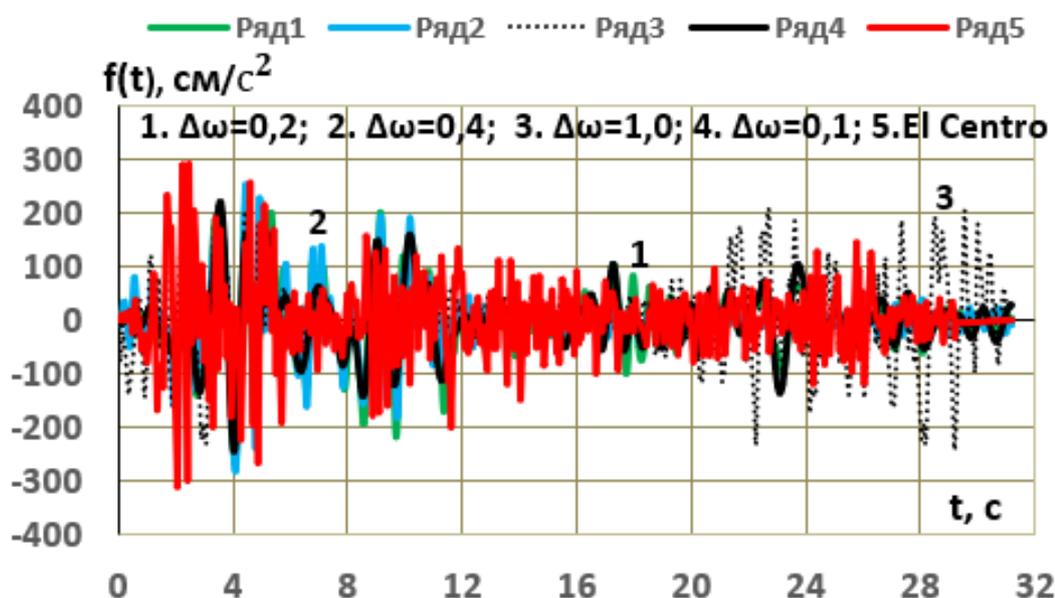


Рисунок 2.5. Результаты обратного преобразования акселерограммы El Centro

## 2.6. Спектры реакций

Спектр реакции (response spectrum) служит ключевым инструментом для расчёта сейсмических нагрузок. Наибольшую точность при оценке интенсивности воздействия землетрясений на строительные конструкции обеспечивают именно

спектры реакций. Данные графики отображают взаимосвязь между параметрами отклика системы, её собственной частотой и различными уровнями демпфирования. Далее будет рассмотрено численное решение задачи расчёта спектра реакций. В отличие от работы Б. Маркуса [22], в данной работе спектры кинематических реакций, вызванных сейсмическими воздействиями, представленными в табл. 2.1, получены с использованием численного моделирования. Исследование включало сопоставление спектров скоростей реакций с соответствующими амплитудными спектрами Фурье. Расчёт спектров реакций основан на решении дифференциального уравнения сейсмических колебаний для системы с одной степенью свободы (рис. 2.6), имеющего следующий вид

$$\begin{aligned}
 m\ddot{u} + c\dot{u} + ku &= -m\ddot{u}_0(t), \\
 \ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2u &= -\ddot{u}_0(t),
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

где  $m$  — сосредоточенная масса;

$c$  — коэффициент вязкого затухания;

$k$  — коэффициент жёсткости;

$\ddot{u}_0(t)$  — ускорение грунта основания;

$\omega = \sqrt{k/m}$  — круговая частота свободных колебаний без учёта затухания;

$\xi = c/c_c = c/2m\omega$  — параметр затухания;

$c_c = 2m\omega$  — критическое затухание.

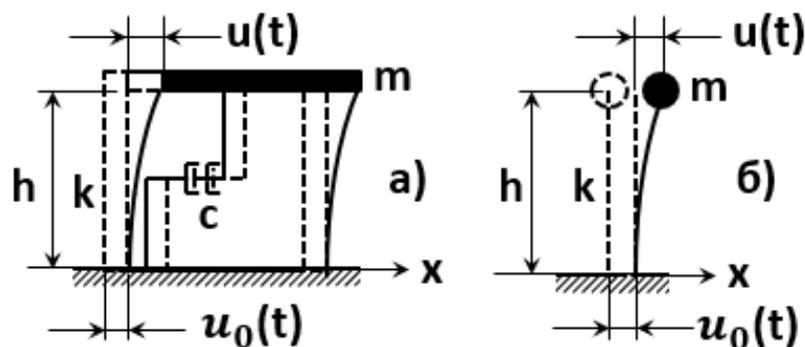


Рисунок 2.6. Система с одной степенью свободы

Критическое затухание представляет собой минимальный уровень демпфирования, необходимый для экспоненциального затухания колебаний до нулевого значения и полного прекращения свободных колебаний системы. Решение уравнения (2.23) может быть получено с использованием интеграла Дюамеля, что представлено в работах Назарова [136] и Клафа [114], в следующем виде

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_1} \int_{\tau=0}^t \ddot{u}_0(\tau) \exp[-\xi\omega(t-\tau)] \sin \omega_1(t-\tau) d\tau, \quad (2.24)$$

где  $\omega_1 = \omega\sqrt{1-\xi^2}$  – частота колебаний с учётом затухания.

Уравнение (2.24) с учётом тригонометрического соотношения

$$\sin \omega_1(t-\tau) = \sin \omega_1 t \cos \omega_1 \tau - \cos \omega_1 t \sin \omega_1 \tau,$$

можно представить в виде

$$u(t) = -[A(t) \sin \omega_1 t - B(t) \cos \omega_1 t], \quad (2.25)$$

$$A(t) = \frac{1}{\omega_1} \int_{\tau=0}^t \ddot{u}_0(\tau) \exp[-\xi\omega(t-\tau)] \cos \omega_1 \tau d\tau, \quad (2.25,a)$$

$$B(t) = \frac{1}{\omega_1} \int_{\tau=0}^t \ddot{u}_0(\tau) \exp[-\xi\omega(t-\tau)] \sin \omega_1 \tau d\tau. \quad (2.25,b)$$

Скорость движения массы относительно основания, как производная от перемещения (2.25), с учётом соотношения

$$\cos \omega_1(t-\tau) = \cos \omega_1 t \cos \omega_1 \tau + \sin \omega_1 t \sin \omega_1 \tau,$$

получается в виде

$$\begin{aligned} \dot{u}(t) &= -\omega_1 [A(t) \cos \omega_1 t + B(t) \sin \omega_1 t] - \\ &\quad -\xi\omega [A(t) \sin \omega_1 t - B(t) \cos \omega_1 t] = \\ &= \int_0^t \ddot{u}_0(\tau) \exp[-\xi\omega(t-\tau)] \cos \omega_1(t-\tau) d\tau + \xi\omega u(t). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Анализ уравнения (2.23) показывает, что при пренебрежении величиной  $\omega^2 u$ , которая на порядок меньше  $2\xi\omega\dot{u}$  [77], абсолютное ускорение массы

относительно неподвижной системы координат ( $\ddot{u}_1 = \ddot{u}_0 + \ddot{u}$ ) с учётом соотношения (2.24) может быть представлено в следующем виде

$$\begin{aligned} W(t, \xi, T) &= \ddot{u}_1(t) = -\omega^2 u(t) - 2\xi \omega \dot{y} = \\ &= -\omega^2 (1 + 2\xi^2) [A(t) \sin \omega t - B(t) \cos \omega t] + \\ &+ 2\xi \omega^2 [A(t) \cos \omega t + B(t) \sin \omega t], \end{aligned} \quad (2.27)$$

где  $W(t, \xi, T)$  – сейсмическое ускорение линейного осциллятора с периодом

$$T = 2\pi / \omega \quad \text{и параметром затухания } \xi.$$

Пиковое значение сейсмической силы во временной области определяется по формуле, приведённой в работе [157,182]

$$S(t, \xi, T)_{\max_t} = m |W(t, \xi, T)|_{\max_t} = m C_W(\xi, T), \quad (2.28)$$

$$C_W(\xi, T) = |W(t, \xi, T)|_{\max_t} = \left| \omega^2 [A(t) \sin \omega_1 t - B(t) \cos \omega_1 t] \right|_{\max_t}. \quad (2.29)$$

Данная величина  $C_W(\xi, T)$  представляет собой спектр ускорений, характеризующий пиковые значения ускорения массы системы при сейсмическом воздействии  $\ddot{u}_0(t)$  с коэффициентом демпфирования  $\xi$  для различных периодов колебаний  $T$ . Анализируя численные значения, полученные из выражения (2.29) при варьировании при постоянном  $\xi$ , можно построить графическую зависимость спектра ускорений  $\ddot{u}_0(t)$  от периода  $T$ . Спектральные характеристики скоростей  $C_V$  и перемещений  $C_U$  определяются через указанные параметры с использованием соотношений, приведённых в работе Завриева [77].

$$C_W(\xi, T) = \omega C_V(\xi, T) = \omega^2 C_U(\xi, T), \quad (2.30)$$

$$C_V(\xi, T) = C_W(\xi, T) / \omega = \left| \omega [A(t) \sin \omega_1 t - B(t) \cos \omega_1 t] \right|_{\max_t}, \quad (2.31)$$

$$C_U(\xi, T) = C_W(\xi, T) / \omega^2 = \left| A(t) \sin \omega_1 t - B(t) \cos \omega_1 t \right|_{\max_t}, \quad (2.32)$$

здесь  $C_V(\xi, T)$  называется спектром псевдоскорости [192].

В данном контексте величина  $C_V(\xi, T)$  определяется как спектр псевдоскорости согласно терминологии Ньюмарка [192]. Двойное интегрирование по частям в выражении для скорости позволяет получить следующую зависимость

$$V(t, \xi, T) = W(t, \xi, T) / \omega = \int_0^t \ddot{u}_0(\tau) \exp[-\xi\omega(t - \tau)] \sin \omega(t - \tau) d\tau, \quad (2.33)$$

Данная методика позволяет вывести зависимость  $V(t, \xi, T)$  от грунтовых смещений  $u_0(t)$ , что даёт возможность построения спектральных характеристик на основе анализа сейсмограмм, как показано в исследованиях Медведева [130].

$$V^*(t, \xi, T) = \omega u_0(t) - \omega^2 (1 - \xi^2) \int_0^t u_0(\tau) \exp[-\xi\omega(t - \tau)] \sin \omega(t - \tau) d\tau - \\ - 2\xi\omega^2 \int_0^t u_0(\tau) \exp[-\xi\omega(t - \tau)] \cos \omega(t - \tau) d\tau. \quad (2.34)$$

В результате пренебрежения малозначимой величиной  $\xi^2$  можно получить спектр псевдоскорости, характеризующий реакцию системы на сейсмическое воздействие, заданное сейсмограммой землетрясения.

$$C_V^*(\xi, T) = \left| \omega u_0(t) - \omega^2 \int_0^t u_0(\tau) \exp[-\xi\omega(t - \tau)] \times \right. \\ \left. \times [\sin \omega(t - \tau) + 2\xi \cos \omega(t - \tau)] d\tau \right|_{\max}. \quad (2.35)$$

Формула (2.30) позволяет вычислить спектральные характеристики смещений и ускорений, вызванных сейсмическим воздействием, представленным в виде сейсмограммы.

$$C_U^*(\xi, T) = C_V^*(\xi, T) / \omega, \quad C_W^*(\xi, T) = \omega C_V^*(\xi, T). \quad (2.36)$$

Спектры реакций количественно характеризуют динамическое поведение линейных систем с одной степенью свободы, обладающих определенным периодом колебаний  $T$  и коэффициентом демпфирования  $\xi$ , наглядно отображая их отклик на сейсмическое воздействие.

## 2.7. Построение спектров кинематических реакций

Решение интегралов в (2.25) - (2.32) методом Симпсона сводится к численному процессу суммирования. Для наглядности, фрагмент компьютерной программы, где выполняются эти вычисления, приводится на рис. 2.7.

В программе приняты следующие обозначения:

$DTM(I)=DT2/(3*OMG(I)$ ,  $DT2=DT1/2$ ,  $OMG(I)=2*PI/TTS(I)$ ,  
 $TTS(I)=(I-1)*DTT$ ,  $DTT=ТОК/(MT-1)$ ,  $ТОК=3$  с – максимальное значение периода,  $MT=201$ ,  $MA2=2*MA1-1$ ,  $MA1$ - число точек в оцифрованной акселерограмме.

```

-----
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ, СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ
DO 567 I=2,MT
DO 567 J=3,MA2,2
-----

AS0=AS0*EXP(-KSI*OMG(I)*2*DT2)+
*(U01(J-2)*COS(OMG(I)*((J-1)*DT2-2*DT2))*EXP(-KSI*OMG(I)*2*DT2)+
*4*U01(J-1)*COS(OMG(I)*((J-1)*DT2-DT2))*EXP(-KSI*OMG(I)*DT2)+
*U01(J)*COS(OMG(I)*(J-1)*DT2)

BS0=BS0*EXP(-KSI*OMG(I)*2*DT2)+
*(U01(J-2)*SIN(OMG(I)*((J-1)*DT2-2*DT2))*EXP(-KSI*OMG(I)*2*DT2)+
*4*U01(J-1)*SIN(OMG(I)*((J-1)*DT2-DT2))*EXP(-KSI*OMG(I)*DT2)+
*U01(J)*SIN(OMG(I)*(J-1)*DT2)

ASS(I,J)=AS0
BSS(I,J)=BS0
560 CONTINUE
-----

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ, СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ
DO 567 I=2,MT
DO 567 J=3,MA2,2
-----

SK(I,J)=-OMG(I)*DTM(I)*(ASS(I,J)*COS(OMG(I)*(J-1)*DT2)+
*BSS(I,J)*SIN(OMG(I)*(J-1)*DT2))-
*KSI*OMG(I)*DTM(I)*(ASS(I,J)*SIN(OMG(I)*(J-1)*DT2)-
*BSS(I,J)*COS(OMG(I)*(J-1)*DT2)) !РЕАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ

US(I,J)=OMG(I)**2*(1+2*KSI**2)*DTM(I)*(ASS(I,J)*
*SIN(OMG(I)*(J-1)*DT2)-BSS(I,J)*COS(OMG(I)*(J-1)*DT2))+
*2*KSI*OMG(I)**2*DTM(I)*(ASS(I,J)*COS(OMG(I)*(J-1)*DT2)+
*BSS(I,J)*SIN(OMG(I)*(J-1)*DT2)) !РЕАЛЬНОЕ УСКОРЕНИЕ

567 WAB(I,J)=-DTM(I)*(ASS(I,J)*SIN(OMG(I)*(J-1)*DT2)-
*BSS(I,J)*COS(OMG(I)*(J-1)*DT2)) !РЕАЛЬНОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ
-----

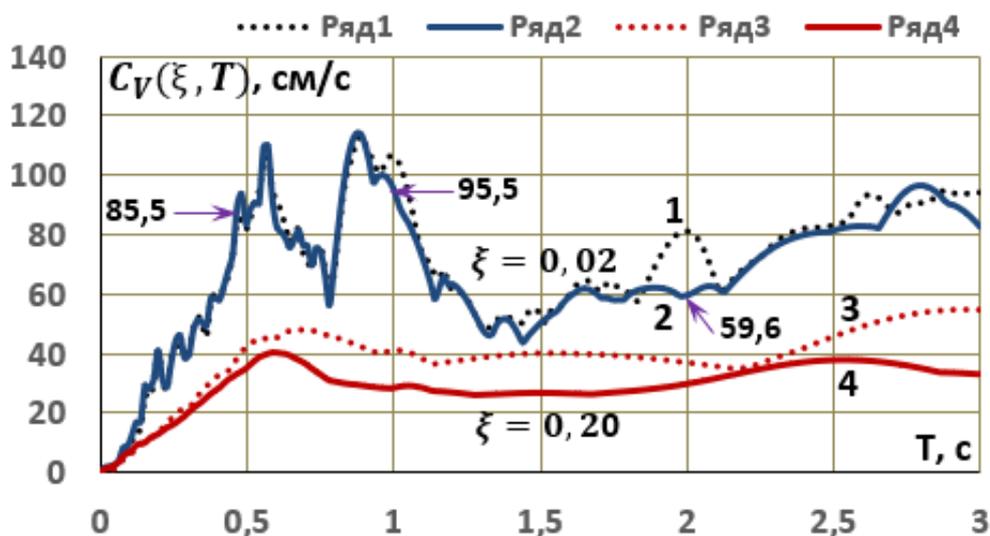
DO 568 I=2,MT
DO 568 J=3,MA2,2
WSS(I,J)=WAB(I,J)*OMG(I) !ПСЕВДОСКОРОСТЬ
568 WUS(I,J)=WAB(I,J)*OMG(I)**2 !ПСЕВДОУСКОРЕНИЕ
-----

```

Рисунок 2.7. Фрагмент программы SPECTRUM, где производится вычисление спектров скоростей, ускорений и перемещений

С использованием разработанной компьютерной программы на языке Фортран «R-SPECTRUM» (Приложение 3) были проведены численные эксперименты, в ходе которых получены спектры кинематических реакций для заданных акселерограмм землетрясений. Для верификации полученных результатов была рассмотрена тестовая задача, описанная в работе Чопры [298]. На

рис. 2.8 показаны рассчитанные для акселерограммы El Centro спектральные характеристики скоростей и псевдоскоростей при различных значениях коэффициента демпфирования. Результаты, полученные при  $\xi = 0,02$  сравниваются с данными [298, с. 211], где указаны числовые значения в in/sec (дюйм/с, 1 дюйм = 2,54 см) при  $T=0,5;1;2$ с. Сравнение показывает практически полное совпадение результатов.



1, 3 – псевдоскорость; 2,4 – действительная скорость

Рисунок 2.8. Сравнение спектров скоростей при различных параметрах затухания акселерограммы El Centro

На рис. 2.9 представлены спектры скоростей реакций, рассчитанные по уравнению (2.31) для различных акселерограмм при отсутствии демпфирования.

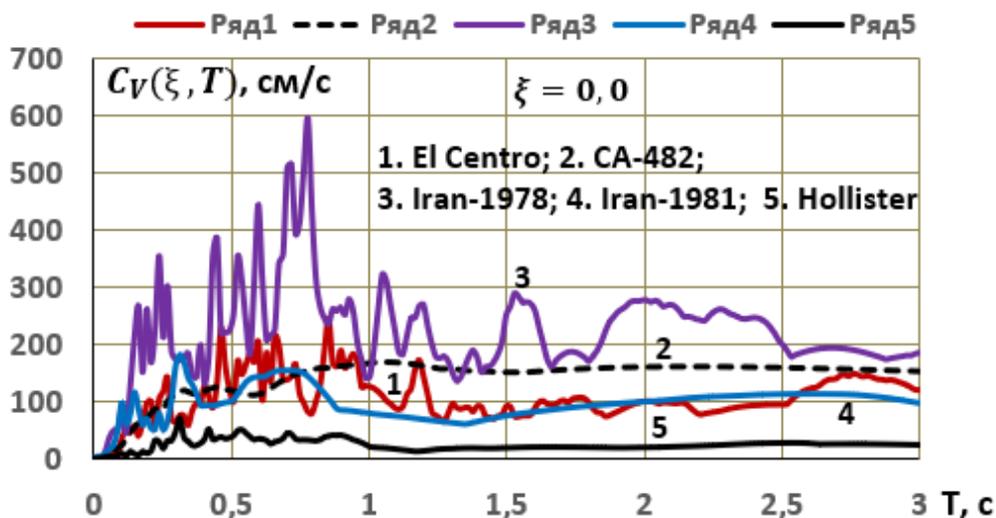


Рисунок 2.9. Спектры скоростей реакций пяти акселерограмм при  $\xi = 0$

Сопоставление этих данных с амплитудными спектрами Фурье (рис. 2.3) выявило их значительное сходство как по амплитудным, так и по частотным параметрам.

Анализ спектров ускорений на рис. 2.10 показывает, что пиковая амплитуда спектра для акселерограммы землетрясения в Иране 1978 года (кривая 2) превышает аналогичный показатель синтезированной акселерограммы CA-482 (кривая 4) примерно втрое. После нормирования спектров на ускорение  $0,4g$ , максимальное значение коэффициента динамичности для CA-482 достигает 3 в диапазоне периодов от  $T = 0,125$  до  $T = 0,5$  с, тогда как для иранского землетрясения при  $T = 0,2$  с этот параметр возрастает до 8,75.

На рис. 2.10 также представлены спектры ускорений реакций различных землетрясений. Можно заметить, что пиковые значения ускорений для всех акселерограмм соответствуют периодам в диапазоне от 0,05 до 0,75 с.

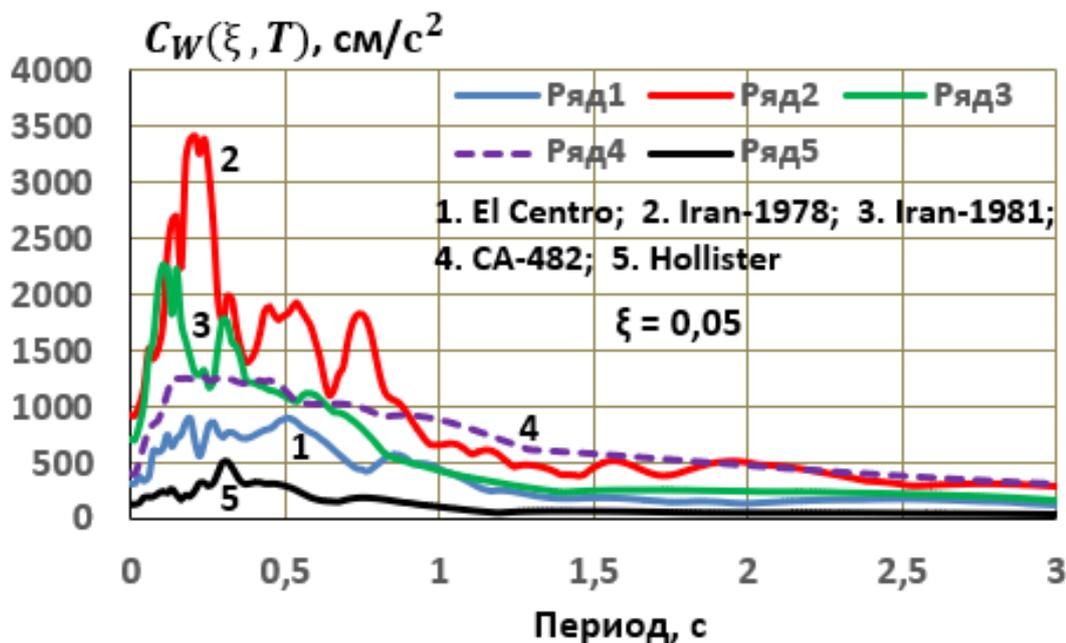


Рисунок 2.10. Сравнение спектров ускорений пяти акселерограмм при  $\xi = 0,05$

На рис.2.11 и 2.12 приведены спектры псевдоскоростей и псевдоперемещений четырёх акселерограмм при  $\xi = 0,05$ .

Было проведено отдельное исследование акселерограммы *Japan-2011*. Данная акселерограмма, оцифрованная с шагом  $\Delta t = 0,08$  с, имеет продолжительность  $t_A = 158,72$  с (рис.2.2). Пиковые значения ускорений, равные

1,29g и 0,77g, соответствуют моментам времени 95,68с и с. На рис.2.13 представлены спектры ускорений, скоростей и перемещений 96,48

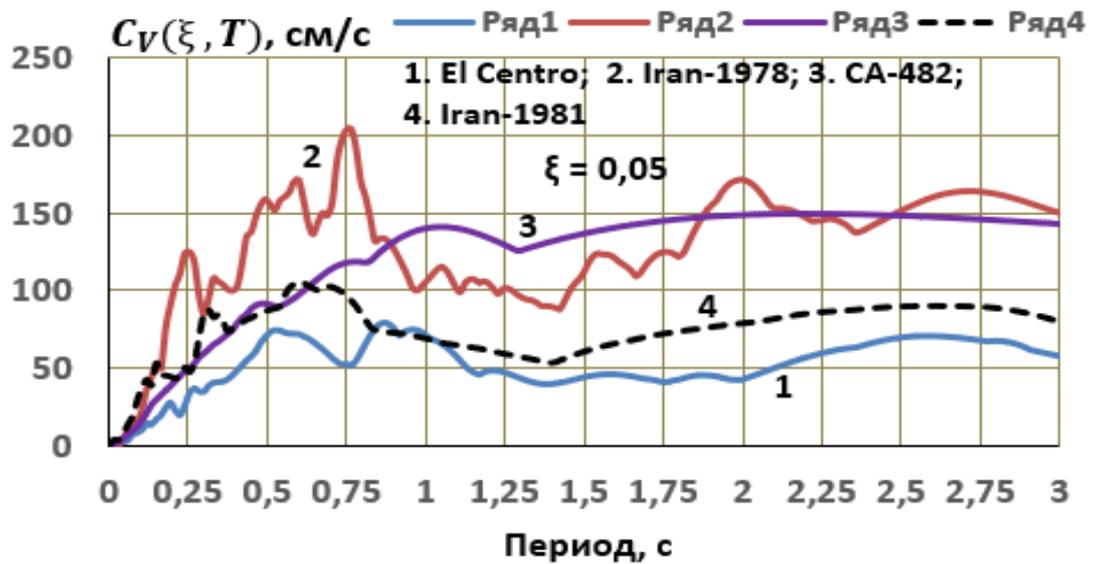


Рисунок 2.11. Спектры псевдоскоростей четырёх акселерограмм

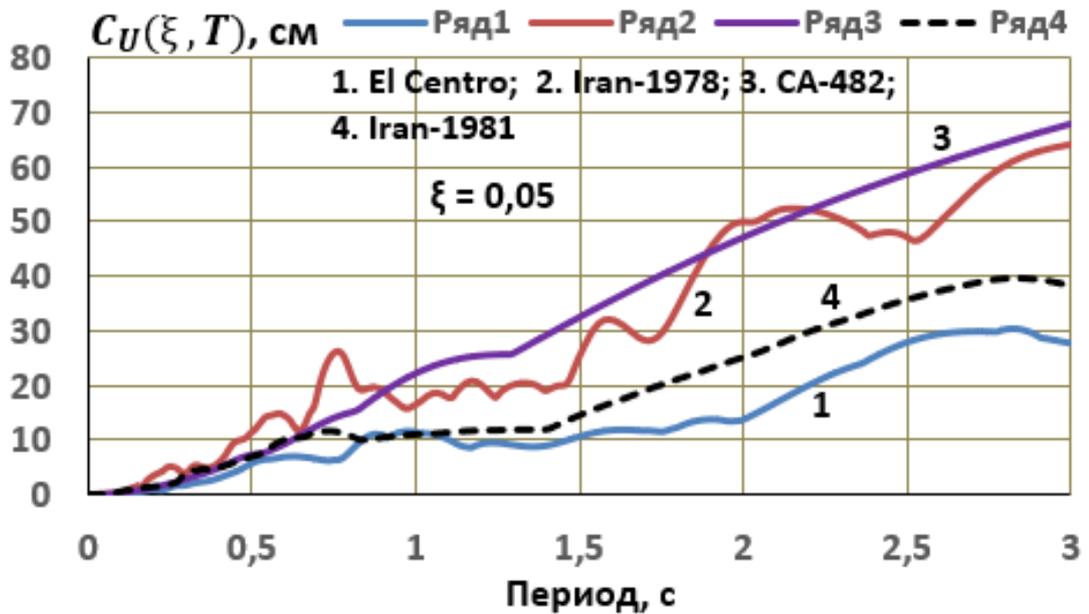


Рисунок 2.12. Спектры перемещений четырёх акселерограмм

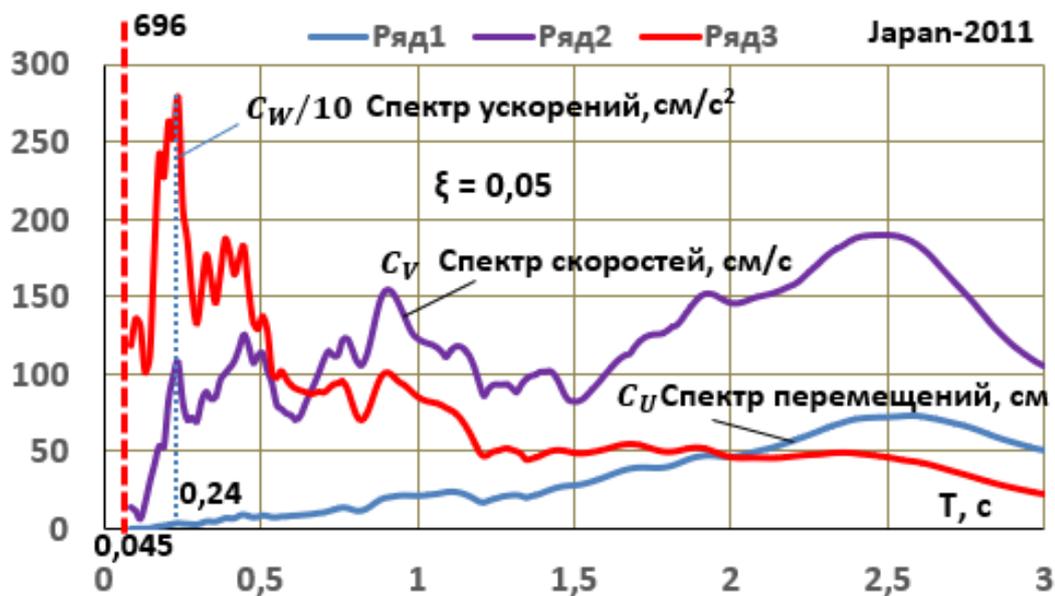


Рисунок 2.13. Спектры перемещений, скоростей и ускорений акселерограммы Японского землетрясения

Максимальные ускорения, равные  $C_w = 6960 \text{ см/с}^2 = 7,1g$  и  $C_w = 2780 \text{ см/с}^2 = 2,8g$ , соответствуют периодам  $T = 0,045 \text{ с}$  и  $T = 0,24 \text{ с}$ . Максимальное значение спектра ускорений Японского землетрясения 11.03.2011 г. в два раза больше чем спектрускорения Иранского землетрясения 16.09.1978 г.

Исходя из полученных результатов, можно заключить, что разработанные алгоритмы и программы для численного построения спектров сейсмических колебаний позволяют проводить спектральный анализ сейсмических воздействий.

## 2.8. Поэтажные спектры реакций

Для расчёта устойчивости ответственных промышленных объектов к сейсмическим воздействиям необходимо использовать так называемые поэтажные акселерограммы и поэтажные спектры реакций [27]. Поэтажные спектры реакций рассчитываются в два этапа. На первом этапе с помощью численного решения системы дифференциальных уравнений

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{i}}_0(t), \quad (2.37)$$

где  $\ddot{\mathbf{i}}_0(t)$  – заданная акселерограмма землетрясения, определяются вектор искомых перемещений, а затем вычисляются векторы скоростей и ускорений [141,154].

На втором этапе реализуется алгоритм, в котором входит процедура вычисления спектров перемещений, скоростей и ускорений (рис.2.7), где используются поэтажные акселерограммы, полученные численным моделированием (2.37).

**Реализации алгоритма по построению поэтажных спектров.** В качестве примера реализации алгоритма рассмотрено 12-этажное монолитное каркасное сооружение, показанное на рис. 2.14. Объект характеризуется следующими параметрами: размеры в плане  $19,8 \times 18$  м с шагом колонн  $6,6 \times 6$  м; подвальный этаж высотой  $h_1 = 4,09$  м; надземные этажи высотой  $h_k = 3,0$  м; общая высота здания  $H = 39$  м. Конструктивная система включает: фундаментную плиту из бетона В20 толщиной 80 см; вертикальные диафрагмы жёсткости 30 см; ригели  $34 \times 30$  см; междуэтажные перекрытия 16 см; центральное ядро жёсткости  $1,78 \times 1,78$  м со стенкой толщиной 20 см. Динамическое моделирование выполнено в виде консольной системы с  $n = 15$  сосредоточенными массами, учитывающими массу фундамент  $m_0$  и массу покрытия технического этажа  $m_n$

Динамическая модель здания была построена таким образом, что каждая инерционная масса на уровнях перекрытий имеет четыре степеней свободы – два линейных и два угловых. Для формирования матрицы жёсткости, которая входит в уравнение (2.37), используется МСД [154]. С целью численного решения используется МПА [141], при этом скорость и ускорение на дискретной ось времени представлены в виде

$$\dot{u}_j = \frac{2}{\tau_j} (u_j - u_{j-1}) - \dot{u}_{j-1}, \quad (2.38)$$

$$\ddot{u}_j = \frac{4}{\tau_j^2} (u_j - u_{j-1}) - \frac{4}{\tau_j} \dot{u}_{j-1} - \ddot{u}_{j-1}, \quad (2.39)$$

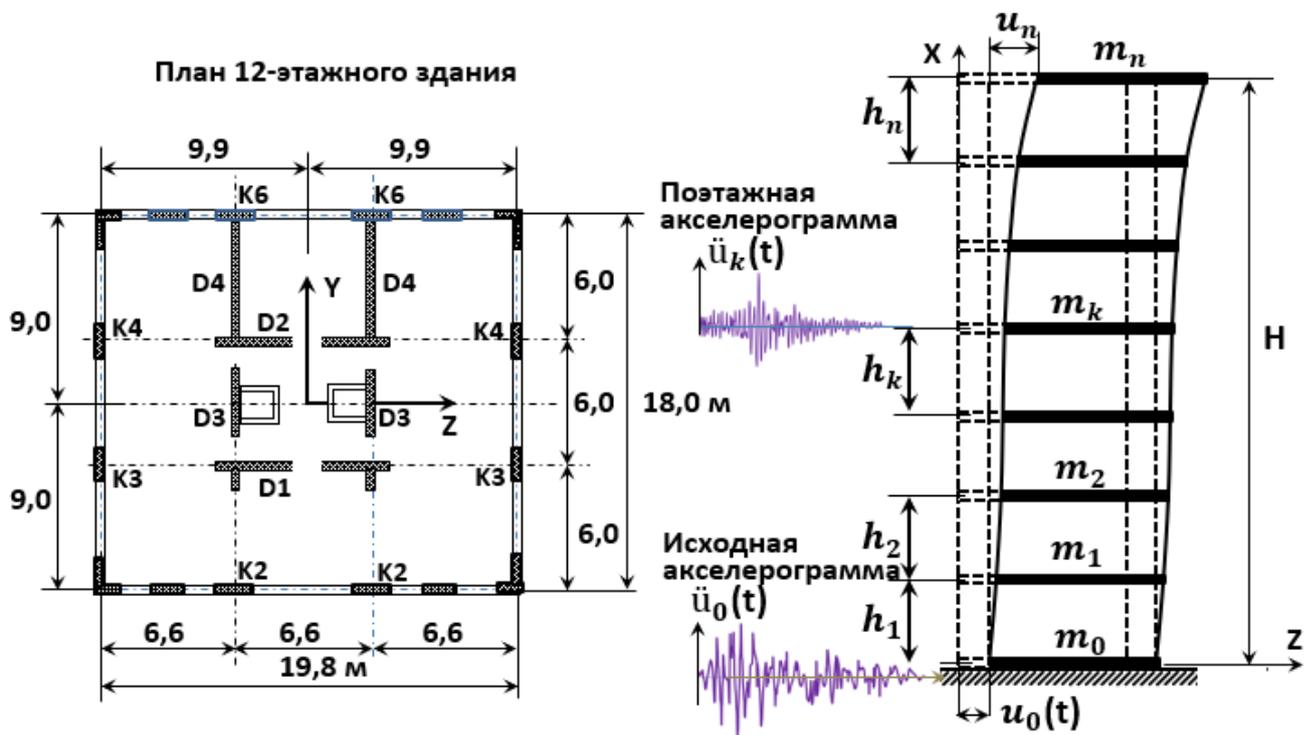


Рисунок 2.14. План и расчётная модель исследуемого объекта

где  $u_{j-1}, \dot{u}_{j-1}, \ddot{u}_{j-1}$  — перемещение, скорость и ускорение, соответствующие моменту времени  $t_{j-1}$ ,

$u_j, \dot{u}_j, \ddot{u}_j$  — то же, соответствующие моменту времени  $t_j$ ,

$\tau_j = t_j - t_{j-1}$  — шаг по времени.

Внося (2.38) и (2.39) в (2.37), получим систему алгебраических уравнений

$$\mathbf{K}^* \mathbf{U}_i = \mathbf{F}_i, \quad (2.40)$$

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K} + \frac{4}{\tau^2} \mathbf{M} + \frac{2}{\tau} \mathbf{D}, \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_i = & -\mathbf{M}^* \ddot{u}_0(t_i) + \mathbf{M} \left( \frac{4}{\tau^2} \mathbf{U}_{i-1} + \frac{4}{\tau} \dot{\mathbf{U}}_{i-1} + \ddot{\mathbf{U}}_{i-1} \right) + \\ & + \mathbf{D} \left( \frac{2}{\tau} \mathbf{V}_{i-1} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{U}}_{i-1} \right), \end{aligned} \quad (2.42)$$

Здесь  $\mathbf{M}^*$ ,  $\mathbf{M}$  — вектор-столбец и диагональная матрица масс,

$\mathbf{K}$  — матрица жёсткости,

$\mathbf{D}$  — матрица затухания,

$\mathbf{U}$  – вектор искомым перемещений.

Решение системы алгебраических уравнений (2.40) с учётом начальных и граничных условий выполняется на каждом шаге по времени методом последовательных приближений Зейделя [60]. На каждом временном шаге определяются векторы скоростей и ускорений системы. После этого переходим ко второму этапу исследования, на котором рассчитываются спектры перемещений, скоростей и ускорений. Для этого была разработана компьютерная программа **SEISM-14.4** (Приложение 3), с помощью которой получены результаты исследования для 12-этажного здания. На рис. 2.15 представлен фрагмент программы, где выполняются итерационное решение системы уравнений и вычисляются компоненты векторов скоростей и ускорений. Основные геометрические и инерционные характеристики исследуемого объекта определяются в блоке исходных данных в начале программы. Например, моменты инерции приведённого сечения элементов равны

$$I_y = 0,6115 \cdot 10^3; \quad I_z = 0,6517 \cdot 10^3; \quad J_p = 0,1263 \cdot 10^4 \text{ м}^4.$$

Учёт податливости основания производился на основе экспериментальных данных [276,154, с. 180], где значения жёсткостей основания на сдвиг и поворот подсчитывались на уровне подошвы фундаментов. Коэффициенты жёсткости грунтового основания при сжатии и кручении приняты равными

$$k_u = 2 \cdot 10^{10} \text{ тс/м}, \quad k_\theta = 2 \cdot 10^{10} \text{ тс}\cdot\text{м}.$$

Коэффициенты жёсткости при сдвиге и повороте

$$k_w = 1,2 \cdot 10^6 \text{ тс/м}, \quad k_\varphi = 0,6 \cdot 10^8 \text{ тс}\cdot\text{м}.$$

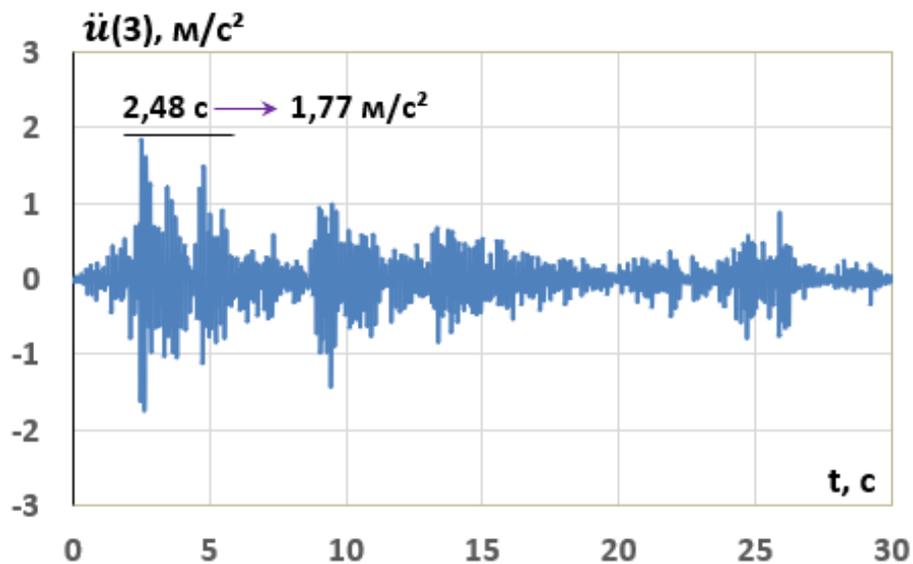
```

-----
!      ИТЕРАЦИОННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ
      DO 100 I=1,NV
      CS(I)=0.0
      DO 101 J=1,NV
101    CS(I)=CS(I)+BT1*C(I,J)*SK(J)
100    BC(I)=P(I)+E0*M(I)*US(I)+BT2*M(I)*SK(I)+CS(I)-ES*M(I)*W0(I)
-----
26    DO 25 I=1,NV
      Z(I)=0.0
      DO 102 J=1,NV
102    Z(I)=Z(I)-B(I,J)*Z(J)
25    Z(I)=Z(I)+BC(I)
-----
!      ПРИРАЩЕНИЕ ШАГА ИТЕРАЦИИ И УСЛОВИЕ ПРОДОЛЖЕНИЕ ЦИКЛА
      KI=KI+1
      IF(KI-KI1)26,2,3
-----
2    CONTINUE
-----
      PRINT '(2X,I4,2X,F8.4,2X,6E11.4)',KT,KT*TAU,Z(3),Z(31),
      *U1(31),V1(31),PS(17,1)
      PAUSE
-----
3    IF(KI-KI2)26,5,5
-----
!      ВЫЧИСЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ
5    DO 27 I=1,NV
      U1(I)=-R3*U0(I)-R4*V0(I)-R1*(Z0(I)-Z(I))
27    V1(I)=-R2*U0(I)+R5*V0(I)-R6*(Z0(I)-Z(I))
-----

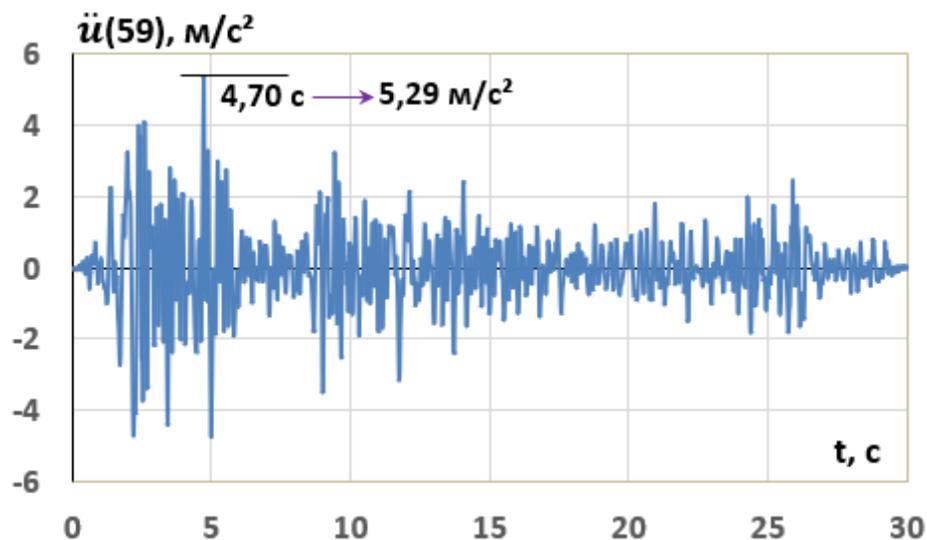
```

**Рисунок 2.15. Фрагмент программы SEISM-14.4 с итерационным решением и вычислением поэтажных ускорений**

На рис. 2.16 представлены графики линейных ускорений на различных уровнях здания, полученных от заданной акселерограммы **El Centro**. Эти результаты получены с учётом податливости упругого основания. Сравнение показывает, что ускорение фундаментной плиты (рис.2.16, а) имеет максимальное значение  $1,77 \text{ м/с}^2$ , что более чем в полтора раза меньше, чем пиковое ускорение в акселерограмме **El Centro**. При этом можно заметить, что по частотным характеристикам полученная акселерограмма более высокочастотная. По-видимому, это объясняется тем, что фундаментная плита имеет значительную массу. Что касается поэтажной акселерограмме на уровне 39 м (рис.2.16, б), то здесь наоборот максимальное значение ускорения более чем в полтора раза больше, чем в заданной акселерограмме. Были получены поэтажные спектры для расчётов на основе аналоговых (El Centro, Hollister, Иран, Гиссар) и синтезированной (СА-482) акселерограмм. Максимальные значения поэтажных спектров составляют [154]:



а)



б)

а) - на уровне фундаментной плиты; б) – на уровне перекрытия на отметке 39 м.

Рисунок 2.16. Поэтажные акселерограммы

для Иранского землетрясения -  $5,8g$ , для СА-482 -  $3,28g$ , для El Centro -  $1,72g$ , для Hollister -  $0,785g$ , для Гиссарского землетрясения -  $0,43g$ . На рис. 2.17 показаны поэтажные спектры, полученные при различных условиях моделирования основания - с учётом и без учёта его податливости. Анализ результатов демонстрирует, что учёт деформационных характеристик грунта вызывает незначительное возрастание амплитудных значений и сглаживание спектральной кривой. Сравнительная оценка выявляет превышение максимальных значений

поэтажных спектров ускорений для акселерограммы El Centro на 34% относительно традиционных спектров реакций, что согласуется с данными [154, с.153].

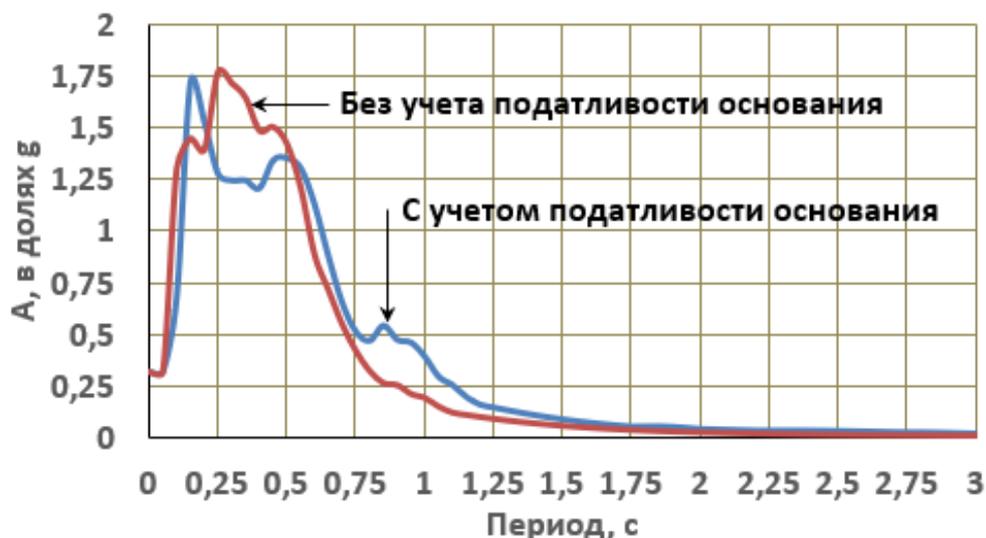


Рисунок 2.17. Спектры линейного ускорения на отметке 39 м.

### Выводы по второй главе

1. На примере тестовой задачи, где исходная функция представляется в виде одиночного прямоугольного импульса, показаны получения Фурье-образа функции  $f(x)$  (а), (б) и прообраз функции  $F(\omega)$ .

2. На основе разработанной компьютерной программы **SPECTR-15** получены результаты дискретного преобразования, которые сопоставлены с аналитическим решением.

3. Обратное преобразование, выполнено с использованием косинус преобразования. Наибольшая погрешность по сравнению с аналитическим решением составляет 3,4%.

4. Разработанные алгоритмы и программы на языке FORTRAN обеспечивает численное построение спектров Фурье и реакций, что открывает возможности для детального спектрального анализа сейсмических воздействий с различными уровнями интенсивности.

### Глава 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ «ПЛАТФОРМА - МОДЕЛЬ ЗДАНИЯ» С СЕЙСМОИЗОЛИРУЮЩИМ ПОЯСОМ

#### 3.1. Расчётная динамическая модель здания со скользящим поясом

Динамическая расчётная модель сооружения со скользящим поясом может быть представлена в виде системы с сосредоточенными массами (рис. 3.1), где конкретная конфигурация зависит от расположения плоскости скольжения. Матрица жёсткости такой модели определяется либо методом сил, либо методом перемещений, в зависимости от выбранного подхода к расчёту. Например, для крупнопанельных или монолитных зданий с относительно жёсткой конструктивной схемой можно применить основную систему метода сил. В этом случае единичные перемещения вычисляются с учётом деформации сдвига, что позволяет сформировать матрицу податливости, из которой, после обращения, получается матрица жёсткости модели здания. Для каркасных зданий, где основными являются изгибные деформации, используя основную систему метода перемещений (рис. 3.1, в), можно прямо вычислить матрицу жёсткости.

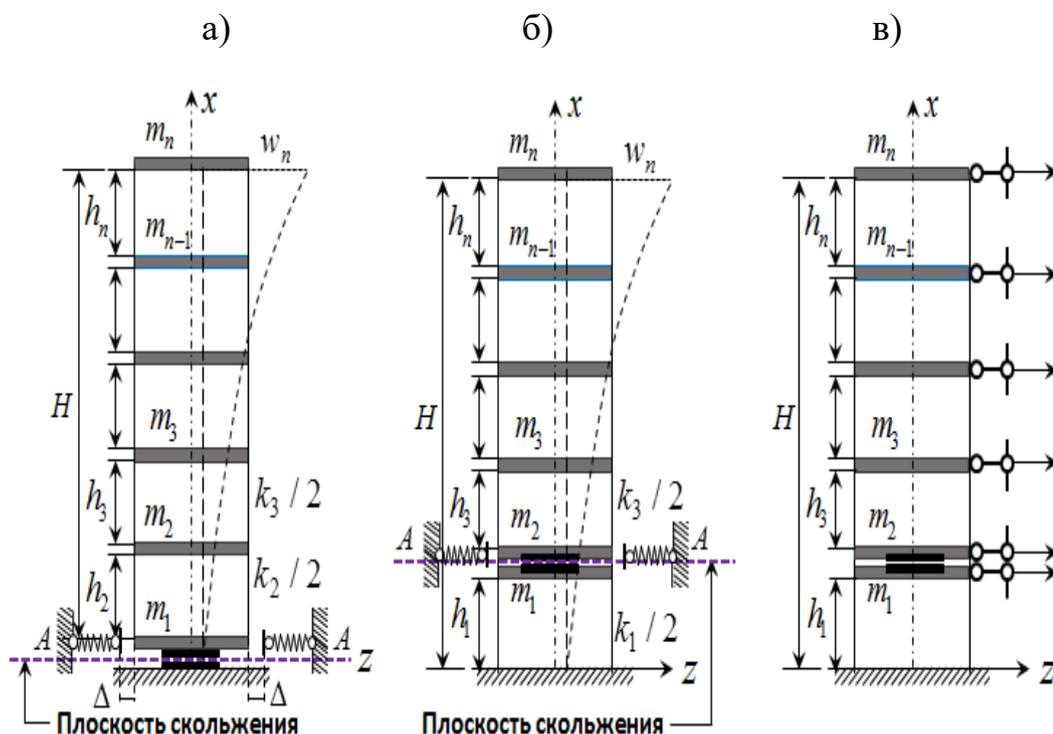


Рисунок 3.1. Модели зданий со скользящими поясами

Систему дифференциальных уравнений для модели зданий с сухим трением можно получить, исходя из условия динамического равновесия сосредоточенных масс с применением метода перемещений. Это уравнение без учёта затухания можно записать в общем виде

$$m_i(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_i) + \sum_{j=1}^n r_{ij} z_j + \sum_{j=1}^n F_{ij} = 0, \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.1)$$

Для модели, в которой плоскость скольжения расположена между основанием и фундаментной плитой (рис. 3.1, а), где  $k_1 = 0$ ,  $h_1 = 0$ , из (2.12) [95] получаем

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + r_{11} z_1 + r_{12} z_2 + F_{11} &= -m_1 \ddot{z}_0(t), \\ m_2 \ddot{z}_2 + r_{21} z_1 + r_{22} z_2 + r_{23} z_3 &= -m_2 \ddot{z}_0(t), \\ &\dots \dots \dots \\ m_n \ddot{z}_n + r_{n,n-1} z_{n-1} + r_{nn} z_n &= -m_n \ddot{z}_0(t), \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$F_{11} = F_f \cdot \text{sign}(\dot{z}_0 - \dot{z}_1), \quad F_f = \mu g \sum_{i=1}^n m_i$$

$$r_{11} = k_2, \quad r_{12} = -k_2, \quad r_{22} = k_2 + k_3, \quad r_{23} = -k_3, \quad r_{n,n-1} = -k_n, \quad r_{nn} = k_n,$$

где  $F_f$  – сила трения;

$\text{sign}(\dot{z}_1)$  – кусочно-постоянная нечётная функция действительного аргумента с областью определения  $(-\infty; +\infty)$  и областью значений  $(-1; 0; +1)$

$\mu$  – коэффициент трения;

$g$  – ускорение свободного падения;

$k / 2 = 12EI / h^3$  – коэффициент жёсткости стоек.

Для модели, где скольжение происходит между массами  $m_1$  и  $m_2$  (рис. 3.1,б), где  $k_2 = 0$  и  $h_2 = 0$ , система дифференциальных уравнений имеют вид

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + r_{11} z_1 + F_{11} + F_{12} &= -m_1 \ddot{z}_0(t), \\ m_2 \ddot{z}_2 + r_{22} z_2 + r_{23} z_3 + F_{21} + F_{22} &= -m_2 \ddot{z}_0(t), \\ m_3 \ddot{z}_3 + r_{32} z_2 + r_{33} z_3 + r_{34} z_4 &= -m_3 \ddot{z}_0(t), \end{aligned}$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots$$

$$m_n \ddot{z}_n + r_{n,n-1} z_{n-1} + r_m z_n = -m_n \ddot{z}_0(t), \quad (3.3)$$

$$F_{11} = \mu g \sum_{i=2}^n m_i \cdot \text{sign}(\dot{z}_1), \quad F_{12} = -\mu g \sum_{i=2}^n m_i \cdot \text{sign}(\dot{z}_2),$$

$$F_{21} = -\mu g \sum_{i=2}^n m_i \cdot \text{sign}(\dot{z}_1), \quad F_{22} = \mu g \sum_{i=2}^n m_i \cdot \text{sign}(\dot{z}_2),$$

$$F_1 = F_{11} + F_{12} = \mu g \sum_{i=2}^n m_i \cdot \text{sign}(\dot{z}_1 - \dot{z}_2), \quad F_2 = F_{21} + F_{22} = \mu g \sum_{i=2}^n m_i \cdot \text{sign}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1),$$

$$r_{11} = k_1, \quad r_{12} = 0, \quad r_{22} = k_3, \quad r_{23} = -k_3, \quad r_{33} = k_3 + k_4, \quad r_{34} = -k_4, \quad r_m = k_n,$$

$$k_j / 2 = 12EI_j / h_j^3, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Систему уравнений (2.12) [95] с заменой  $z$  на  $w$  и  $l$  на  $k$  записывается в виде

$$m_1 \ddot{w}_1 + k_2 w_1 - k_2 w_2 =$$

$$= -m_1 \ddot{z}_0(t) - F_f \cdot \text{sign}(\dot{w}_0 - \dot{w}_1) - R(|w_1| - \Delta) \text{sign}(w_1),$$

$$m_j \ddot{w}_j - k_j w_{j-1} + (k_j + k_{j+1}) w_j - k_{j+1} w_{j+1} = -m_j \ddot{w}_0(t),$$

$$j = 2, 3, \dots, n-1,$$

$$m_n \ddot{w}_n - k_n w_{n-1} + k_n w_n = -m_n \ddot{w}_0(t), \quad (3.4)$$

здесь  $R$  – реакция ограничителя от единичного перемещения;

$\Delta$  – заданный зазор ограничителя.

Предполагается, что при значении  $w_1 \geq \Delta$  срабатывает ограничитель и перемещение массы  $m_1$ , в зависимости от заданного коэффициента жёсткости пружины  $A$ , будет находиться под контролем. Уравнения (3.4) с учётом затухания, записываются следующим образом.

$$m_1 \ddot{w}_1 + c_2 \dot{w}_1 - c_2 \dot{w}_2 + k_2 w_1 - k_2 w_2 =$$

$$= -m_1 \ddot{z}_0(t) - F_f \cdot \text{sign}(\dot{w}_0 - \dot{w}_1) - R(|w_1| - \Delta) \text{sign}(w_1)$$

$$m_j \ddot{w}_j - c_j \dot{w}_{j-1} + (c_j + c_{j+1}) \dot{w}_j - c_{j+1} \dot{w}_{j+1} - k_j w_{j-1} +$$

$$+ (k_j + k_{j+1}) w_j - k_{j+1} w_{j+1} = -m_j \ddot{w}_0(t)$$

$$j = 2, 3, \dots, n-1,$$

$$m_n \ddot{w}_n - c_n \dot{w}_{n-1} + c_n \dot{w}_n - k_n w_{n-1} + k_n w_n = -m_n \ddot{w}_0(t), \quad (3.5)$$

где  $c_j$  – коэффициенты затухания.

Численное решение уравнения (3.4) осуществляется путём аппроксимации скорости и ускорение с использованием рекуррентных соотношений [154].

$$\dot{w}_{n+1} = \beta_1(w_{n+1} - w_n) / \tau - \beta_2 \dot{w}_n - \tau \beta_3 \ddot{w}_n, \quad (3.6)$$

$$\ddot{w}_{n+1} = \alpha_1(w_{n+1} - w_n) / \tau^2 - \alpha_2 \dot{w}_n / \tau - \alpha_3 \ddot{w}_n, \quad (3.7)$$

Здесь  $\alpha_i, \beta_i$  – коэффициенты аппроксимации;

$\tau$  – шаг по времени.

Вводя (3.6) и (3.7) в (3.5), получаем

$$\begin{aligned} & \left( m_1 \frac{\alpha_1}{\tau^2} + c_2 \frac{\beta_1}{\tau} + k_2 \right) w_1 - \left( c_2 \frac{\beta_1}{\tau} + k_2 \right) w_2 = -m_1 \ddot{w}_0 + \\ & + m_1 \cdot us_1 + c_2 \cdot sk_1 - c_2 \cdot sk_2 - F_f \cdot \text{sign}(\dot{w}_0 - \dot{w}_1) - R(|w_1| - \Delta) \text{sign}(w_1), \\ & \left( m_j \frac{\alpha_1}{\tau^2} + c_j \frac{\beta_1}{\tau} + c_{j+1} \frac{\beta_1}{\tau} + k_j + k_{j+1} \right) w_j - \\ & - \left( -c_j \frac{\beta_1}{\tau} + k_j \right) w_{j-1} - \left( c_{j+1} \frac{\beta_1}{\tau} + k_{j+1} \right) w_{j+1} = \\ & = -m_j \ddot{w}_0 + m_j \cdot us_j + c_j \cdot sk_j - c_j \cdot sk_{j-1} + c_{j+1} \cdot sk_j - c_{j+1} \cdot sk_{j+1}, \\ & j = 2, 3, \dots, n-1, \\ & \left( m_n \frac{\alpha_1}{\tau^2} + c_n \frac{\beta_1}{\tau} + k_n \right) w_n - \left( c_n \frac{\beta_1}{\tau} + k_n \right) w_{n-1} = \\ & = -m_n \ddot{w}_0 + m_n \cdot us_n + c_n \cdot sk_n - c_n \cdot sk_{n-1} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Здесь введены обозначения  $sk$  и  $us$ , которые определяют скорость и ускорения, соответствующие предыдущему моменту времени

$$us_j = \frac{\alpha_1}{\tau^2} w_j + \frac{\alpha_2}{\tau} \dot{w}_j + \alpha_3 \cdot \ddot{w}_j, \quad (3.9)$$

$$sk_j = \frac{\beta_1}{\tau} w_j + \beta_2 \cdot \dot{w}_j + \tau \cdot \beta_3 \cdot \ddot{w}_j, \quad (3.10)$$

$$j = 1, 2, \dots, n.$$

Систему алгебраических уравнений (3.8) в произвольный момент времени имеет вид

$$\begin{aligned} a_{11} w_1 + a_{12} w_2 &= b_1, \\ a_{21} w_1 + a_{22} w_2 + a_{23} w_3 &= b_2, \\ a_{32} w_2 + a_{33} w_3 + a_{34} w_4 &= b_3, \\ &\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{n,n-1} w_{n-1} + a_{nn} w_n &= b_n. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Коэффициенты при неизвестных и свободные члены записываются так

$$\begin{aligned} a_{11} &= m_1 \frac{\alpha_1}{\tau^2} + c_2 \frac{\beta_1}{\tau} + k_2; & a_{12} &= -\left( c_2 \frac{\beta_1}{\tau} + k_2 \right); \\ a_{jj} &= m_j \frac{\alpha_1}{\tau^2} + c_j \frac{\beta_1}{\tau} + c_{j+1} \frac{\beta_1}{\tau} + k_j + k_{j+1}; \\ a_{j,j-1} &= -\left( c_j \frac{\beta_1}{\tau} + k_j \right); & a_{j,j+1} &= -\left( c_{j+1} \frac{\beta_1}{\tau} + k_{j+1} \right); \\ & & j &= 2, 3, \dots, n-1, \\ a_{n,n-1} &= -\left( c_n \frac{\beta_1}{\tau} + k_n \right); & a_{nn} &= m_n \frac{\alpha_1}{\tau^2} + c_n \frac{\beta_1}{\tau} + k_n; \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} b_1 &= -m_1 \ddot{w}_0 + m_1 \cdot us_1 + c_2 \cdot sk_1 - c_2 \cdot sk_2 - \\ &\quad - F_f \cdot \text{sign}(\dot{w}_0 - \dot{w}_1) - R \cdot (|w_1| - \Delta) \cdot \text{sign}(w_1); \\ b_j &= -m_j \ddot{w}_0 + m_j \cdot us_j + c_j \cdot sk_j - \\ &\quad - c_j \cdot sk_{j-1} + c_{j+1} \cdot sk_j - c_{j+1} \cdot sk_{j+1}; \\ b_n &= -m_n \ddot{w}_0 + m_n \cdot us_n + c_n \cdot sk_n - c_n \cdot sk_{n-1}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Из уравнения (3.11) следует, что матрица коэффициентов является ленточной, что позволяет эффективно решать её на каждом шаге по времени с использованием итерационного метода Зейделя [60]. Для выбранного постоянного шага по времени

$\tau$  и с учётом условий сходимости и устойчивости решений, коэффициенты  $a_{ij}$  (3.12) остаются постоянными во времени. В то же время свободные члены (3.13), которые зависят от уравнений (3.9), (3.10), внешнего воздействия (кинематического или силового) и силы трения, на каждом шаге принимают новые значения.

### 3.2. Исследование модели зданий с жёсткой конструктивной схеме со скользящим поясам

Рассмотрим задачу, взятую из работы [108], в которой исследуется 5-этажное крупнопанельное здание на основе модели, представленной на рисунке 3.1, а с использованием следующих данных

$$m_1 = 0,34 \cdot 10^3; \quad m_2 = m_3 = m_4 = 0,38 \cdot 10^3; \quad m_5 = 0,37 \cdot 10^3; \quad m_6 = 0,43 \cdot 10^3 \text{ т}; \quad (\text{а})$$

$$k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = 1,171 \cdot 10^7 \text{ кН/м}; \quad (\text{б})$$

Парциальные частоты и коэффициенты затухания

$$\omega_j = \sqrt{k_j / m_j} \text{ (рад/с)}; \quad c_j = 2\xi\omega_j m_j \text{ (кН.с/м)}, \quad \text{где } \xi = 0,05. \quad (\text{в})$$

$$j = 2, 3, \dots, 6.$$

Предполагается, что скольжение массы  $m_1$  происходит в пределах зазора  $\Delta = 3$  см, при этом коэффициент жёсткости ограничителя  $R = 6 \cdot 10^3$  кН/м. Эффективность устройства сейсмоизолирующего скользящего пояса оценивается с помощью коэффициентов динамичности  $\beta_j$ , коэффициентами сейсмозащиты  $p_j$  и коэффициентами снижения упругой реакции  $\gamma_j$  для каждой массы [108]. Коэффициенты динамичности  $\beta_j$  определяются как отношение абсолютных значений максимальных полных ускорений каждой массы к максимальному ускорению основания

$$\beta_j = \frac{|\ddot{w}_0 + \ddot{w}_j|_{\max}}{|\ddot{w}_0|_{\max}}.$$

Коэффициенты сейсмозащиты  $p_j$  определяются как отношения абсолютных значений максимальных полных ускорений каждой массы в здании без сейсмоизолирующего пояса к максимальным ускорениям этих масс в здании с поясом

$$p_j = |A_j|_{\max}^A / |A_j|_{\max}^B .$$

где  $A_j = \ddot{w}_0 + \ddot{w}_j$  – полное ускорение массы  $m_j$ .

Инерционные силы определяются по формуле

$$S_j = m_j A_j .$$

Коэффициент  $\gamma_j$  определяется как отношения упругой реакции здания без сейсмоизолирующего пояса к упругой реакции здания с поясом

$$\gamma_j = |R_j|_{\max}^A / |R_j|_{\max}^B ,$$

здесь  $R_j = k_j(w_j - w_{j-1})$ ,  $j = 2, 3, \dots, 6$ .

Разработанный алгоритм был реализован в виде специализированного программного обеспечения, позволившего получить численные решения динамической задачи для двух вариантов конструкций: традиционного здания (модель А) и сооружения со скользящим сейсмоизолирующим поясом (модель В). Исследование проводилось при кинематическом воздействии на основание, заданном акселерограммой [238].

$$\ddot{w}_0(t) = A_0 \sin \theta t . \quad (3.14)$$

В табл. 3.1 приведены максимальные значения основных параметров исследуемого объекта, полученных при  $A_0 = 4 \text{ м/с}^2$ ,  $\theta = 40 \text{ рад/с}$ . Из данных видно, что при гармоническом кинематическом воздействии с частотой  $\theta = 40 \text{ рад/с}$  инерционные силы и упругие реакции в здании с сеймопоясом значительно меньше, чем в здании без сеймопояса. Сравнение результатов показывает, что при частоте

гармонического кинематического возмущения  $\theta \geq 25$  рад/с, максимальное перемещение массы  $m_1$  не достигает величины зазора  $\Delta = 3$  см.

**Таблица 3.1.** - Сопоставление результатов, полученных для моделей А и В при  $A_0 = 4$  м/с<sup>2</sup>,  $\theta = 40$  рад/с,  $\tau = 0,002$  с.

Перемещения, см	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$
<b>А</b>	0	0,299	0,550	0,754	0,908	0,983
<b>В</b>	1,185	1,094	1,107	1,115	1,132	1,068
Упругие реакции, кН	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$
<b>А</b>	0	35090	29360	23810	18140	2896
<b>В</b>	0	9383	1935	1566	2321	6475
Относительные ускорения, м/с <sup>2</sup>	$\ddot{w}_1$	$\ddot{w}_2$	$\ddot{w}_3$	$\ddot{w}_4$	$\ddot{w}_5$	$\ddot{w}_6$
<b>А</b>	0	5,798	10,66	14,60	17,59	18,06
<b>В</b>	6,139	5,691	5,761	5,801	6,268	6,353
Полные ускорения, м/с <sup>2</sup>	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
<b>А</b>	4,0	9,767	14,61	18,54	21,53	22,00
<b>В</b>	2,730	2,358	1,756	1,784	2,424	2,354
Силы инерции, кН	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
<b>А</b>	1358	3721	5570	7067	7988	9483
<b>В</b>	888,5	896,0	667,3	677,9	895,5	1012
Коэффициенты динамичности	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$
<b>А</b>	1	2,413	3,629	4,608	5,344	5,454
<b>Б</b>	0,682	0,589	0,453	0,482	0,606	0,587
Коэффициенты сейсмозащиты	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
	0,0	1,019	1,850	2,517	2,806	2,843
Коэффициенты снижение упругой реакции	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$	$\gamma_5$	$\gamma_6$
	-	3,739	15,17	15,204	7,815	0,447

Численные эксперименты показали, что при частоте  $\theta = 50$  рад/с здания без сейсмопояса (модель А) попадают в резонанс. Это означает, что основной период свободных колебаний пятиэтажного крупнопанельного здания без сейсмопояса с данными (а) - (в) равняется  $T_1 = 2\pi / \omega_1 = 2.3,14 / 50 = 0,1256$  с. В табл. 3.2 представлены результаты, полученные для модели здания со скользящим поясом при частоте  $\theta = 50$  рад/с.

Полученные значения коэффициентов динамичности для всех масс элементов оказались ниже единицы, что свидетельствует о высокой эффективности

применения сейсмоизолирующего пояса. Исследование динамического поведения системы с одной степенью свободы, проведённое в диссертационной работе [95], подтверждает устойчивость и достаточную точность предложенного численного алгоритма. Сходимость метода не зависит от вида начальных условий, и с увеличением числа разбиений, результаты стремятся к точному решению.

**Таблица 3.2.** - Результаты, полученные для модели В при  $\ddot{w}_0(t) = A_0 \sin \theta t$ , где  $A_0 = 4 \text{ м/с}^2$ ,  $\theta = 50 \text{ рад/с}$  и  $\tau = 0,002 \text{ с}$ .

Перемещение, см	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$
	0,816	0,754	0,763	0,768	0,779	0,735
Упругие реакции, кН	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$
	0	7288	1422	1284	1692	5231
Относительное ускорение $\text{м/с}^2$	$\ddot{w}_1$	$\ddot{w}_2$	$\ddot{w}_3$	$\ddot{w}_4$	$\ddot{w}_5$	$\ddot{w}_6$
	5,537	5,227	5,362	5,349	5,347	5,002
Полные ускорения, $\text{м/с}^2$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
	2,686	1,972	1,737	1,504	1,806	2,059
Силы инерции, кН	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
	913	729	660	571	668	701
Коэффициенты динамичности	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$
	0,944	0,769	0,732	0,676	0,685	0,636

Таким образом, предложенная методика численного моделирования была успешно применена для анализа динамического поведения строительных конструкций. В ходе исследований получены следующие ключевые результаты: расчётные данные для зданий с учётом сухого трения со многими степенями свободы, а также количественная оценка влияния сил трения на динамические характеристики сооружений. Алгоритм и компьютерная программа, которые были разработаны, позволяют проводить численные эксперименты для анализа динамических характеристик зданий различных конструктивных схем с сейсмоизолирующим поясом при различных внешних воздействиях. Предлагаемая методика предоставляет возможность исследовать физическую модель фрагмента каркасного здания.

### 3.3. Многомассовая расчётная модель здания с элементами сухого трения

Рассматривается многомассовая расчётная модель здания с элементами сухого трения, где плоскость скольжения расположена между массами  $m_1$  и  $m_2$ . Масса  $m_2$  расположена непосредственно над скользящим поясом. Предполагается, что модель здания в общем виде испытывает кинематическое возмущение в опорной части  $z_0(t)$  и действие горизонтальной вибрационной нагрузки  $p(t)$ , приложенной к массе  $m_1$ . Между массами  $m_1$  и  $m_2$  существует связь в виде сил сухого трения при смещении массы  $m_2$  относительно массы  $m_1$  в пределах зазора  $\Delta_1$  (рис.3.2, а). В момент времени, когда абсолютная величина относительного смещения при скольжении  $|z_2 - z_1|$  становится больше  $\Delta_1$ , но при этом остаётся меньше  $\Delta_2$ , в работу включаются упругие демпферы с коэффициентом жёсткости  $k_{12}$ .

Следовательно, при выполнении условия  $\Delta_1 < |z_2 - z_1| \leq \Delta_2$  в уравнениях равновесия масс  $m_1$  и  $m_2$ , помимо сил инерции  $F_I$ , затухания  $F_C$ , упругости  $F_S$ , трения  $F_{12}$ , входит сила упругости ограничителя  $F_{S12}$ . Исходя из условий динамического равновесия масс  $m_1$  и  $m_2$  при скольжении (рис.3.2, б) в соответствии с принципом Даламбера, получим

$$-F_{I1} - F_{C1} - F_{S1} + F_{I2} + F_{S12} + p(t) = 0, \quad (3.15)$$

$$-F_{I2} - F_{C2} - F_{S2} - F_{21} - F_{S21} = 0. \quad (3.16)$$

Здесь 
$$F_{I1} = m_1(\ddot{z}_1 + \ddot{z}_0), \quad F_{C1} = c_1\dot{z}_1, \quad F_{S1} = r_{11}z_1, \quad (3.17)$$

$$F_{I2} = m_2(\ddot{z}_2 + \ddot{z}_0), \quad F_{C2} = c_2\dot{z}_2, \quad F_{S2} = r_{22}z_2 + r_{23}z_3, \quad (3.18)$$

$$F_{12} = F_{21} = F_F \text{sign}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1), \quad F_F = \mu N, \quad N = M g, \quad M = m_2 + m_3 + \dots + m_n, \quad (3.19)$$

$$F_{S12} = F_{S21} = k_{12}(|z_2 - z_1| - \Delta_1) \text{sign}(z_2 - z_1) = F_R \text{sign}(z_2 - z_1), \quad (3.20)$$

$$F_R = k_{12}(|z_2 - z_1| - \Delta_1),$$

$$v_{21} = \dot{z}_2 - \dot{z}_1, \quad \text{sign}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = \text{sign}(v_{21}) = \begin{cases} 1, & v_{21} > 0 \\ 0, & v_{21} = 0 \\ -1, & v_{21} < 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

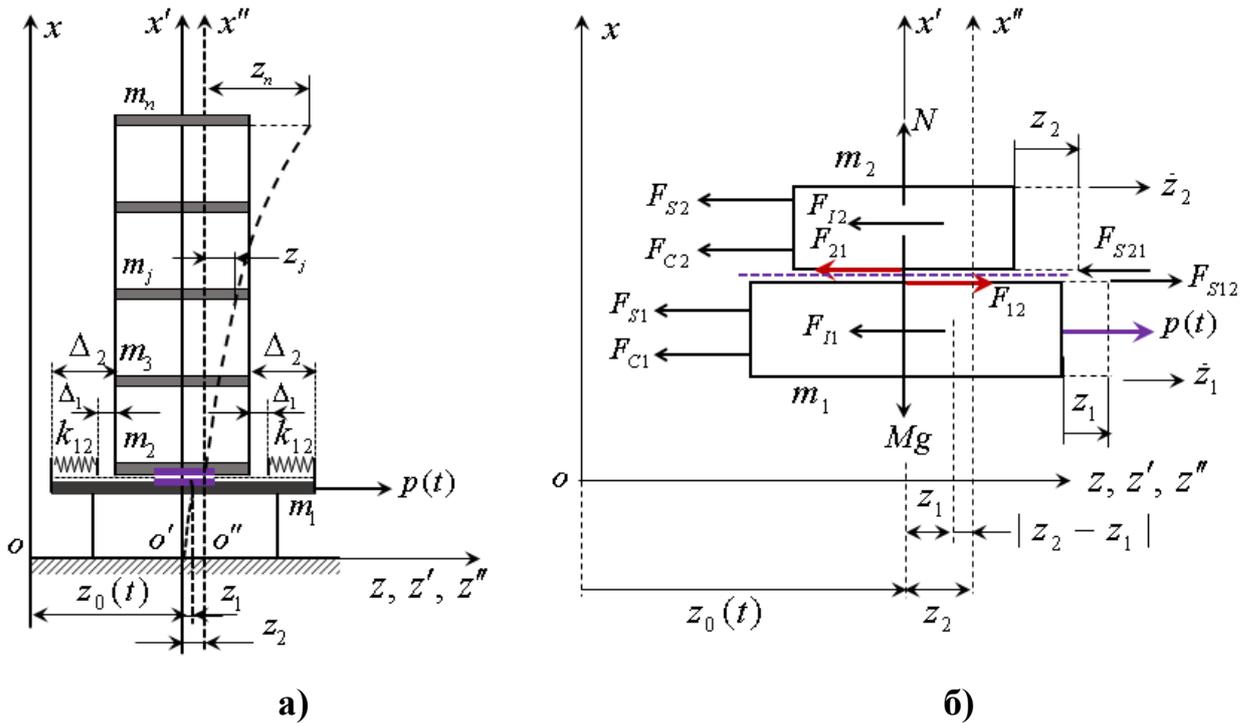


Рисунок 3.2. Модель здания с сейсмоизолирующим поясом (а) и сила трения скольжения между массами  $m_1$  и  $m_2$  (б)

$\mu$  – коэффициент трения скольжения;

$N$  – сила реакции опоры;

$c_j$  – коэффициенты затухания;

$F_F$  – сила трения скольжения;

$M$  – суммарная масса здания.

Для остальных степеней свободы уравнения динамического равновесия записываются в виде

$$F_{I3} + F_{C3} + F_{S3} = 0, \quad (3.22)$$

.....

$$F_{In} + F_{Cn} + F_{Sn} = 0, \quad (3.23)$$

Внося (3.17) - (3.21) в (3.15), (3.16) и (3.22), (3.23), получаем систему дифференциальных уравнений

$$m_1 \ddot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 + r_{11} z_1 - F_F \text{sign}(v_{21}) - F_R \text{sign}(z_{21}) = -m_1 \ddot{z}_0(t) + p(t), \quad (3.24)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 + c_2 \dot{z}_2 + r_{22} z_2 + r_{23} z_3 + F_F \text{sign}(v_{21}) + F_R \text{sign}(z_{21}) = -m_2 \ddot{z}_0(t), \quad (3.25)$$

$$m_i \ddot{z}_i + c_i \dot{z}_i + \sum_{j=2}^n r_{ij} z_j = -m_i (\ddot{z}_0 + \ddot{z}_2), \quad i=3,4,\dots,n. \quad (3.26)$$

$$v_{21} = \dot{z}_2 - \dot{z}_1, \quad z_{21} = z_2 - z_1, \quad F_R = k_{02} (|z_{21}| - \Delta_1),$$

где  $r_{ij}$  — реакция, возникающая в  $i$  — й связи основной системы метода перемещений, при единичном перемещении связи  $j$ ;  
 $c_j$  — коэффициенты затухания.

Очевидно, что при условии  $|z_2 - z_1| \leq \Delta_1$  реакция упругого ограничителя равняется нулю  $F_R = 0$ , а при условии  $|z_2 - z_1| \geq \Delta_2$ , в работу включаются жёсткие упоры, и движение системы прекращается. Если модуль относительного смещения  $|z_{21}| \neq 0$ , то скольжение надземных конструкций относительно фундамента возможно в том случае, когда сумма сил, действующих на массы  $m_2, m_3, \dots, m_n$ , больше силы трения скольжения [1]

$$|F_\Sigma| - F_F \geq F_1, \quad (3.27)$$

$$F_\Sigma = F_{It} + F_{I(t+\Delta t)} + F_R \operatorname{sign}(z_{21}),$$

$$F_{It} = m_2 \ddot{z}_2(t) + \sum_{j=3}^n m_j [\ddot{z}_j(t) + \ddot{z}_2(t)],$$

$$F_{I(t+\Delta t)} = \left( m_2 + \sum_{j=3}^n m_j \right) \ddot{z}_0(t + \Delta t),$$

$$F_F = \mu(m_2 + m_3 + \dots + m_n)g,$$

где  $F_1$  — заданное минимальное значение силы инерции, при которой происходит скольжение массы  $m_2$  относительно  $m_1$ .

Применяя метод последовательной аппроксимации по времени

$$\ddot{z}_i = \frac{\alpha_1}{\tau^2} (z_i - z_{i-1}) - \frac{\alpha_2}{\tau} \dot{z}_{i-1} - \alpha_3 \ddot{z}_{i-1}, \quad (3.28)$$

$$\dot{z}_i = \frac{\beta_1}{\tau} (z_i - z_{i-1}) - \beta_2 \dot{z}_{i-1} - \tau \beta_3 \ddot{z}_{i-1}, \quad (3.29)$$

из (3.24) - (3.26) получим систему алгебраических уравнений



виброплатформы (рис.3.2) стремятся к бесконечности, уравнение динамического равновесия массы  $m_1$  (рис.3.3,б) представляется в виде

$$-F_{I1} - F_{C1} - F_{S1} - F_{I0} - F_{S01} + p(t) = 0, \quad (3.34)$$

где

$$F_{I1} = m_1(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1), \quad F_{C1} = c_1\dot{z}_1, \quad F_{S1} = r_{11}z_1 + r_{12}z_2, \quad F_{I0} = F_F \text{sign}(v_1),$$

$$F_{S01} = k_{01}(|z_1| - \Delta_1) \text{sign}(z_1) = F_R \text{sign}(z_1), \quad F_F = \mu Mg, \quad (3.35)$$

$$F_R = k_{01}(|z_1| - \Delta_1),$$

$v_1$  – скорость движения массы  $m_1$ .

Уравнение (3.34) с учётом (3.35) приобретает вид

$$m_1\ddot{z}_1 + c_1\dot{z}_1 + r_{11}z_1 + r_{12}z_2 + F_F \text{sign}(v_1) + F_R \text{sign}(z_1) = -m_1\ddot{z}_0(t) + p(t). \quad (3.36)$$

Уравнения движений остальных масс модели, представленной на рис.3.3,а, записываются в общем виде

$$m_j\ddot{z}_j + c_j\dot{z}_j + r_{j,j-1}z_{j-1} + r_{jj}z_j + r_{j,j+1}z_{j+1} = -m_j(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1), \quad (3.37)$$

$$j=2,3,\dots,n-1,$$

$$m_n\ddot{z}_n + c_n\dot{z}_n + r_{n,n-1}z_{n-1} + r_{nn}z_n = -m_n(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1). \quad (3.38)$$

Подставив (3.28) и (3.29) в (3.36) - (3.38) получим систему уравнений, которое имеет вид

$$r_{11}^*z_1 + r_{12}z_2 = m_1 \cdot u_1 + c_1 \cdot v_1 - p v_1 - p z_1 - m_1\ddot{z}_0(t) + p(t),$$

$$p v_1 = F_F \text{sign}(v_1), \quad p z_1 = F_R \text{sign}(z_1),$$

$$r_{21}z_1 + r_{22}^*z_2 + r_{23}z_3 = m_2 \cdot u_2 + c_2 \cdot v_2 - m_2(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1),$$

$$r_{32}z_2 + r_{33}^*z_3 + r_{34}z_4 = m_3 \cdot u_3 + c_3 \cdot v_3 - m_3(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1), \quad (3.39)$$

$$r_{43}z_3 + r_{44}^*z_4 + r_{45}z_5 = m_4 \cdot u_4 + c_4 \cdot v_4 - m_4(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1),$$

.....

$$r_{n,n-1}z_{n-1} + r_{nn}^*z_n = m_n \cdot u_n + c_n \cdot v_n - m_n(\ddot{z}_0 + \ddot{z}_1).$$

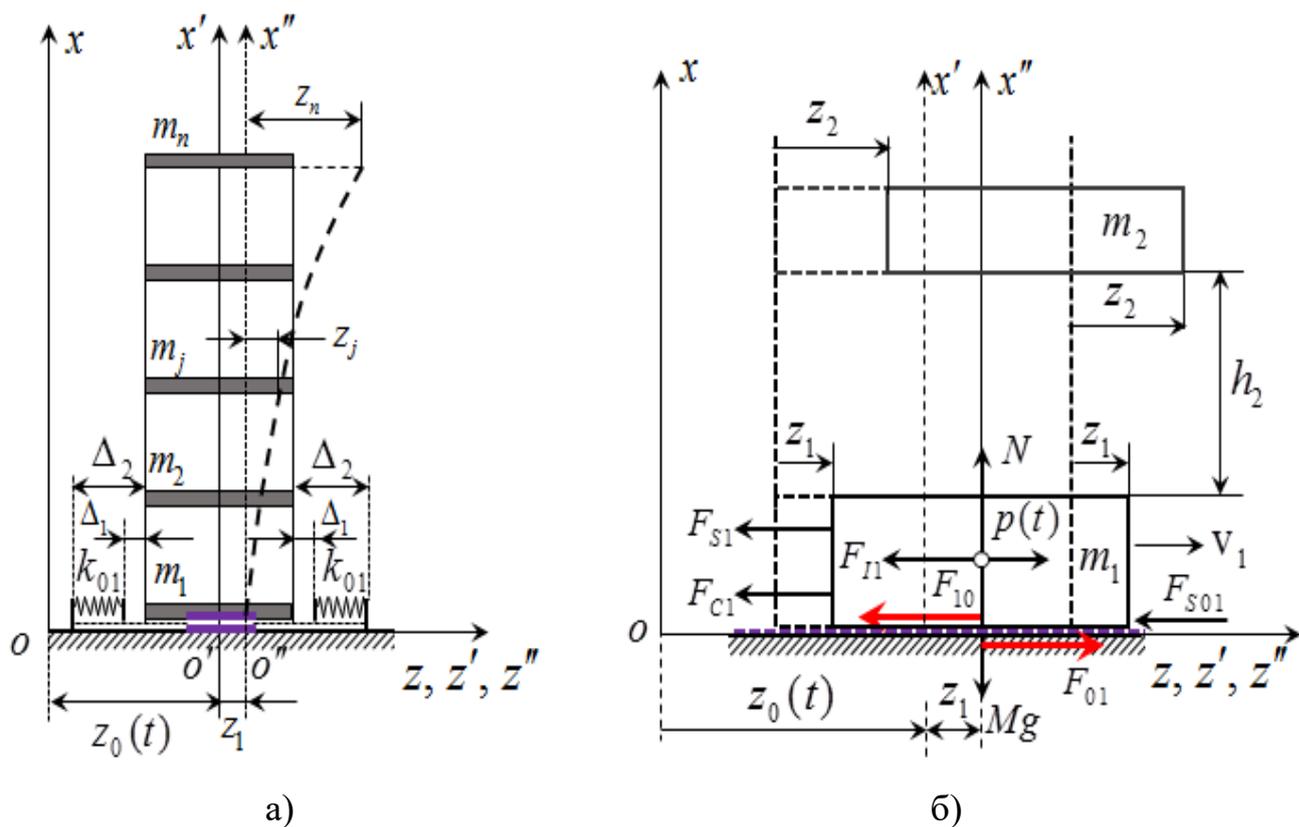


Рисунок 3.3. Модель здания со скользящим поясом на уровне фундаментной плиты

На основании известных параметров  $u, v, p v, p z$  в момент  $t_{n-1} = (n-1)\tau$  и заданных значений  $\ddot{z}_0, p$  в момент  $t_n = n\tau$ , система уравнений (3.39) позволяет рассчитать вектор перемещений для данного времени  $t_n = n\tau$ . Последующее применение выражений (3.28) и (3.29) даёт возможность определить скорость  $\dot{z}$  и ускорение  $\ddot{z}$  системы в тот же момент времени. Полученные значения перемещений, скоростей и ускорений используются для формирования векторов правых частей с компонентами  $u, v, p v, p z$ , соответствующих текущему моменту времени  $t_n = (n+1)\tau$ . Итерационный процесс продолжается решением системы уравнений для определения перемещений в момент и последующих точках во времени.

Уравнений (3.30) и (3.39) можно представить в матричной форме

$$\mathbf{R}^* \mathbf{Z}_k = \mathbf{B}_k, \quad (3.40)$$

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{R} + \mathbf{R}_1, \quad \mathbf{R}_1 = \text{diag}(\kappa_1 \quad \kappa_2 \quad \dots \quad \kappa_n), \quad \kappa_j = \alpha_1 m_j / \tau^2 + \beta_1 c_j / \tau, \quad (3.41)$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{M} \mathbf{U}_{k-1}^* + \mathbf{C} \mathbf{V}_{k-1}^* + \mathbf{F}_{k-1} - \mathbf{M} \ddot{\mathbf{Z}}_{0,k} + \mathbf{P}_k, \quad (3.42)$$

$$\mathbf{U}_{k-1}^* = \frac{\alpha_1}{\tau^2} \mathbf{Z}_{k-1} + \frac{\alpha_2}{\tau} \dot{\mathbf{Z}}_{k-1} + \alpha_3 \ddot{\mathbf{Z}}_{k-1}, \quad (3.43)$$

$$\mathbf{V}_{k-1}^* = \frac{\beta_1}{\tau} \mathbf{Z}_{k-1} + \beta_2 \dot{\mathbf{Z}}_{k-1} + \tau \beta_3 \ddot{\mathbf{Z}}_{k-1}, \quad (3.44)$$

$$\ddot{\mathbf{Z}}_{0,k} = \mathbf{I} \ddot{z}_0(t_k), \quad \mathbf{P}_n = \{p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_n\}_k^T, \quad (3.45)$$

$$\mathbf{F}_{k-1} = \mathbf{F}_{1,k-1} + \mathbf{F}_{2,k-1},$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, K.$$

Векторы силы трения-скольжения для моделей, показанных на рис.3.2 и 3.3, соответственно записываются в виде

$$F_{1,k-1} = \mu Q_1 \cdot \{sign(v_{21}) \quad -sign(v_{21}) \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0\}_{k-1}^T, \quad (3.46)$$

$$F_{2,k-1} = \mu Q_2 \cdot \{-sign(v_1) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0\}_{k-1}^T, \quad (3.47)$$

где  $v_{21} = v_2 - v_1$  – разность скоростей движения масс  $m_2$  и  $m_1$ , например, если

$$v_{21} > 0, \text{ то } sign(v_{21}) = 1.$$

Из (3.46) следует, что на массы  $m_2$  и  $m_1$ , при других равных условиях, действуют силы равные, но противоположенные по направлению. Сила трения в (3.47), соответствующая модели, представленной на рис.3.2, зависит только от скорости движения массы  $m_1$  относительно основания  $-v_1$ . Векторы силы упругой реакции ограничителей для моделей, представленных на рис. 3.2 и 3.3, записываются в виде

$$F_{2,k-1} = F_{21} \cdot \{sign(z_{21}) \quad -sign(z_{21}) \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0\}_{k-1}^T, \quad (3.48)$$

$$F_{1,k-1} = F_{10} \cdot \{-sign(z_1) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0\}_{k-1}^T, \quad (3.49)$$

$$F_{21} = k_{12} (|z_2 - z_1| - \Delta_1), \quad F_{10} = k_{01} (|z_1| - \Delta_1).$$

где  $z_{21} = z_2 - z_1$  – разность относительных перемещений масс  $m_2$  и  $m_1$  для модели здания, установленной на виброплатформе (рис.3.2), при условии  $|z_{21}| \leq \Delta_1$ ,

$$F_{21} = 0.$$

Сила упругой реакции  $F_{10}$  в (3.49) модели, представленной на рис.3.3, также будет равняться нулю, если  $|z_1| \leq \Delta_1$ . Следовательно, в случае, когда модули  $z_{21}$  и  $z_1$  становятся больше заданной величине  $\Delta_1$ , в правой части системы уравнений появляется дополнительная сила.

Векторы относительных ускорений и скоростей, полученных путём последовательных аппроксимаций, представляются в виде

$$\mathbf{U}_k = \frac{\alpha_1}{\tau^2}(\mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_{k-1}) + \frac{\alpha_2}{\tau}\dot{\mathbf{Z}}_{k-1} + \alpha_3\ddot{\mathbf{Z}}_{k-1}, \quad (3.50)$$

$$\mathbf{V}_k = \frac{\beta_1}{\tau}(\mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_{k-1}) + \beta_2\dot{\mathbf{Z}}_{k-1} + \tau\beta_3\ddot{\mathbf{Z}}_{k-1}, \quad (3.51)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, K.$$

Вектор полных ускорений определяется как сумма векторов

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{U}_k + \mathbf{I}\ddot{\mathbf{z}}_{0,k}, \quad (3.52)$$

где  $\mathbf{I}$  – единичный вектор-столбец;

$\ddot{\mathbf{z}}_{0,k}$  – ускорение основания, соответствующее моменту времени  $t_k$ .

Вектор-столбцы инерционных и упругих сил, а также изгибающий момент и поперечная сила в опорной части модели, соответствующие моменту времени  $t_k$ , могут быть представлены так

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{M}\mathbf{U}_k, \quad \mathbf{Q}_k = \mathbf{R}\mathbf{Z}_k, \quad M_{0,k} = \mathbf{X}\mathbf{S}_k, \quad Q_{0,k} = \mathbf{e}\mathbf{S}_k, \quad (3.53)$$

$$\mathbf{X} = (x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n), \quad \mathbf{e} = (1 \quad 1 \quad \dots \quad 1),$$

где  $\mathbf{X}$  – вектор-строка координат точек приложения сосредоточенных масс;

$\mathbf{e}$  – единичный вектор-строка.

Алгоритм (3.40) - (3.53) реализован на различных примерах по расчёту модели зданий со скользящим поясом.

### 3.5. Исследование свободных колебаний системы «виброплатформа-модель здания» без учёта скольжения

Рассмотрим систему с четырьмя степенями свободы при отсутствии скольжения (рис.3.4), где  $m_1 = m_1^*$  состоит из суммы двух масс – массы стола виброплатформы и массы конструкции опорной части модели. Эти массы находятся в состоянии «залипания». Вибростол, массой  $1,223 \text{ тс}^2/\text{м}$ , опирается на четырёх стойках высотой  $h_1 = 0,435 \text{ м}$ , сечением  $10 \times 5 \text{ см}$ , модулем упругости материала –  $E_1 = 2,1 \cdot 10^7 \text{ т/м}^2$ . Модель фрагмента каркасного здания состоит из сетки колонн  $d \times 3d$ , где  $d = 1,5 \text{ м}$  и следующих данных: сечение колонн –  $10 \times 10 \text{ см}$ ; сечение ригелей –  $10 \times 5 \text{ см}$ ; толщина плиты –  $4 \text{ см}$ ; высота этажей –  $h_2 = h_3 = h_4 = 0,75 \text{ м}$ ; модуль упругости материала –  $E_2 = 0,5 \cdot 10^6 \text{ т/м}^2$ . Коэффициент жёсткости стоек вибростола  $k_1 = 4 \times 12E_1I_1 / h_1^3 = 0,13 \cdot 10^5 \text{ т/м}$ . Коэффициенты жёсткости стоек модели здания  $k_2 = k_3 = k_4 = 8 \times 12E_2I_2 / h_2^3 = 0,95 \cdot 10^3$ . Сосредоточенные массы имеют следующие значения:  $m_1 = m_1^* = 1,256$ ,  $m_2 = m_3 = 0,103$ ,  $m_4 = 0,096 \text{ тс}^2/\text{м}$ . Параметр затухания принят равным  $\xi = 0,05$ . Шаг по времени принят равным  $\tau = 0,002 \text{ с}$ .

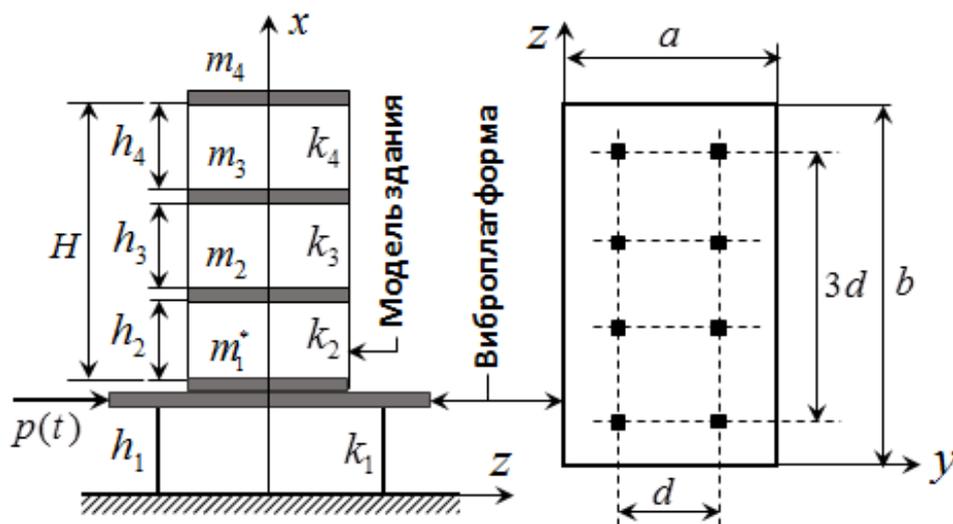


Рисунок 3.4. Система «виброплатформа-модель здания»

На рис.3.5 приведены графики свободных колебаний системы от действия мгновенного импульса.

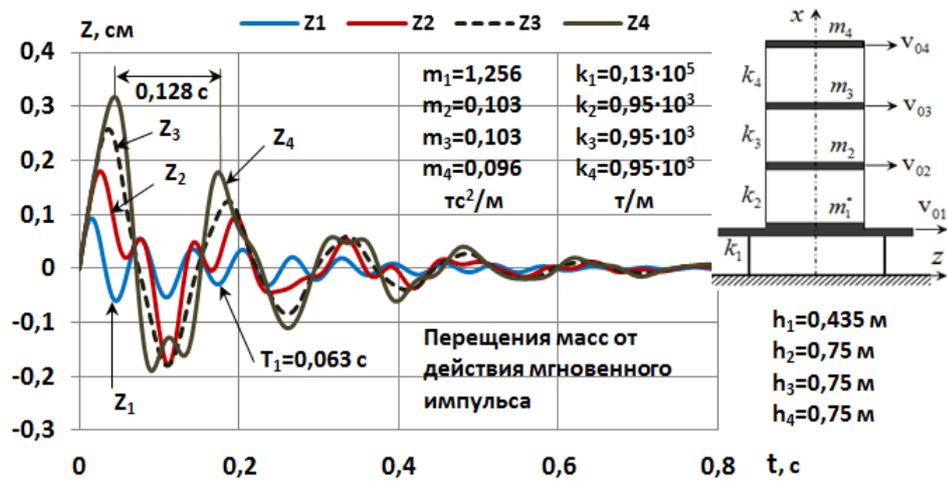


Рисунок 3.5. Свободные колебания системы

При этом предполагается, что все массы исследуемого объекта приобретают одинаковую начальную скорость, равную  $v_{01} = \dots = v_{04} = 0,1 \text{ м/с}$ . Можно заметить, что график колебания виброплатформы имеет простой затухающий гармонический характер с периодом  $T = 0,063 \text{ с}$ . Колебания модели, например,  $z_4$ , происходит со значительно большей амплитудой и основным периодом свободных колебаний  $T = 0,128 \text{ с}$ . По-видимому, это объясняется тем, что рассматриваемая система состоит из жёсткой и массивной платформы и относительно гибкой модели. На рис.3.6. графики изменения ускорений и сил инерции, полученных от действия мгновенного импульса. Видно, что ускорения масс  $m_4$  и  $m_1$  незначительно отличаются друг от друга, но силы инерции в них значительно отличаются.

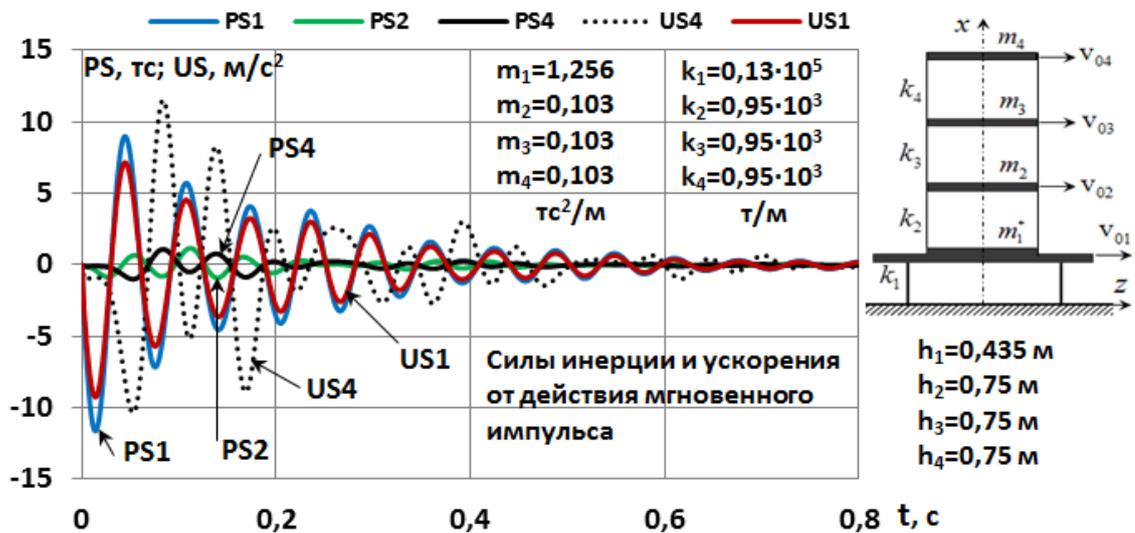


Рисунок 3.6. Графики изменения ускорений и сил инерции в системе

### 3.6. Исследование свободных колебаний системы «виброплатформа-модель здания» с учётом скольжения

Исследование свободных колебаний системы «виброплатформа-модель здания» с учётом скольжения проводилось на основе исходных данных, представленных в параграфе 3.5. Предполагается, что плоскость скольжения находится между массами  $m_1$  и  $m_2$ , где  $m_1 = 1,223$ ,  $m_2 = 0,033 \text{ тс}^2/\text{м}$ . В данной модели также учитывается воздействие мгновенного импульса, из-за которого все массы получают одинаковую начальную скорость, равную  $v_0 = 0,1 \text{ м/с}$ , независимо от величин сосредоточенных масс. На рис.3.7 приведены графики свободных колебаний системы, полученные в результате начальной скорости при различных значениях массы платформы.

Результаты получены при коэффициенте трения  $\mu = 0,1$  и параметре затухания  $\xi = 0,05$ . Кривые 1, 2, 3 получены при массе платформы  $m_1 = 1,223 \text{ тс}^2/\text{м}$ , а кривые 4, 5, 6 – при  $m_1 = 0,1223 \text{ тс}^2/\text{м}$ . Здесь видно, что платформа (кривые 1 и 4) колеблется практически также как в первой модели (параграф 3.5). Что касается колебания модели, то она перемещается вправо на величину более 6 мм, а затем совершает колебательные движения с такой же частотой, что и платформа.

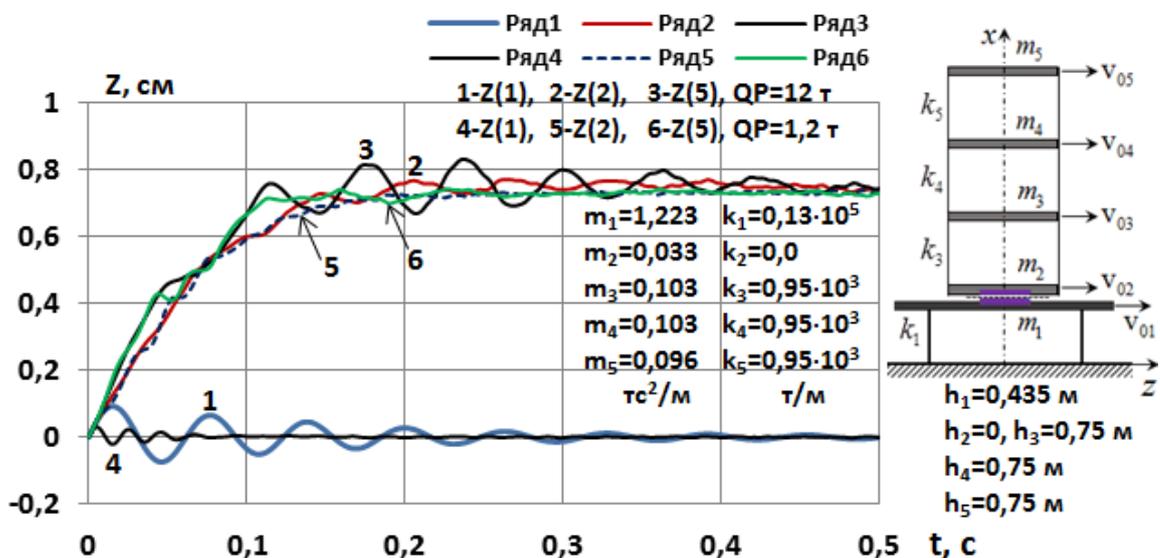


Рисунок 3.7. Графики изменения перемещений

На рис.3.8 показаны графики изменения ускорений массы  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_5$  системы, полученные от заданной начальной скорости, где вес платформы  $Q_p = 12$  т, получены аналогичные результаты и при  $Q_p = 1,2$  т (рис.3.9). Сравнение показывает, уменьшение массы платформы приводит к значительному изменению ускорений платформы и модели.

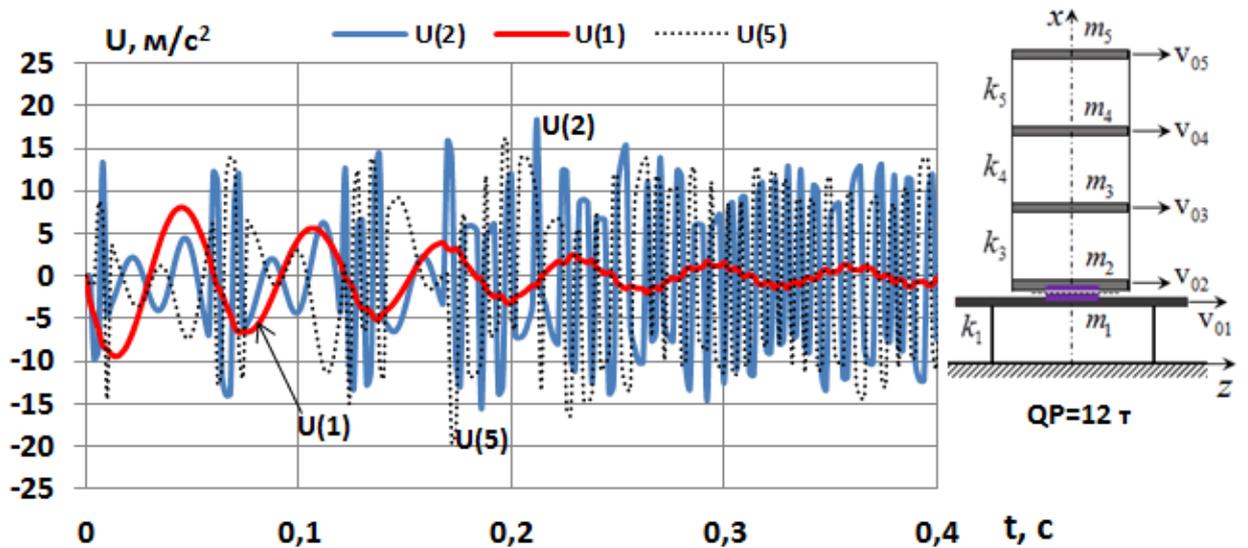


Рисунок 3.8. Графики ускорений и сил инерции ( $Q_p = 12$  т),  
 $\mu = 0,1$

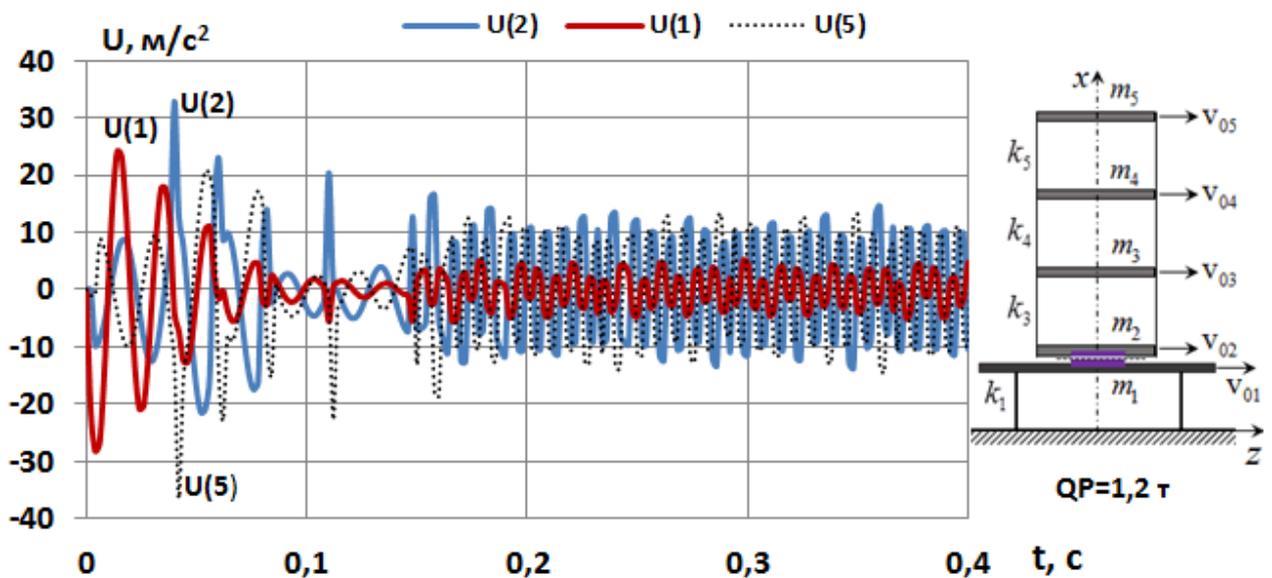


Рисунок 3.9. Графики ускорений и сил инерции ( $Q_p = 1,2$  т)  
 $\mu = 0,1$

### 3.7. Исследование вынужденных колебаний системы «платформа-модель здания» от действия вибрационной нагрузки

Предполагается, что вибратор с двумя эксцентриками, установленный на нижнюю поверхность стола платформы, создаёт гармоническую нагрузку

$$p(t) = p_0 \sin \theta t, \quad p_0 = 2m_e e \theta^2, \quad \theta = 2\pi n_0 / 60,$$

где  $m_e$  – масса неуравновешенного груза;

$e$  – эксцентриситет неуравновешенного груза;

$n_0$  – число оборотов двигателя в минуту;

$\theta$  – круговая частота вращения двигателя.

На рис.3.10 представлены полученные результаты вынужденных колебаний системы, при следующих данных:  $m_e = 10$  кг,  $e = 12$  см,  $\theta = 62,8$  рад/с и  $\mu = 0,1$ . Из графиков видно, что колебания платформы (кривая  $z_1$ ) имеет почти гармонический характер. В то время как колебания массы  $m_2$  (кривая  $z_2$ ) показывает более сложный характер изменения. Это, вероятно, связано с сильным влиянием силы трения-скольжения на массу  $m_2$ , которая значительно меньше массы  $m_1$ .

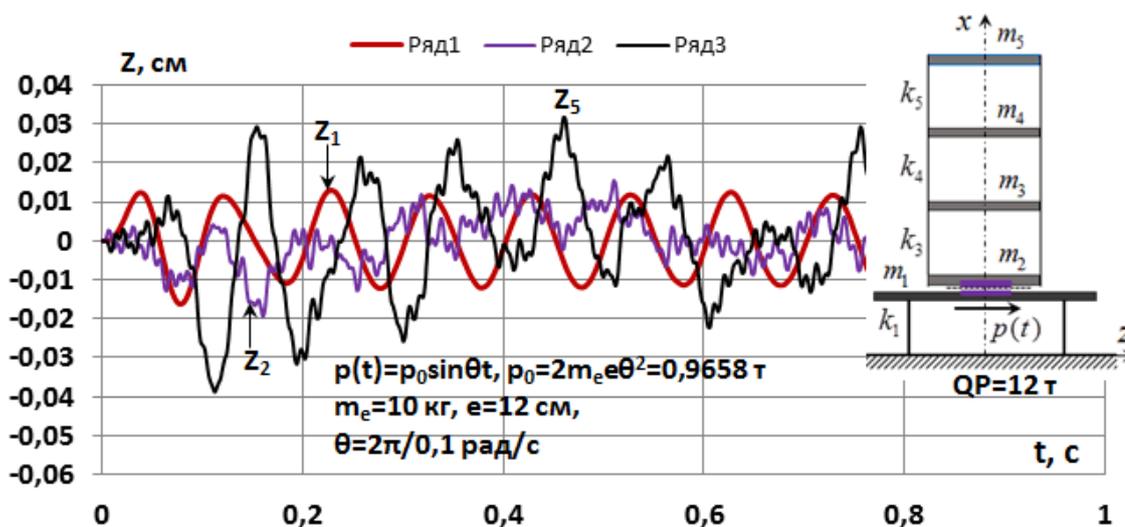


Рисунок 3.10. Графики перемещений системы с учётом скольжения между массами

$$m_1 \text{ и } m_2, \mu = 0,1$$

На рис.3.11 показаны результаты численного решения динамической задачи системы под действием вибрационной нагрузки в случае отсутствия скольжения,

когда массы находятся в состоянии «залипания». На рис.3.12 представлены результаты численного решения по определению ускорений.

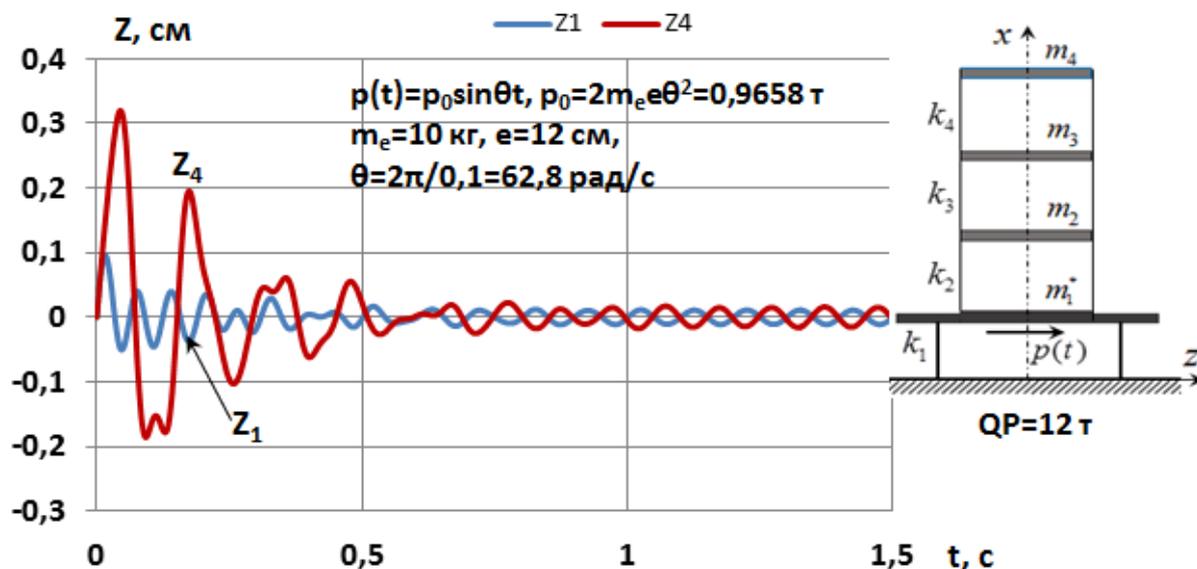


Рисунок 3.11. Графики перемещений ( $QP = 12\tau$ ),  $\mu = 0,1$

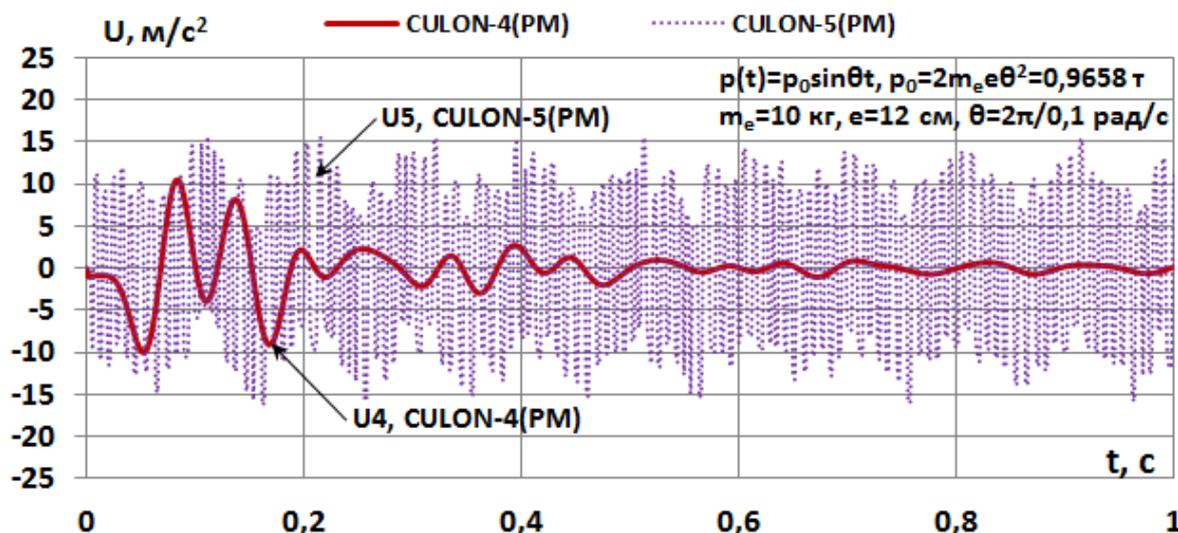


Рисунок 3.12. Графики ускорений ( $QP = 12\tau$ ),  $\mu = 0,1$

Легко можно заметить, что картина колебательного процесса системы значительно отличается от результатов, представленных на рис.3.10. Из сравнения результатов, представленных на рис.3.9 следует, что график изменения ускорений в точке приложения массы  $m_5$  модели со скользящим поясом значительно отличается от аналогичного графика для модели без учёта скольжения.

### 3.8. Исследование свободных и вынужденных колебаний модели здания со скользящим поясом

Предположим, что плоскость скольжения расположена на уровне фундаментной плиты, что также соответствует случаю, когда жёсткость стоек платформы, на которой установлена модель здания, стремится к бесконечности. Исследуем свободные колебания данной модели в предположении того, что все сосредоточенные массы получают одинаковую начальную скорость, равную 0,1 м/с, а при этом начальные перемещения и ускорения равны нулю. Из полученных результатов (рис.3.13) следует, что при заданной одинаковой начальной скорости для всех масс, модель не совершает колебаний относительно нулевого перемещения. При этом ускорения массы  $m_1$  имеет высокочастотный характер изменения.

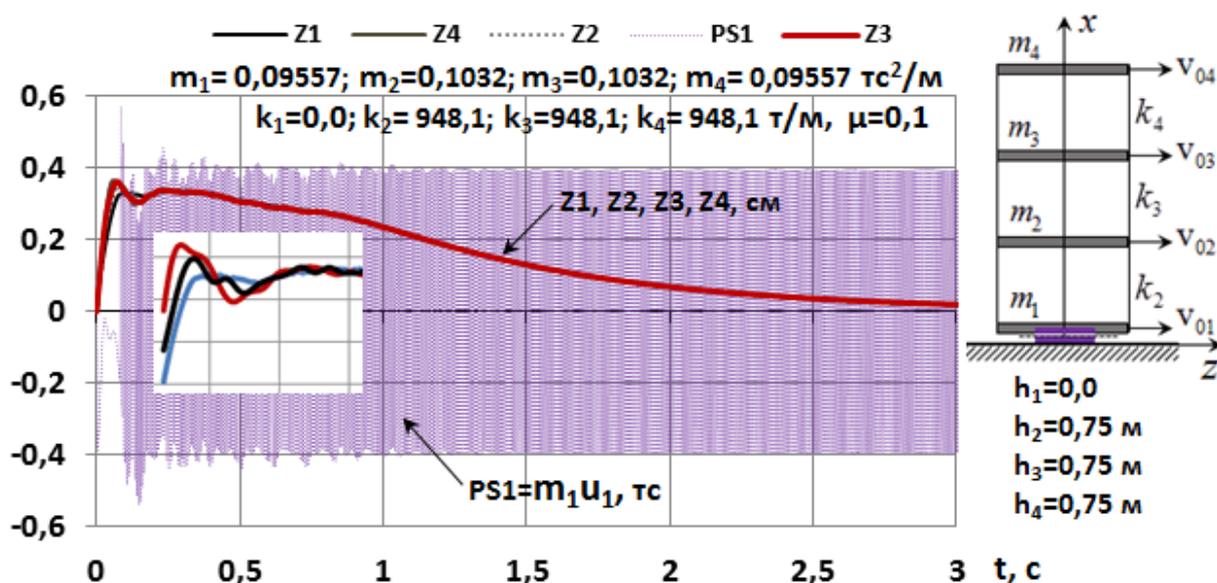


Рисунок 3.13. Графики свободных колебаний (QR = 12т)

Графики свободных колебаний модели, полученных от заданных начальных перемещений, распределённых по линейному закону, представлены на рис.3.14. Здесь колебательный процесс также происходит не относительно нулевого перемещения, а со сдвигом вправо на величину  $z_0 = 0,4 \text{ см}$ . На рис.3.15 приведены

графики изменения ускорений во времени в точках приложения  $m_1$  и  $m_4$  от заданных начальных перемещений.

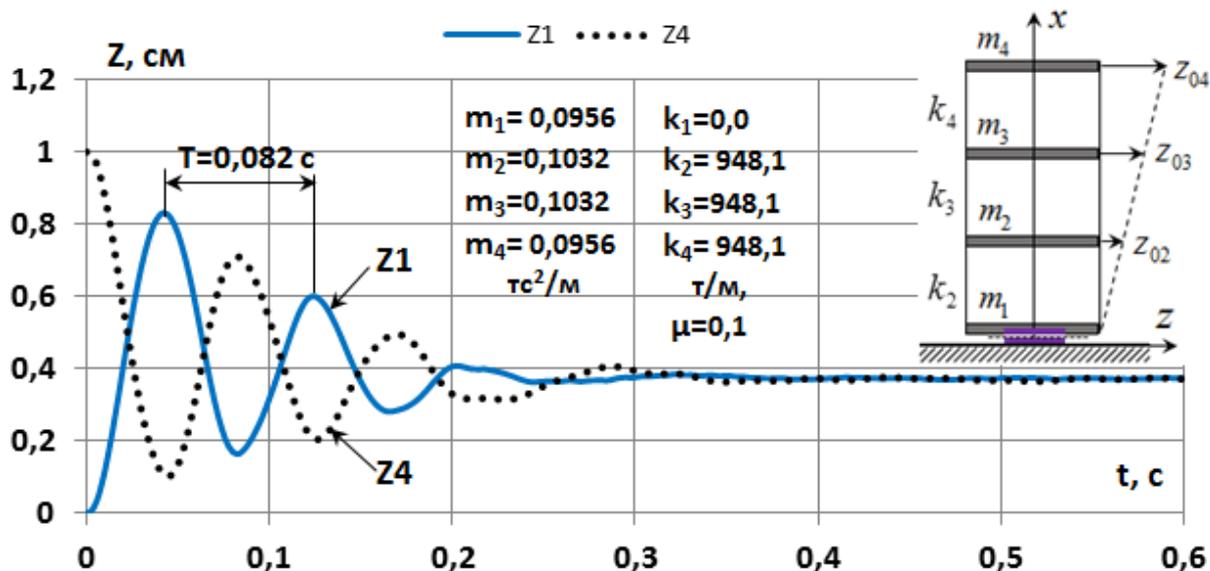


Рисунок 3.14. Графики свободных колебаний (QR = 12T)

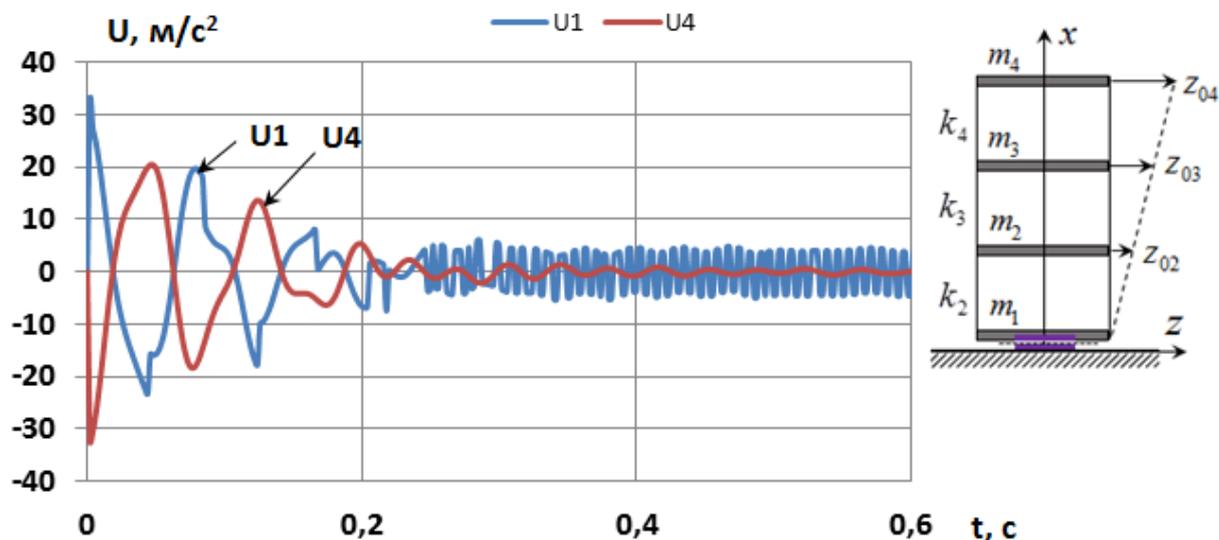


Рисунок 3.15. Графики ускорений (QR = 12T)

Получены результаты численного решения динамической задачи, где модель здания испытывает действия кинематического возмущения. На рис.3.16 и 3.17 представлены графики изменения перемещений и ускорений во времени, полученные от заданного ускорения основания в виде функции  $\ddot{z}_0(t) = A_0 \sin \theta t$ , где  $A_0 = 4 \text{ м/с}^2$ ,  $\theta = 2\pi / 0,1 = 62,8 \text{ рад/с}$ .

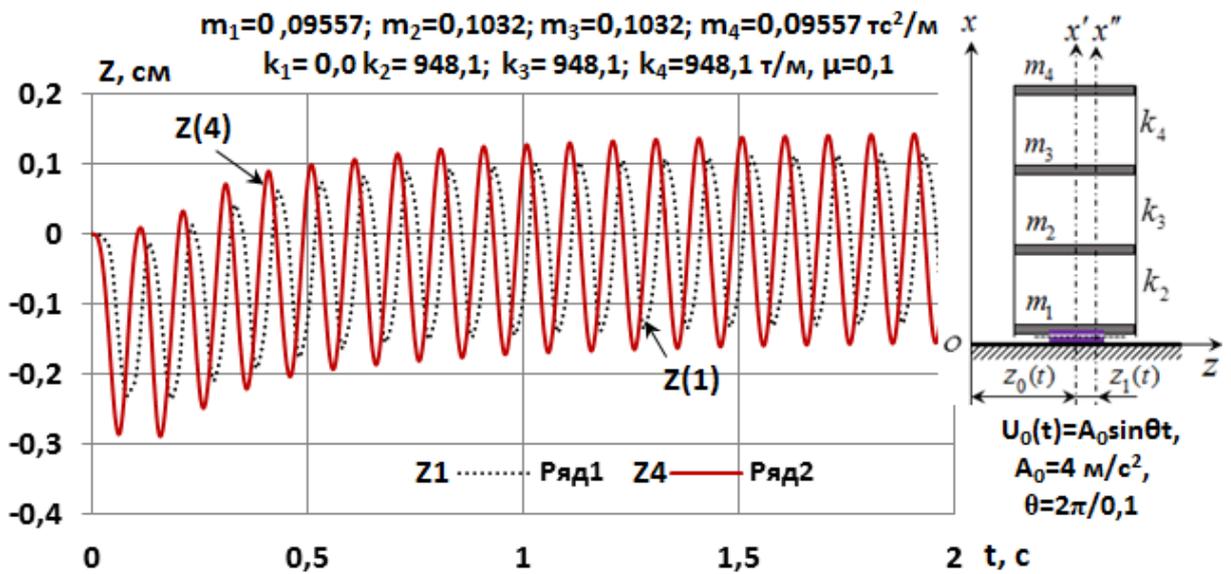


Рисунок 3.16. Графики перемещений (QR=12т)

Кинематическое воздействие можно представить также в виде

$$z_0(t) = A_0 \sin \theta t, \quad \dot{z}_0(t) = \theta A_0 \cos \theta t, \quad \ddot{z}_0(t) = -\theta^2 A_0 \sin \theta t,$$

$$A_0 = 0,4 g / \theta^2, \quad \theta = 2\pi / T$$

где период колебаний  $T$  можно задавать в зависимости от  $T_1$  – основного периода свободных колебаний исследуемого объекта. Например, если принять  $\theta = 0,8\omega$ , то  $T = 1,25T_1$ .

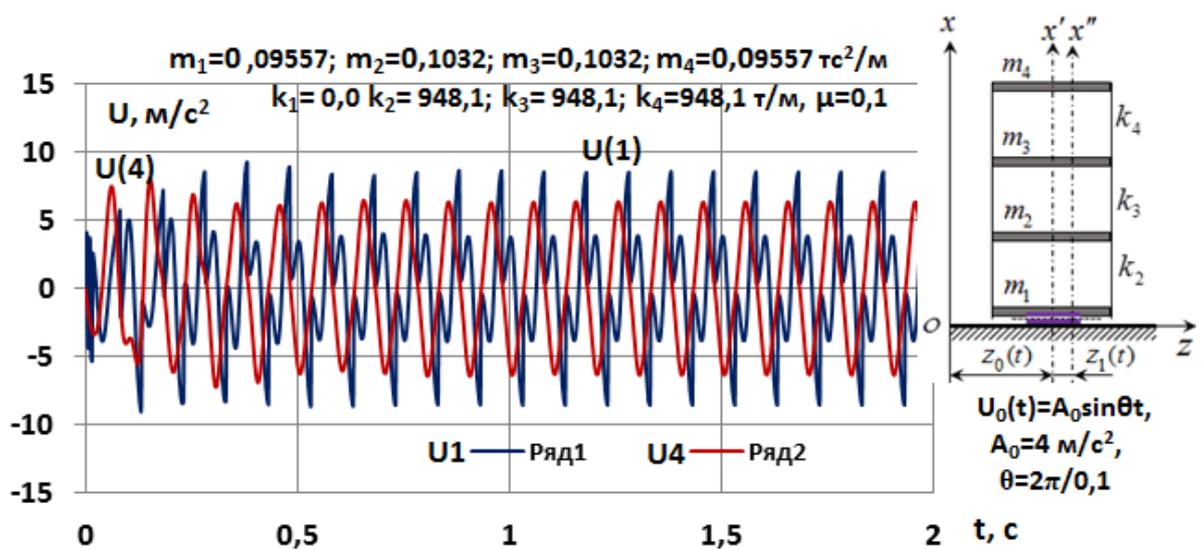


Рисунок 3.17. Графики ускорений (QR =12т)

### 3.9. Исследование модель здания с тремя сосредоточенными массами жёстко связанной с основанием

Рассмотрим модель здания, которая жёстко связана с основанием. Графики свободных колебаний такой модели, полученные от начальной скорости, представлены на рис.3.18.

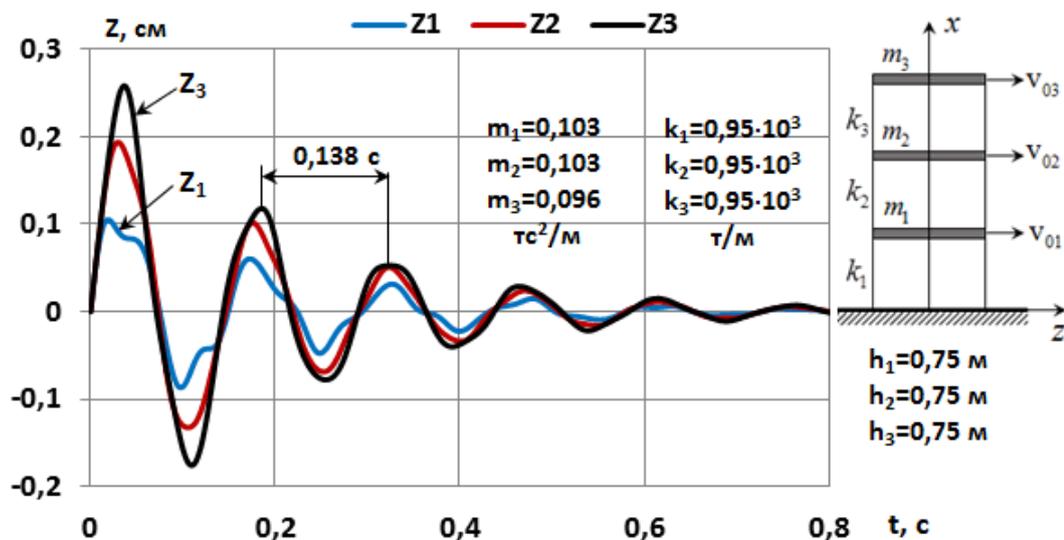


Рисунок 3.18. Графики свободных колебаний (QR = 12т)

На рис.3.19 и 3.20 приведены графики перемещений и ускорений модели, полученных от кинематического возмущения основания

$$\ddot{z}_0(t) = A_0 \sin \theta t,$$

где

$$A_0 = 4 \text{ м/с}^2, \theta = 2\pi / 0,1 = 62,8 \text{ рад/с}.$$

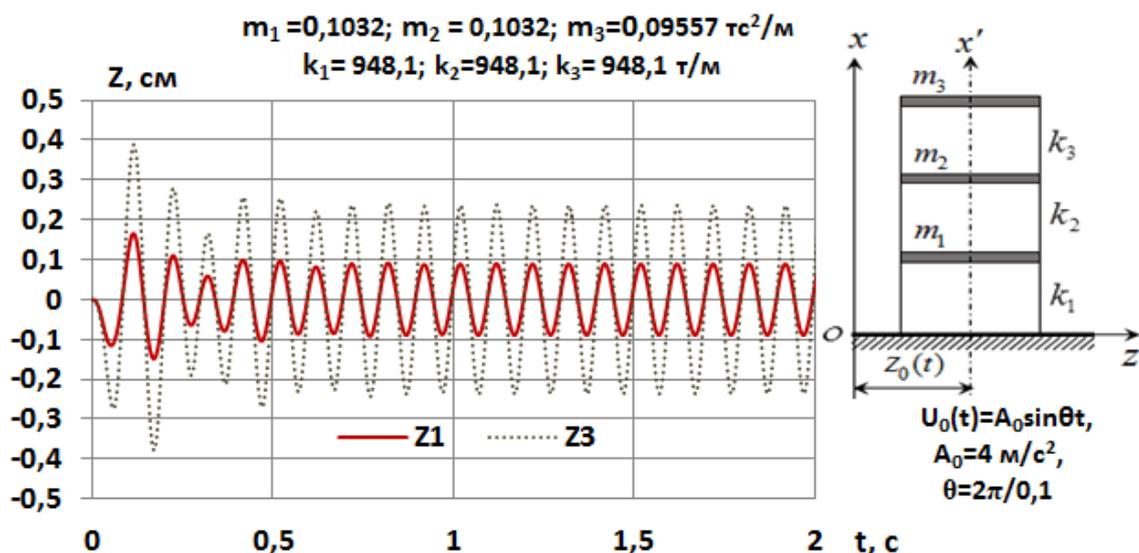


Рисунок 3.19. Графики перемещений (QR = 12т)

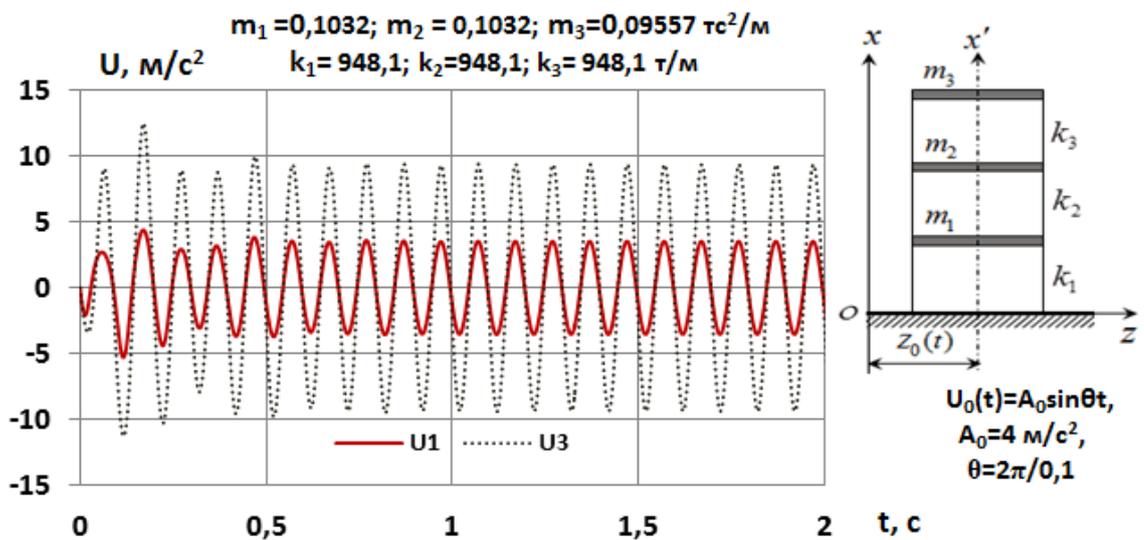


Рисунок 3.20. Графики ускорений (QR = 12т)

Различные варианты модели здания с сейсмоизолирующим поясом представлены на рис. 3.21.

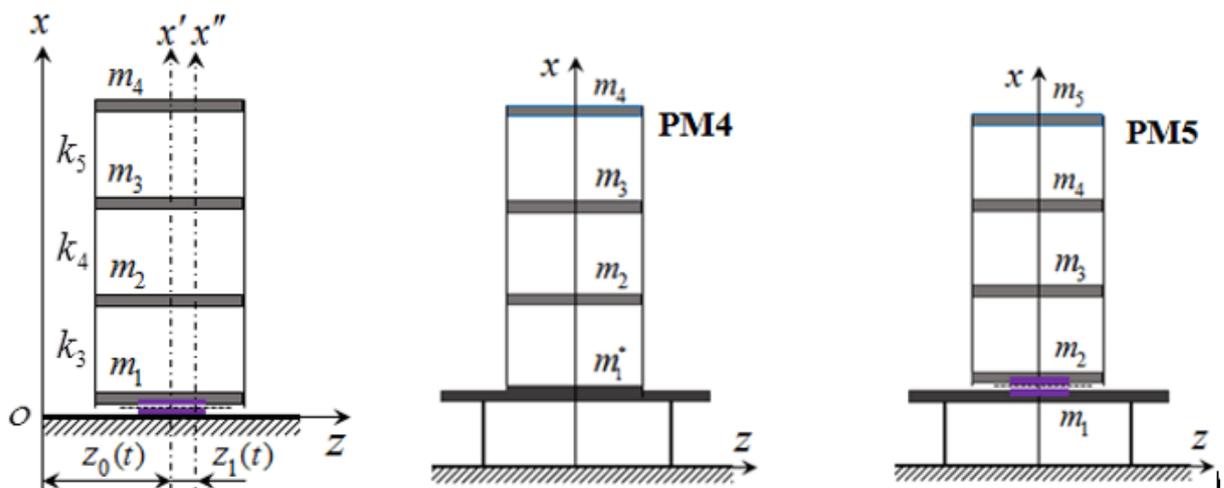


Рисунок 3.21. Модель здания с сейсмоизолирующим поясом

### 3.10. Численное моделирование сейсмоизолированных зданий с маятниковыми скользящими опорами

Фрикционно-маятниковые опоры (ФМО), также известные как маятниковые скользящие опоры, подразделяются на три основных типа в зависимости от конструкции: одномаятниковые (с одной сферической поверхностью скольжения), двухмаятниковые (с двумя поверхностями) и трехмаятниковые (с четырьмя

сферическими поверхностями). Своё название они получили благодаря тому, что установленные на них конструкции совершают колебания, аналогичные движению математического маятника, но с учётом сил трения.

Изготавливаемые из нержавеющей стали, такие опоры оснащаются специальными покрытиями сферических поверхностей, обеспечивающими требуемые фрикционные свойства [246,313]. Проблемы численного моделирования динамического поведения и сейсмозащиты с использованием подобных систем подробно исследованы в работах Низомова [143,145,146], Низомова, Каландарбекова [91-95,147,158,160].

Рассмотрим динамическое поведение многоэтажного здания, оборудованного системой сейсмоизоляции на маятниковых скользящих опорах, при сейсмическом воздействии. Модель сооружения, представленная на рис. 3.22 (а), рассматривается как система с  $n$  сосредоточенными массами. Конструкция одномаятниковой скользящей опоры включает две горизонтальные плиты: нижнюю с вогнутой сферической поверхностью и верхнюю, между которыми расположен сферический шарнирный ползун (рис. 3.23, а). Сейсмоизолирующие характеристики опоры определяются двумя ключевыми параметрами: радиусом кривизны сферической поверхности  $R$  и коэффициентом трения скольжения  $\mu$  ползуна (рис. 3.23, б). Анализ статического равновесия сил, возникающих при скольжении по сферической поверхности, позволяет вывести следующие зависимости

$$F = F_T \cos \alpha + F_N \sin \alpha, \quad (3.54)$$

$$Q = F_N \cos \alpha - F_T \sin \alpha, \quad (3.55)$$

$$\sin \alpha = u_1 / R, \quad \cos \alpha = (R - \delta) / R = 1 - \delta / R,$$

где  $F, Q$  – горизонтальная и вертикальная силы, действующие на фрикционную

опору,

$F_T, F_N$  – тангенциальная и нормальная силы, действующие на ползунк скольжения,

$R$  – радиус сферической поверхности.

Тангенциальная сила, как сила трения, выражается через нормальную силу

$$F_T = \mu F_N, \quad (3.56)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения.

С учётом выражения (3.56), из формулы (3.54) и (3.55) находим

$$F = F_N(\mu \cos \alpha + \sin \alpha), \quad Q = F_N(\cos \alpha - \mu \sin \alpha),$$

$$\frac{F}{Q} = \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}, \quad F = Q \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}. \quad (3.57)$$

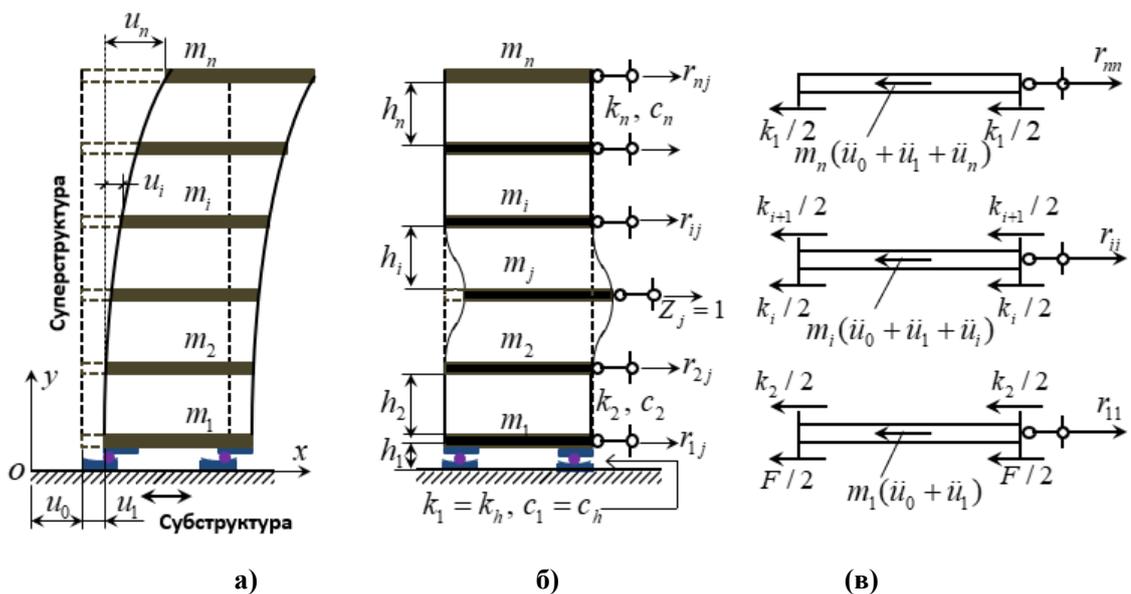


Рисунок 3.22. Динамическая модель здания (а) и основная система метода перемещений (б)

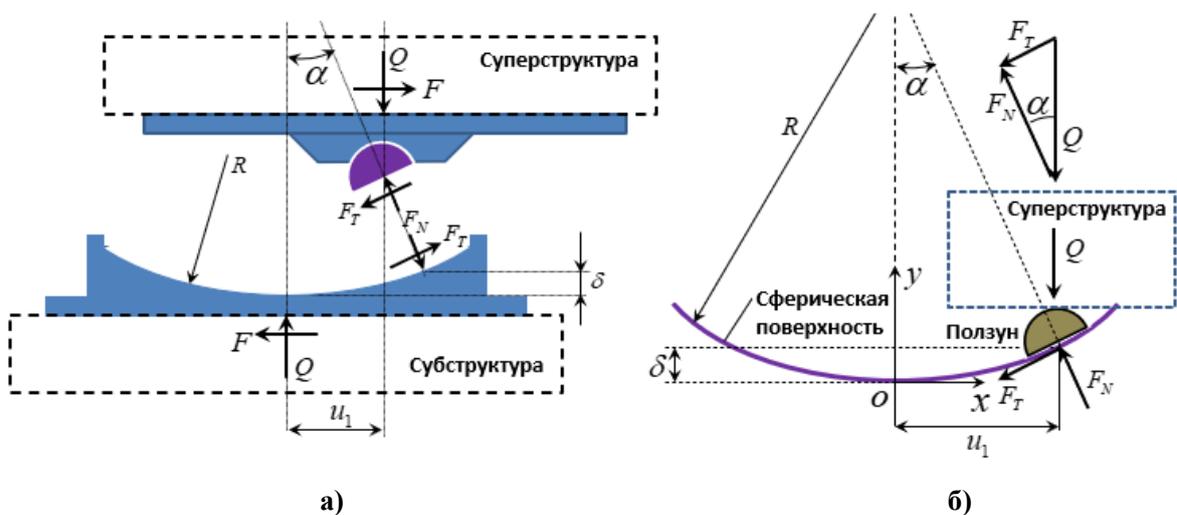


Рисунок 3.23. Кинематика одномятниковой скользящей опоры

Из-за малости угла  $\alpha$  можно предположить, что  $\cos\alpha - \mu\sin\alpha \approx 1$ , тогда формулу (3.57) имеет следующий вид

$$F = Q(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = Q(u_1/R + \mu\cos\alpha) = k_h u_1 + Q\mu\cos\alpha, \quad (3.58)$$

$$F/Q = u_1/R + \mu\cos\alpha,$$

где  $k_h = k_1 = Q/R$  – коэффициент горизонтальной жёсткости ФМО,

$Q, M$  – вес и масса суперструктуры

$$Q = M \cdot g, \quad M = m_1 + m_2 + \dots + m_n,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

Анализ уравнения (3.58) показывает, что при  $R \rightarrow \infty$  и  $\alpha \rightarrow 0$  горизонтальная сила  $F = \mu Q$  сводится к силе трения, характерной для обычной скользящей опоры.

Рассмотрим расчётную модель многоэтажного здания с одноплатниковыми скользящими опорами (рис. 3.22). При сейсмическом воздействии в момент времени  $t$  здание первоначально смещается на величину  $u_0$ , затем за счёт работы опоры происходит дополнительное смещение  $u_b = u_1$ , и только после этого возникают деформации конструкций (рис. 3.22, а). Для получения уравнений движения системы используется основная схема метода перемещений (рис. 3.22, б). Уравнения динамического равновесия выводятся из условий баланса сил для каждой массы (рис. 3.22, в).

Для опорной массы  $m_b = m_1$  (рис. 3.22, в) с учётом демпфирования уравнение динамического равновесия принимает следующий вид

$$m_1(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1) + c_h \dot{u}_1 + F + r_{12}u_2 = 0, \quad (3.59)$$

где  $r_{12} = -k_2$ ,  $k_2 = 2 \times 12EI / h_2^3$  – реакция в элементах первого этажа от единичного перемещения  $Z_1 = 1$ ,

$c_h = c_1$  – параметр затухания ФМО.

Сила  $F$ , которая состоит из суммы двух сил, имеет вид

$$F = k_h \cdot u_1 + \mu Q \cos \alpha \cdot \operatorname{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1), \quad (3.60)$$

$$k_h = k_1 = Q/R,$$

где  $\operatorname{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1)$  – кусочно-постоянная нечётная функция действительного аргумента с областью определения  $(-\infty; +\infty)$  и областью значений  $(-1; 0; +1)$ ,  
 $\dot{u}_0$  – скорость движения основания здания,  
 $\dot{u}_1$  – скорость движения массы  $m_1$ .

Подставляя выражение (3.60) в уравнение (3.59), получаем уравнение движения массы  $m_1$

$$m_1 \ddot{u}_1 + c_1 \dot{u}_1 + \mu Q \cos \alpha \cdot \operatorname{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) + k_1 u_1 - k_2 u_2 = -m_1 \ddot{u}_0(t), \quad (3.61)$$

Функцию  $\cos \alpha(t)$  в уравнение (3.61) можно представить как производную от  $\sin \alpha(t) = u_1(t)/R$

$$\frac{d}{dt} \sin \alpha = \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_1}{dt}, \quad \cos \alpha = \frac{1}{R} \frac{\dot{u}_1 \cdot t}{\dot{\alpha} \cdot t} = \frac{1}{R} \frac{\dot{u}_1}{\dot{\alpha}}. \quad (3.62)$$

Если принять, что собственная круговая частота свободных колебаний математического маятника составляет  $\omega_0$  без учёта демпфирования и  $\omega_d$  с учётом затухания, то можно записать следующие соотношения

$$\omega_0 = \sqrt{k_1/M} = \sqrt{Q/MR} = \sqrt{g/R}, \quad \omega_d = \dot{\alpha} = \omega_0 \sqrt{1-\xi^2}, \quad (3.63)$$

то уравнение (3.61) с учётом (3.62) и (3.63) можно показать в виде

$$m_1 \ddot{u}_1 + c_1 \dot{u}_1 + c_0 \dot{u}_1 \cdot u \operatorname{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) + k_1 u_1 - k_2 u_2 = -m_1 \ddot{u}_0(t), \quad (3.64)$$

$$c_0 = \frac{\mu Q}{R \dot{\alpha}} = |Q = \omega_0^2 MR, \dot{\alpha} = \omega_d| = \mu M \frac{\omega_0^2}{\omega_d}.$$

Обе части уравнение (3.64) делим на  $m_1$  и с учётом выражение (3.63), где

$$\frac{k_1}{m_1} = \frac{Q}{m_1 R} = \frac{Mg}{m_1 R} = \frac{Mg}{m_1 R} = \frac{M}{m_1} \omega_0^2,$$

находим

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 + 2\xi_1\omega_0\dot{u}_1 + \mu \frac{M}{m_1} \frac{\omega_0^2}{\omega_D} \dot{u}_1 \cdot \text{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) + \\ + \frac{M}{m_1} \omega_0^2 u_1 - \frac{k_2}{m_1} u_2 = -\ddot{u}_0(t). \end{aligned} \quad (3.64, a)$$

Коэффициент демпфирования  $\xi_1$  в уравнении (3.64, а), определяемый фрикционными характеристиками материалов сферических поверхностей и ползунов, обычно принимается в диапазоне 10-30% от критического значения затухания.

$$\xi_1 = c_h / c_{cr}; \quad c_{cr} = 2m_1\omega_0; \quad 0,1 \leq \xi_1 \leq 0,3.$$

Уравнения движения массы  $m_j$  и  $m_n$  записываются в виде

$$\begin{aligned} m_j(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1 + \ddot{u}_j) + c_j\dot{u}_j + r_{jj-1}u_{j-1} + r_{jj}u_j + r_{jj+1}u_{j+1} = 0, \\ j = 2, 3, \dots, n-1, \\ m_n(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1 + \ddot{u}_j) + c_n\dot{u}_j + r_{nn-1}u_{n-1} + r_{nn}u_n = 0, \\ r_{jj-1} = -k_j, \quad r_{jj} = k_j + k_{j+1}, \\ r_{jj+1} = -k_{j+1}, \quad r_{nn-1} = -k_n, \quad r_{nn} = k_n, \\ m_j\ddot{u}_j + c_j\dot{u}_j - k_ju_{j-1} + (k_j + k_{j+1})u_j - k_{j+1}u_{j+1} = -m_j(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \\ \ddot{u}_j + 2\omega_j\xi_j\dot{u}_j - \omega_j^2u_{j-1} + (\omega_j^2 + \omega_{j+1}^2)u_j - \omega_{j+1}^2u_{j+1} = -(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \\ \omega_j^2 = k_j / m_j, \quad c_j = \xi c_{cr} = \xi 2\omega_j m_j, \quad j = 2, 3, \dots, n-1. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Уравнение движения массы  $m_n$  представляется в виде

$$\begin{aligned} m_n\ddot{u}_n + c_n\dot{u}_n - k_nu_{n-1} + k_nu_n = -m_n(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1). \\ \ddot{u}_n + 2\omega_n\xi_n\dot{u}_n - \omega_n^2u_{n-1} + \omega_n^2u_n = -(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \\ \omega_n^2 = k_n / m_n. \end{aligned} \quad (3.66)$$

При допущении бесконечно большой жёсткости вертикальных конструктивных элементов и стремлении относительных перемещений  $u_2 = u_3 = \dots = u_n = 0$  к нулю, динамическая задача сводится к анализу следующего уравнения

$$M\ddot{u}_1 + c_1\dot{u}_1 + \mu M \frac{\omega_0^2}{\omega_D} \dot{u}_1 \cdot \text{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) + k_1 u_1 = -m_1 \ddot{u}_0(t),$$

Данное уравнение описывает динамику абсолютно жёсткого сооружения, установленного на фрикционно-маятниковых опорах.

Матричная форма системы уравнений (3.64) - (3.66) представляется следующим образом

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = -\mathbf{M}\mathbf{I}(\ddot{u}_0 + \dot{u}_1), \quad (3.67)$$

где  $\mathbf{M} = \text{diag}(m_1 \ m_2 \ \dots \ m_n)$  – диагональная матрица масс,

$\mathbf{I}$  – единичный вектор влияния,

$\mathbf{C}$  – матрица затухания.

Матрица жёсткости системы, а также векторы перемещений, скоростей и ускорений имеют следующий вид

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & -k_{n-1} & k_n \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{U}} = \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \\ \dot{u}_n \end{Bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{U}} = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \vdots \\ \ddot{u}_n \end{Bmatrix}. \quad (3.68)$$

Матрицу демпфирования в уравнении (3.67), описывающую поведение верхней части сооружения, в первом приближении можно считать пропорциональной матрице масс.

$$C = \text{diag}(m_2 \ m_3 \ \dots \ m_n) \times a,$$

где  $a$  – коэффициент пропорциональности.

Численное моделирование задачи динамики здания с одномаятниковыми сейсмоизолирующими опорами реализуется методом последовательных приближений [31,34]. В данном подходе скорость и ускорение для каждого шага по времени выражаются следующим образом

$$\ddot{u}_n = \frac{\alpha_1}{\tau_n^2}(u_n - u_{n-1}) - \frac{\alpha_2}{\tau_n} \dot{u}_{n-1} - \alpha_3 \ddot{u}_{n-1}, \quad (3.69)$$

$$\dot{u}_n = \frac{\beta_1}{\tau_n}(u_n - u_{n-1}) - \beta_2 \dot{u}_{n-1} - \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{n-1}, \quad (3.70)$$

$$n = 1, 2, \dots, N,$$

здесь  $\tau_n$  – шаг интегрирования на отрезке времени  $[t_{n-1}, t_n]$ ,

$\alpha_j, \beta_j$  – коэффициенты аппроксимации [154].

Подставляя выражения (3.69) и (3.70) в уравнение (3.64), находим

$$\begin{aligned} & m_1 \left[ \frac{\alpha_1}{\tau_n^2}(u_{1,n} - u_{1,n-1}) - \frac{\alpha_2}{\tau_n} \dot{u}_{1,n-1} - \alpha_3 \ddot{u}_{1,n-1} \right] + \\ & + c_1 \left[ \frac{\beta_1}{\tau_n}(u_{1,n} - u_{1,n-1}) - \beta_2 \dot{u}_{1,n-1} - \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{1,n-1} \right] + \\ & + c_0 \left[ \frac{\beta_1}{\tau_n}(u_{1,n} - u_{1,n-1}) - \beta_2 \dot{u}_{1,n-1} - \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{1,n-1} \right] \cdot \text{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) + \\ & + k_1 u_{1,n} - k_2 u_{2,n} = -m_1 \ddot{u}_0(t_n), \end{aligned} \quad (3.71)$$

$$k_1 = Q/R, \quad k_2 = 2 \times 12EI/h_2^3,$$

Уравнение (3.71) имеет вид

$$a_{11} u_{1,n} - a_{12} u_{2,n} = m_1 \cdot u_{s_{1,n-1}} + c_1 \cdot s k_{1,n-1} +$$

$$+c_0 \cdot sk_{1,n-1} \cdot \text{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) - m_1 \ddot{u}_0(t_n), \quad (3.72)$$

где 
$$a_{11} = m_1 \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} + \frac{\beta_1}{\tau_n} (c_1 + c_0) + k_1, \quad a_{12} = k_2,$$

$$us_{1,n-1} = \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} u_{1,n-1} + \frac{\alpha_2}{\tau_n} \dot{u}_{1,n-1} + \alpha_3 \ddot{u}_{1,n-1},$$

$$sk_{1,n-1} = \frac{\beta_1}{\tau_n} u_{1,n-1} + \beta_2 \dot{u}_{1,n-1} + \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{1,n-1}.$$

Проведя аналогичную процедуру к уравнению (3.65), находим

$$\begin{aligned} -a_{j,j-1} u_{j-1,n} + a_{jj} u_{j,n} - a_{jj+1} u_{j+1} = \\ = m_j \cdot us_{j,n-1} + c_j \cdot sk_{j,n-1} - m_j (\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \end{aligned} \quad (3.73)$$

где 
$$a_{jj-1} = k_j, \quad a_{jj} = m_j \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} + c_j \frac{\beta_1}{\tau_n} + k_j + k_{j+1}, \quad a_{jj+1} = k_{j+1},$$

$$us_{j,n-1} = \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} u_{j,n-1} + \frac{\alpha_2}{\tau_n} \dot{u}_{j,n-1} + \alpha_3 \ddot{u}_{j,n-1},$$

$$sk_{j,n-1} = \frac{\beta_1}{\tau_n} u_{j,n-1} + \beta_2 \dot{u}_{j,n-1} + \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{j,n-1},$$

$$j = 2, 3, \dots, n-1.$$

Уравнение (3.66) с применением аппроксимирующих формул (3.69) и (3.70) приводится к следующему виду

$$-a_{m-1} u_{n-1,n} + a_{m,n} u_{n,n} = m_n \cdot us_{n,n-1} + c_n \cdot sk_{n,n-1} - m_n (\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \quad (3.74)$$

где 
$$a_{m-1} = k_n, \quad a_{m,n} = m_n \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} + c_n \frac{\beta_1}{\tau_n} + k_n,$$

$$us_{n,n-1} = \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} u_{n,n-1} + \frac{\alpha_2}{\tau_n} \dot{u}_{n,n-1} + \alpha_3 \ddot{u}_{n,n-1},$$

$$sk_{n,n-1} = \frac{\beta_1}{\tau_n} u_{j,n-1} + \beta_2 \dot{u}_{n,n-1} + \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{n,n-1}.$$

Алгебраические уравнения (3.72) - (3.74) в матричной форме имеют вид

$$\mathbf{AU} = \mathbf{B}, \quad (3.75)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & -a_{12} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -a_{21} & a_{22} & -a_{23} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -a_{32} & a_{33} & -a_{34} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \dots & -a_{n,n-1} & a_{nn} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \dots \\ u_n \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \dots \\ b_n \end{Bmatrix}, \quad (3.76)$$

$$b_1 = m_1 \cdot us_{1,n-1} + c_1 \cdot sk_{1,n-1} + c_0 \cdot sk_{1,n-1} \cdot \text{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) - m_1 \ddot{u}_0(t_n),$$

$$b_j = m_j \cdot us_{j,n-1} + c_j \cdot sk_{j,n-1} - m_j(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \quad j = 2, 3, \dots, n-1,$$

$$b_n = m_n \cdot us_{n,n-1} + c_n \cdot sk_{n,n-1} - m_n(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1).$$

На каждом шаге по времени выполняется решение системы алгебраических уравнений (3.75). Благодаря ленточной структуре матрицы, для её решения эффективно применяется итерационный метод Зейделя.

### 3.11. Исследование динамической модели здания от действия мгновенного импульса

В качестве объекта исследования принято 10-этажное каркасное здание со следующими характеристиками: размеры в плане 18×36 м с шагом колонн 6×6 м, высота этажа 3 м, общая высота 30 м. Основание здания оборудовано 28 фрикционно-маятниковыми опорами. Суммарная масса конструкции и её полный вес составляют

$$M = 9 \times 51,79 + 2 \times 49,12 = 564,35 \text{ тс} \cdot \text{с}^2/\text{м},$$

$$Q = 564,35 \times 9,81 = 5536,27 \text{ тс}.$$

Изгибная жёсткость вертикальных конструктивных элементов и коэффициенты жёсткости колонн вместе с фрикционными опорами составляют соответственно

$$EI = 2 \times 10^6 \frac{0,5 \times 0,5^3}{12}; \quad k = \frac{12EI}{h^3}; \quad k_o = \frac{QR}{N_k}$$

где  $R$  – радиус сферической поверхности опоры,

$N_k = 28$  – количество опор.

На основе разработанной математической модели был реализован вычислительный алгоритм, воплощённый в программе FPB-1 (Friction Pendulum Bearings). Проведены расчёты для двух вариантов конструкций: традиционного здания (модель M1) и здания с фрикционными опорами (модель M2). Для модели M2 параметры исследования включали: коэффициент трения  $\mu = 0,1$ , радиус кривизны  $R = 5$  метров,  $\xi = 0,02$  при шаге интегрирования  $\tau = 0,01$  секунд. Для верификации точности выполнена серия расчётов с варьированием шага численного интегрирования по времени. На рисунке 3.24 представлены: для модели M1: перемещения масс  $m_1$  (кривая 2) и  $m_{10}$  (кривая 1); для модели M2: перемещения опорной массы  $m_b = m_1$  (кривая 4) и массы  $m_{11}$  (кривая 3)

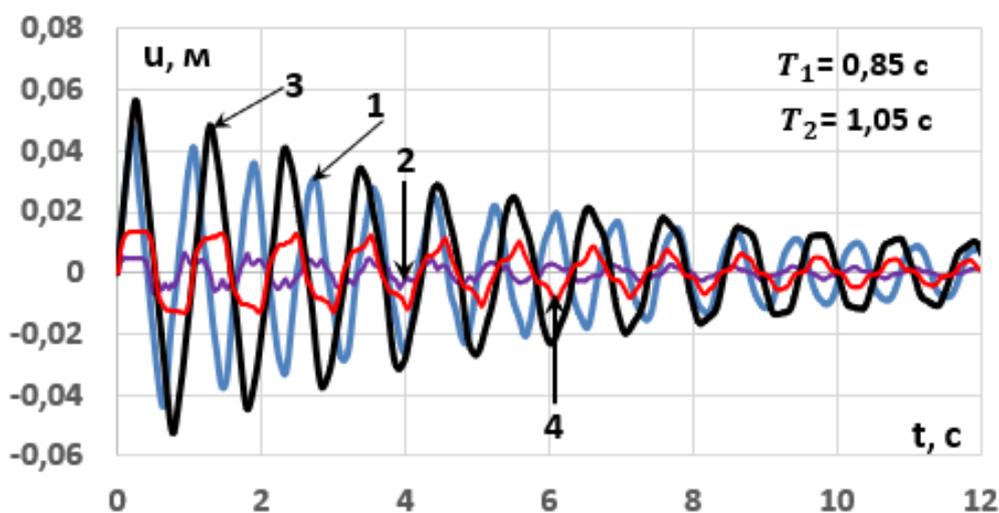


Рисунок 3.24. Сравнение результатов колебания модели здания

Табл. 3.3 содержит предельные значения опрокидывающего момента и сдвигающей силы в основании, а также максимальные динамические

характеристики (перемещения, скорости и ускорения) для перекрытий. Анализ данных показывает, что применение фрикционно-маятниковых опор (модель М2) обеспечивает:

1. Существенное снижение внутренних усилий в фундаментной части (до 40-50% по сравнению с моделью М1).
2. Уменьшение пиковых значений скоростей и ускорений в верхних этажах (на 30-35%).
3. Увеличение амплитуд перемещений на 15-20% по высоте здания.

**Таблица 3.3.** - Сравнение результатов опрокидывающего момента и сдвигающей силы

Модель	$M_{\max}$ , тм	$Q_{\max}$ , т	$u_{\max}$ , м	$\dot{u}_{\max}$ , м/с	$\ddot{u}_{\max}$ , м/с <sup>2</sup>
<b>М1</b>	$6,25 \cdot 10^4$	$4,72 \cdot 10^3$	$4,75 \cdot 10^{-2}$	0,346	9,01
<b>М2</b>	$3,69 \cdot 10^4$	$2,53 \cdot 10^3$	$5,63 \cdot 10^{-2}$	0,255	5,97

### Выводы по третьей главе

1. Системы сейсмоизоляции с сухим трением являются эффективным методом повышения сейсмостойкости зданий и сооружений. Они особенно эффективно применяются для сейсмозащиты зданий с жёсткой конструктивной схемой.

2. На основе разработанных методик, алгоритмов и компьютерных программ численного моделирования получены результаты численного решения динамической задачи модели здания с сухим трением на примере системы со многими степенями свободы при различных граничных условиях и различных внешних воздействиях.

3. Разработанный комплекс математических моделей и программного обеспечения позволяет проводить детальный анализ влияния сил сухого трения на динамические характеристики зданий.

4. Свободные колебания модели в состоянии «залипания» с виброплатформой происходит с основным периодом  $T = 0,128$  с. При этом платформа совершает свободные колебания с периодом  $T = 0,063$  с.

5. В состоянии скольжения характер картина свободных колебаний модели, установленной на платформе, качественно и количественно изменяются по сравнению в состоянии «залипания».

6. Сравнение вынужденных колебаний от действия гармонической нагрузки показывает, что ускорения в модели со скольжением получается больше, чем при отсутствии скольжения, а перемещения, наоборот. Достоверность результатов подтверждается хорошим совпадением результатов численного моделирования с результатами аналитических решений.

7. Полученные результаты численного эксперимента будут использованы в дальнейшем при экспериментальных исследованиях на физических моделях зданий с применением виброплатформы.

## Глава 4. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СЕЙСМОИЗОЛИРОВАННЫХ ЗДАНИЙ МЕТОДОМ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

### 4.1. Исследование нелинейной работы сейсмоизоляции на основе гистерезисной модели Bouc–Wen

Теоретические исследования, проведённые в работах [5,7,10,221,240,241,270,271], показывают, что сейсмозащитные системы, способные изменять свои динамические параметры в контролируемых пределах во время землетрясения, проявляют более устойчивое поведение в условиях неопределённости внешних воздействий. Перспективным направлением сейсмозащиты зданий признано применение резинометаллических опор - композитных конструкций, состоящих из чередующихся прослоек натурального или синтетического каучука [95,229,246]. В работах Kelly [314], Naeim [320] и Zayas [338] подробно рассмотрены основные механические свойства резинометаллических изоляторов (РМО) с различными уровнями демпфирования, включая изоляторы со свинцовым сердечником. Материалы с низким демпфированием характеризуются практически линейным откликом на сдвиговые нагрузки, в то время как повышение демпфирующих свойств достигается за счёт добавления специальных наполнителей при производстве резины.

Динамическая модель здания включает три основных компонента: субструктуру, систему сейсмоизоляции и суперструктуру. Уравнение движения суперструктуры в рамках данной модели в матричной форме имеет вид

$$\mathbf{M}_S \ddot{\mathbf{W}}_S + \mathbf{C}_S \dot{\mathbf{W}}_S + \mathbf{K}_S \mathbf{W}_S = -\mathbf{M}_S \mathbf{I}(\ddot{\mathbf{z}}_g + \ddot{\mathbf{w}}_b) \quad (4.1)$$

где  $\mathbf{M}_S, \mathbf{C}_S, \mathbf{K}_S$  - диагональная матрица масс, матрицы затухания и жёсткости,

$$\mathbf{W}_S = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}^T,$$

$\dot{\mathbf{W}}_S, \ddot{\mathbf{W}}_S$  - векторы относительных смещений,

скоростей и ускорений,

$\ddot{\mathbf{w}}_b, \ddot{\mathbf{z}}_g$  - относительное ускорение массы фундаментной плиты  $m_b$  и

ускорения грунта соответственно,

**I** - единичный вектор.

Уравнение движения массы  $m_b$  записывается в виде

$$m_b \ddot{w}_b + f_b - k_1 w_1 - c_1 \dot{w}_1 = -m_b \ddot{z}_g, \quad (4.2)$$

здесь  $f_b$  – восстанавливающая сила сейсмоизоляции,

$k_1, c_1$  – коэффициенты жёсткости и демпфирования первого этажа.

Динамическое поведение сейсмоизолирующих опор, отражённое на графике зависимости восстанавливающей силы от смещения, как правило, аппроксимируется с использованием билинейных или эквивалентных линеаризованных моделей.

Гистерезисная модель Bouc-Wen [294,337] представляет собой математическое описание динамического поведения механической системы, в рамках которого восстанавливающая сила в РМО в уравнении (4.2) вычисляется по следующей формуле

$$f_b = c_b \dot{w}_b + \alpha k_b w_b + (1 - \alpha) f_y z(t), \quad (4.3)$$

где  $f_y$  – сила (предел) текучести, при которой жёсткость переходит от упругой к пластической стадии,

$\alpha = k_f / k_i$  – отношение жёсткостей,

$k_b$  – начальная жёсткость опоры,

$c_b$  – коэффициент вязкого демпфирования резинометаллической опоры.

В выражении (4.3)  $z$  величина соответствует безразмерной гистерезисной составляющей перемещения, определяемой нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка.

$$w_y \dot{z} = A \dot{w}_b - \beta |\dot{w}_b| |z|^{n-1} z - \gamma \dot{w}_b |z|^n. \quad (4.4)$$

Где  $w_y$  – смещение текучести,

$A, \beta, \gamma$  – безразмерные параметры, выбранные таким образом, чтобы график функции  $f_b = f(w_b)$ , полученные из (4.3) и (4.4) совпадал с экспериментальными данными,

$n$  – целое число, которое контролирует плавность перехода от упругой стадии к пластической (выбирается таким образом, чтобы предсказанный отклик модели близко совпал с экспериментальными результатами).

Таким образом, модель Bouc -Wen включает в себя пять параметров –  $\beta, \gamma, A$  и  $\alpha, n$ , от которых зависит характер изменения гистерезисной кривой. Параметр  $A$  контролирует наклон при  $z = 0$ . При  $n \rightarrow \infty$  модель гистерезиса сводится к билинейной диаграмме. Параметры  $\beta$  и  $\gamma$  определяют форму гистерезисной петли, при  $\beta = \gamma = 0$  соотношение между восстанавливающей силой и смещением становится линейным, а при  $\beta = \gamma = 0,5$  получаем упругопластическую зависимость.

Если учесть, что

$$\begin{aligned} |\dot{w}_b| &= \dot{w}_b \cdot \text{sgn}(\dot{w}_b), \\ |z|^{n-1} \cdot z &= |z|^{n-1} |z| \cdot \text{sgn}(z) = |z|^n \text{sgn}(z), \\ \text{sgn}(\dot{w}_b) \cdot \text{sgn}(z) &= \text{sgn}(\dot{w}_b z) \end{aligned}$$

то уравнение (4.4) можно записать в виде

$$\dot{z} = \frac{\dot{w}_b}{w_y} \left\{ A - |z|^n [\beta \cdot \text{sgn}(\dot{w}_b \cdot z) + \gamma] \right\}, \quad (4.5)$$

где  $\text{sgn}(z)$  – кусочно-постоянная функция действительного аргумента с областью значений  $\{-1; 0; +1\}$  при  $z < 0, z = 0, z > 0$  соответственно.

Нелинейное дифференциальное уравнение (4.5) решается численными методами интегрирования дифференциальных уравнений [252,266,268]. При использовании метода Эйлера, где принимается

$$\dot{z} = \frac{dz}{dt} \approx \frac{\Delta z}{\Delta t}, \quad \Delta z = z_{i+1} - z_i, \quad \Delta t = t_{i+1} - t_i = \tau,$$

решение уравнения (4.5) представляется в виде

$$z_{i+1} = \frac{\dot{w}_{b,i}}{w_y} \tau \left\{ A - |z_i|^n \left[ \beta \cdot \operatorname{sgn}(\dot{w}_{b,i} \cdot z_i) + \gamma \right] \right\} + z_i, \quad (4.6)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N.$$

Решение нелинейного уравнения (4.5) численным методом Рунге-Кутты 4-го порядка сводится к следующему

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\dot{w}_{bi}}{w_y} \left\{ A - |z_i|^n \left[ \beta \cdot \operatorname{sgn}(\dot{w}_{bi}) \cdot \operatorname{sgn}(z_i) \right] + \gamma \right\}, \\ k_2 &= \frac{\dot{w}_{bi}}{w_y} \left\{ A - |z_i + \tau k_1 / 2|^n \left[ \beta \cdot \operatorname{sgn}(\dot{w}_{bi}) \cdot \operatorname{sgn}(z_i + \tau k_1 / 2) \right] + \gamma \right\}, \\ k_3 &= \frac{\dot{w}_{bi}}{w_y} \left\{ A - |z_i + \tau k_2 / 2|^n \left[ \beta \cdot \operatorname{sgn}(\dot{w}_{bi}) \cdot \operatorname{sgn}(z_i + \tau k_2 / 2) \right] + \gamma \right\}, \\ k_4 &= \frac{\dot{w}_{bi}}{w_y} \left\{ A - |z_i + \tau k_3|^n \left[ \beta \cdot \operatorname{sgn}(\dot{w}_{bi}) \cdot \operatorname{sgn}(z_i + \tau k_3) \right] + \gamma \right\}, \\ z_{i+1} &= z_i + \frac{\tau}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \\ & i = 0, 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (4.7)$$

где  $\tau$  – шаг интегрирования.

Восстанавливающая сила, соответствующая моменту времени  $t_i$ , записывается в виде

$$f_{bi} = c_b \dot{w}_{bi} + \alpha k_b w_{bi} + (1 - \alpha) f_y z_i. \quad (4.8)$$

Таким образом, при заданных пяти параметрах гистерезисная модель Bouc–Wen позволяет анализировать динамическое поведение объекта с учётом нелинейных характеристик работы РМО.

Задача динамического расчёта зданий с сейсмоизоляцией сводится к совместному решению уравнений (4.1) и (4.2) с учётом зависимостей (4.3), (4.6) или (4.7). Выражения для скорости и ускорения, рассчитанные методом последовательных приближений [141] для фиксированного момента времени интервала  $t_i$  выражаются следующими зависимостями

$$\ddot{w}_i = \frac{\alpha_1}{\tau_i^2} (w_i - w_{i-1}) - \frac{\alpha_2}{\tau_i} \dot{w}_{i-1} - \alpha_3 \ddot{w}_{i-1}, \quad (4.9)$$

$$\dot{w}_i = \frac{\beta_1}{\tau_i} (w_i - w_{i-1}) - \beta_2 \dot{w}_{i-1} - \tau_i \beta_3 \ddot{w}_{i-1}, \quad (4.10)$$

здесь  $\tau_i$  – шаг интегрирования на отрезке времени  $[t_{i-1}, t_i]$ ,

$\alpha_j, \beta_j$  – коэффициенты аппроксимации.

После подстановки выражений (4.9) и (4.10) в уравнения (4.1) и (4.2) формируется система алгебраических уравнений, решаемая итерационным способом на каждом шаге по времени. Для выполнения расчётов разработана компьютерная программа, с помощью которой получены результаты для динамической модели здания с резинометаллическими опорами.

#### 4.2. Реализация нелинейной модели

В качестве объекта исследования рассмотрено 10-этажное каркасное здание с размерами в плане  $18 \times 36$  м и шагом колонн  $6 \times 6$  м (рис.4.1). Конструктивные характеристики включают: высоту этажа 3 м, колонны сечением  $0,5 \times 0,5$  м, ригели  $0,3 \times 0,45$  м и плиты толщиной 0,2 м. Суммарная масса надфундаментной части сооружения составляет

$$M = 564,35 \text{ тс}^2/\text{м}$$

$$m_1 = m_{11} = 42,12 \text{ тс}^2/\text{м}; \quad m_2 = m_3 = \dots = m_{11} = 51,79 \text{ тс}^2/\text{м}.$$

Сейсмозащита здания реализована с использованием 28 резинометаллических опор модели SI-H 500/102 производства "FIP Industriale". Демпфирующие характеристики заданы независимо для надфундаментной части  $\xi = 0,05$ , и для системы сейсмоизоляции  $\xi_{is} = 0,1$ .

Предполагается, что массы сосредоточены на уровнях перекрытий и обладают только одной степенью свободы- в горизонтальном направлении. В связи с этим для формирования матрицы жёсткости используем основную систему метода перемещений что позволяет получить следующие выражения

$$r_{j,j+1} = -k_{j+1}, \quad r_{j,j-1} = -k_j, \quad r_{j,j} = k_j + k_{j+1},$$

$$r_{1,1} = k_1 + k_2, \quad r_{n,n} = k_n,$$

$$k_1 = 28 \cdot k_{is}, \quad k_{is} = 0,275 \cdot 10^3 \text{ тс/м},$$

$$k_j = 28 \cdot 12EI / h_j^3, \quad j = 2, 3, \dots, n.$$

$$EI = 2 \cdot 10^6 \cdot 0,5 \cdot 0,5^3 / 12 \text{ тсм}^2, \quad h_j = 3 \text{ м}.$$

Парциальные частоты определяются по формулам

$$\omega_j = \sqrt{k_j / m_j}, \quad j = 2, 3, \dots, 11, \quad \omega_1 = \sqrt{k_1 / \Sigma m_j}.$$

Матрица жёсткости в (4.1) порядка 11 представляется в виде

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & 0 & \dots & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & & & & r_{11,10} & r_{11,11} \end{bmatrix}.$$

Матрица затухания представляется пропорционально матрице масс

$$c_{11} = 2\xi_{is}\omega_1\Sigma m_j, \quad c_{jj} = 2\xi\omega_j m_j, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad n = 11.$$

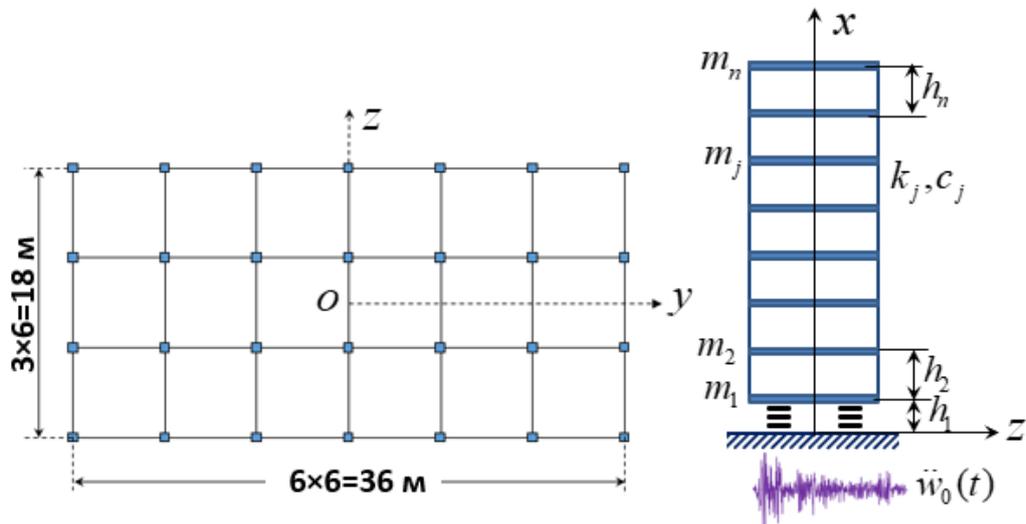


Рисунок 4.1. План и динамическая модель каркасного здания

Разработана компьютерная программа **LRB-BW-El Centro** и получены результаты расчёта сейсмоизолированного здания от заданной акселерограммы.

На рис.4.2 представлен фрагмент программы, где вычисляется восстанавливающая сила с использованием модели Bouc-Wen. Для численного решения нелинейного дифференциального уравнения применяется метод Рунге-

Кутта и выполняется итерационное решение системы алгебраических уравнений на каждом шаге по времени. На рис. 4.3 представлены: гистерезисная петля, графики изменения ускорений для масс  $m_1$  (1) и  $m_{11}$  (11), а также сигнум-функции  $sgn(\dot{w}_b)$  - SGV по времени. Данные результаты рассчитаны для акселерограммы El Centro при заданных параметрах системы.

$$A = 1; \quad \beta = 0; \quad \gamma = 0; \quad \alpha = 0,1; \quad n = 2.$$

Полученные результаты при шаге интегрирования  $\tau = \Delta t / NT = 0,001$  с,

где  $NT = 20$ ,  $\Delta t = 0,02$  с – шаг оцифровки акселерограммы.

```

! ВОССТАНАВЛИВАЮЩАЯ СИЛА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ BOUC-WEN (МЕТОД РУНГЕ-КУТТА)
VD1=V0(1)/D1
SGV=SIGN(YHV,V0(1))

!
AB1=ABS(ZH0)**NH
SG1=SIGN(YHZ,ZH0)
RK1=VD1*(AH-AB1*(BH*SGV*SG1+GH))

!
AB2=ABS(ZH0+DT*RK1/2.0)**NH
SG2=SIGN(YHZ,ZH0+DT*RK1/2.0)
RK2=VD1*(AH-AB2*(BH*SGV*SG2+GH))

!
AB3=ABS(ZH0+DT*RK2/2.0)**NH
SG3=SIGN(YHZ,ZH0+DT*RK2/2.0)
RK3=VD1*(AH-AB3*(BH*SGV*SG3+GH))

!
AB4=ABS(ZH0+DT*RK3)**NH
SG4=SIGN(YHZ,ZH0+DT*RK3)
RK4=VD1*(AH-AB4*(BH*SGV*SG4+GH))

!
ZH1=ZH0+(DT/6.0)*(RK1+2*RK2+2*RK3+RK4) !ГИСТЕРЕЗИСНЫЙ КОМПОНЕНТ
RF=CZ(1)*V0(1)+ALH*KG(1)*W0(1)+(1-ALH)*F1*ZH1 !ВОССТАНАВЛИВАЮЩАЯ СИЛА

!
ИТЕРАЦИОННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ
DO 100 I=2,N-1
BC(I)=MS(I,I)*US(I)+CD(I,I-1)*SK(I-1)+CD(I,I)*SK(I)+
CD(I,I+1)*SK(I+1)-AA(I) !Вектор правой части
BC(1)=MS(1,1)*US(1)+CD(1,1)*SK(1)+CD(1,2)*SK(2)-AA(1)-RF/AK(1,1)
BC(N)=MS(N,N)*US(N)+CD(N,N-1)*SK(N-1)+CD(N,N)*SK(N)-AA(N)

!
260 DO 250 I=1,N
W1(I)=0
DO 102 J=1,N
102 W1(I)=W1(I)-BF(I,J)*W1(J)
250 W1(I)=W1(I)+BC(I)

!
ПРИРАЩЕНИЕ ШАГА ИТЕРАЦИИ И УСЛОВИЕ ПРОДОЛЖЕНИЕ ЦИКЛА
KI=KI+1
IF(KI-KI1)260,260,300

!
ПЕЧАТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОСЛЕ ПЕРВОГО ЦИКЛА ИТЕРАЦИИ
!301 PRINT '(2X,I4,2X,10E11.4)',KT,KT*DT,(W1(J),J=1,5)

300 IF(KI-KI2)260,5,5
5 CONTINUE

!
ВЫЧИСЛЕНИЕ РЕАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ
DO 27 I=1,N
27 U1(I)=A01*(W1(I)-W0(I))-A02*V0(I)-A03*U0(I)
W1(I)=B01*(W1(I)-W0(I))-B02*V0(I)-B03*U0(I)

```

Рисунок 4.2. Фрагмент программы LRB-BW-El Centro

Анализ результатов показывает, что при заданных параметрах  $A=1$  и  $\beta = \gamma = 0$  гистерезисная зависимость показывает линейное поведение. Поскольку продолжительность акселерограммы El Centro составляет,  $1560 \cdot 0,02 = 31,2$  с при

выбранном шаге интегрирования  $\tau = 0,001$  с, количество точек на дискретной временной оси достигает значения  $(1560-1) \times NT + 1 = 31181$ . В связи с этим анализ ограничен интервалом до восьми секунд, так как именно в этом промежутке времени наблюдаются наибольшие значения ускорений. Результаты расчётов показывают, что при значениях  $A=1$  и  $\beta=\gamma=0$  гистерезисная кривая демонстрирует линейный характер изменения. При этом наибольшее значение ускорения массы  $m_{11}$  равняется  $7,38$  м/с<sup>2</sup>, а наибольшее значение ускорения массы  $m_1$  равняется  $2,67$  м/с<sup>2</sup>. Наибольшее значение ускорения в заданной акселерограмме El Centro равняется  $3,13$  м/с<sup>2</sup>. Следовательно, при линейной работе сейсмоизоляции, пиковое ускорение массы  $m_{11}$  здания получается в 2,4 раза больше чем пиковое ускорение заданной акселерограммы.

$$A=1,0; \beta=0,9; \gamma=0,1; \alpha=0,1; n=2.$$

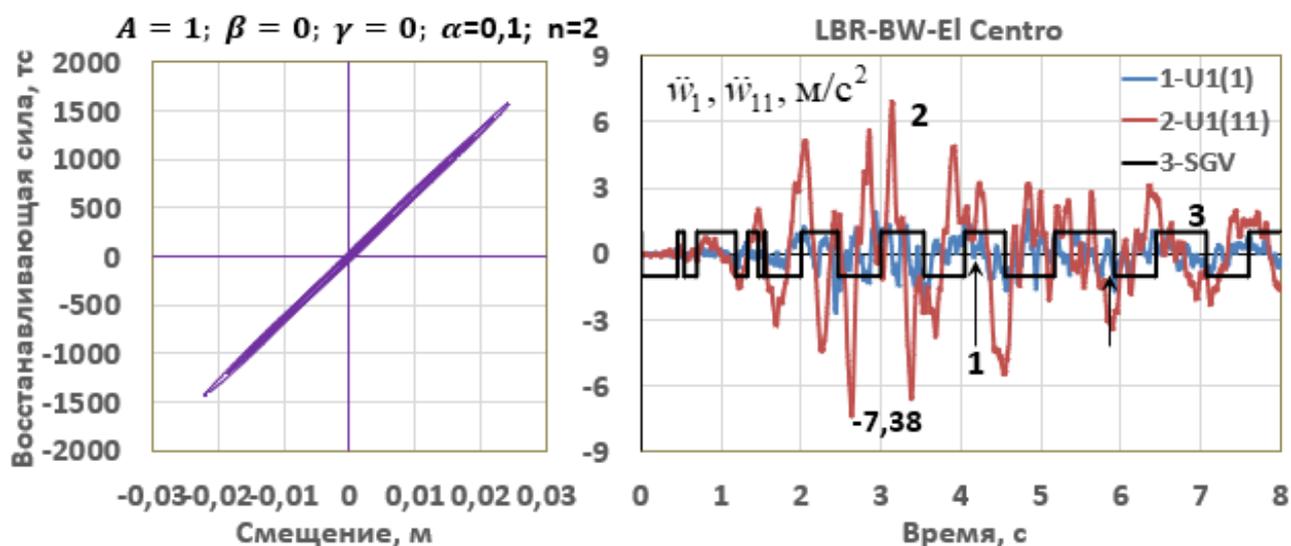


Рисунок 4.3. Гистерезисная кривая и соответствующие ускорения при

$$A=1; \beta=0; \gamma=0; \alpha=0,1; n=2$$

На рис.4.4 представлены петля гистерезиса и соответствующие графики ускорений, полученные при следующих данных

$$A=0,5; \beta=0,3; \gamma=0,2; \alpha=0,2; n=2.$$

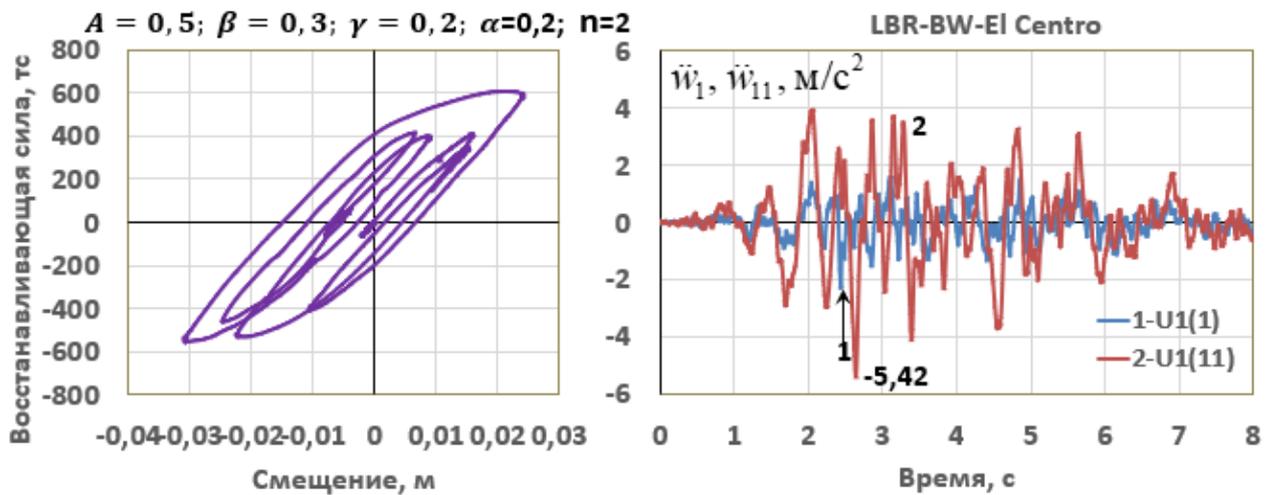


Рисунок 4.4. Петля гистерезиса и соответствующие графики ускорений при  $A = 0,5; \beta = 0,3; \gamma = 0,2; \alpha = 0,2; n = 2$

Видно, что нелинейная работа сейсмоизоляции приводит к уменьшению пикового значения ускорения массы  $m_{11}$  примерно на 30% по сравнению с случаем линейной работы сейсмоизоляции. На рис. 4.5 приведены результаты, полученные при

$$A = 1,0; \beta = 0,9; \gamma = 0,1; \alpha = 0,1; n = 2.$$

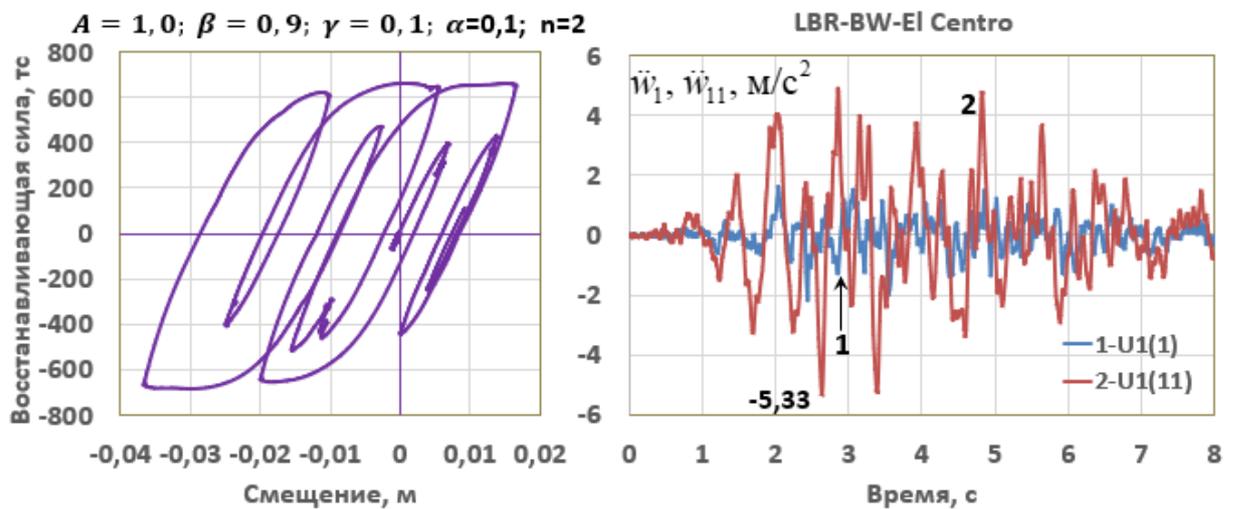
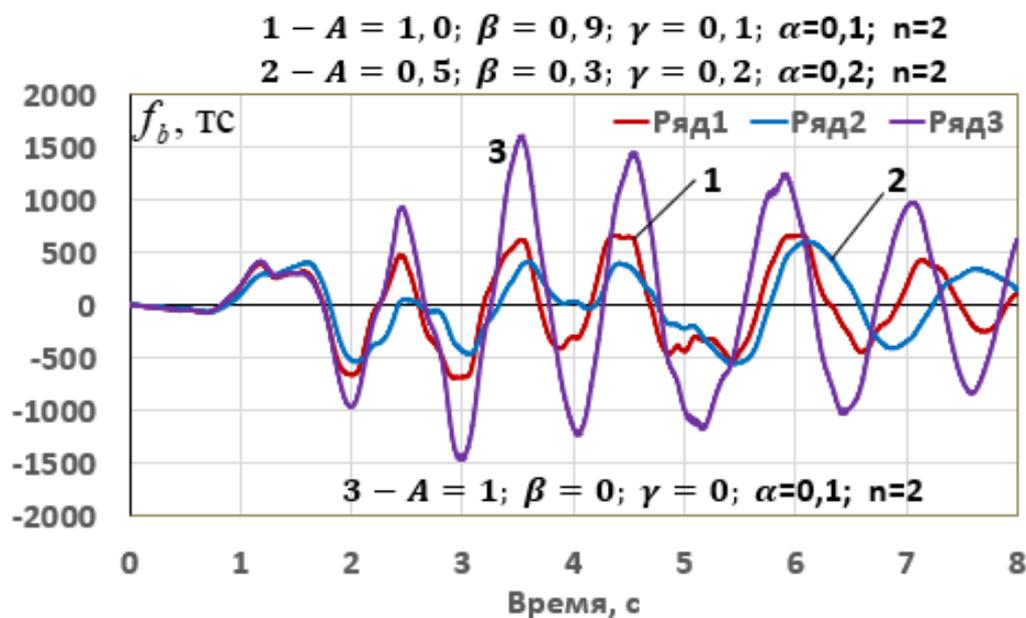


Рисунок 4.5. Петля гистерезиса и соответствующие графики ускорений при  $A = 1,0; \beta = 0,9; \gamma = 0,1; \alpha = 0,1; n = 2.$

$$A = 1,0; \beta = 0,9; \gamma = 0,1; \alpha = 0,1; n = 2.$$

На рис.4.6 показаны графики изменения восстанавливающей силы (4.3), полученные с учётом (4.7) при различных значениях заданных параметров,

указанных на рисунке. Из графиков видно, что амплитуда и частотные характеристики восстанавливающей силы в большей степени зависит от параметра  $A$ .



**Рисунок 4.6. Изменения восстанавливающей силы во времени при различных значениях безразмерных параметров**

Таким образом, полученные результаты численного моделирования показывают, что применение гистерезисной модели Bouc - Wen для учёта нелинейной работы сейсмоизоляции связано с использованием нескольких параметров, требующих экспериментального подтверждения. Поэтому возникает необходимость об использовании эквивалентной модели изменения восстанавливающей силы, которая позволяет без потери точности исследовать сейсмоизолированный объект.

### **4.3. Линейная модель с эффективной жёсткостью**

В соответствии с требованиями [336], нелинейную зависимость восстанавливающей силы допустимо аппроксимировать эквивалентной линейной моделью, использующей параметры эффективной упругой жёсткости и эффективного вязкого затухания. В этом случае зависимость «сила-перемещение» представляется в виде билинейной кривой (рис. 4.7).

$$f_b = k_{eff} w_b + c_{eff} \dot{w}_b, \quad (4.11)$$

$$k_{eff} = k_2 + f_0 / \Delta_2, \quad c_{eff} = 2\xi_{eff} M \omega_{eff},$$

$$\omega_{eff} = 2\pi / T_{eff}, \quad T_{eff} = 2\pi \sqrt{N / k_{eff} g},$$

$$\xi_{eff} = \frac{4f_0(\Delta_2 - \Delta_1)}{2\pi k_{eff} \Delta_2^2},$$

здесь  $M$  – масса суперструктуры,

$N = Mg$  – сжимающая сила,

$\xi_{eff}, T_{eff}$  – эффективные коэффициент затухания и основной период свободных колебаний изоляции.

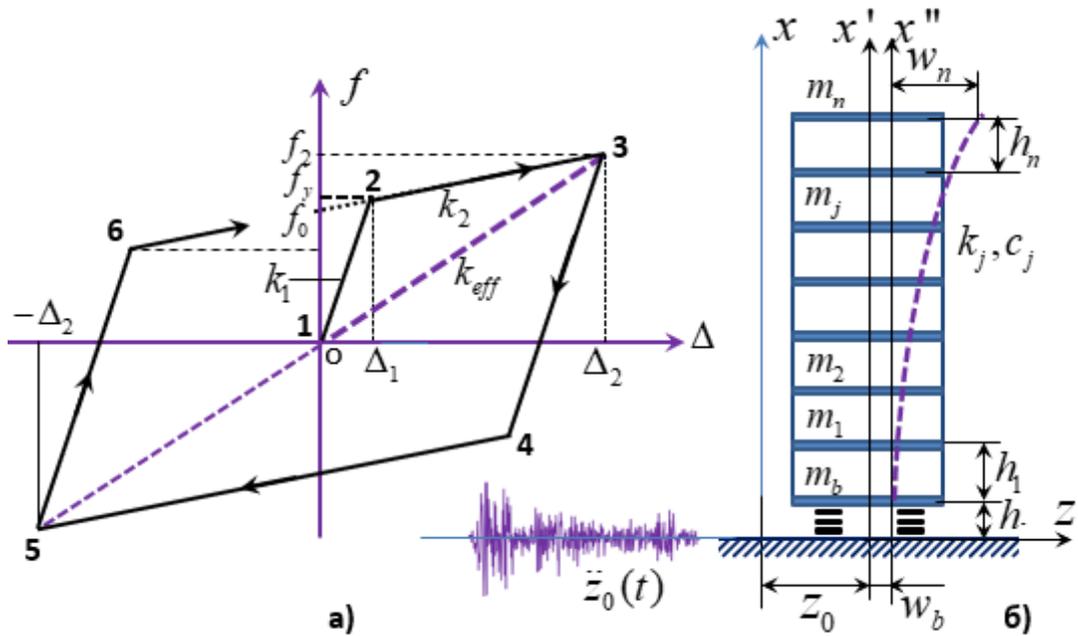


Рисунок 4.7. Билинейный график « $f - \Delta$ » и модель здания

Коэффициент горизонтальной жёсткости РМО имеет вид

$$k_1 = GA_b / H_r,$$

где  $G$  – модуль сдвига,

$A_b$  – площадь поверхности резины,

$H_r$  – общая толщина слоёв резины.

Модуль упругости эластомерной опоры при сжатии определяется по формулу [296]

$$E = 6GS^2,$$

где  $G$  – модуль сдвига,

$S = A_1 / A_2$  – коэффициент формы,

$A_1$  – площадь нагружения,

$A_2$  – площадь поверхности сейсмоизоляции.

Коэффициент формы равен

$$S = (\pi d_g^2 / 4) / \pi d_g H_r = d_g / 4H_r.$$

При близком расположении металлических пластин и уменьшении толщины резины происходит снижение площади и значительное увеличение жёсткости опоры в вертикальном направлении.

$$k_2 = EA_b / H_r = 6GS^2 A_b / H_r,$$

отношение жёсткостей  $k_2 / k_1 = 6S^2$ . Максимальная деформация сдвига определяется как отношение максимального перемещения к общей толщине резины:  $\gamma = \Delta_2 / H_r$ .

Нулевому смещению соответствует сила  $f_0 = \sigma_L A_L$ ,

где  $\sigma_L$  – предел текучести,

$A_L$  – площадь поперечного сечения свинцового сердечника,

$\Delta_1$  - перемещение,

$f_1$  - предела пропорциональности сейсмоизоляции.

Предел текучести свинца составляет примерно  $(6894,76)1,5\text{psi} = 10342,14 \text{ Па} = 0,105 \text{ кгс/см}^2$ . Из билинейной зависимости (рис.4.7) следует, что

$$f_0 = f_1 - k_2 \Delta_1 \text{ и } k_1 = f_1 / \Delta_1,$$

откуда получим

$$\Delta_1 = f_0 / (k_1 - k_2).$$

При заданном значении  $\Delta_2$  эффективная жёсткость сейсмоизоляции находится из выражения

$$k_{eff} = f_2 / \Delta_2 = \left| f_2 = f_0 + k_2 \Delta_2, k_2 = (f_2 - f_0) / \Delta_2 \right| = k_2 + f_0 / \Delta_2.$$

Основной период свободных колебаний сейсмоизоляции

$$T_{eff} = 2\pi \sqrt{N / k_{eff} g},$$

где  $N$  – вес здания,

$g$  – ускорение свободного падения.

Диссипативная энергия, равная площади петли гистерезиса,  $E = 4f_0(\Delta_2 - \Delta_1)$ .

Эффективный параметр вязкого затухания сейсмоизоляции

$$\xi_{eff} = \frac{4f_0(\Delta_2 - \Delta_1)}{2\pi k_{eff} \Delta_2^2}.$$

Система дифференциальных уравнений модели здания с резинометаллическими опорами (рис.4.7), в предположении того, что каждая масса имеет одну линейную степень свободы, записывается в виде

$$\begin{aligned} m_b \ddot{w}_b + c_b \dot{w}_b + f_b - c_1 \dot{w}_1 - k_1 w_1 &= -m_b \ddot{z}_0, \\ m_1 \ddot{w}_1 + c_1 \dot{w}_1 + k_1 w_1 - c_2 (\dot{w}_2 - \dot{w}_1) - k_2 (w_2 - w_1) &= -m_1 (\ddot{z}_0 + \ddot{w}_b) \\ m_j \ddot{w}_j + c_j (\dot{w}_j - \dot{w}_{j-1}) + k_j (w_j - w_{j-1}) - \\ - c_{j+1} (\dot{w}_{j+1} - \dot{w}_j) - k_{j+1} (w_{j+1} - w_j) &= -m_j (\ddot{z}_0 + \ddot{w}_b), \\ j &= 2, 3, \dots, n-1, \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$m_n \ddot{w}_n + c_n (\dot{w}_n - \dot{w}_{n-1}) + k_n (w_n - w_{n-1}) = -m_n (\ddot{z}_0 + \ddot{w}_b),$$

где  $c_i, k_i$  – коэффициенты затухания и жёсткости,

$f_b$  – восстанавливающая сила, которая определяется по формуле (4.11).

Коэффициенты жёсткости в (4.12) определяются исходя из основной системы метода перемещений. Подставив уравнения (4.9) и (4.10) в систему дифференциальных уравнений (4.12), мы получаем систему алгебраических уравнений, которая решается итерационным методом Зейделя на каждом шаге по

времени. Для выполнения расчётов была разработана компьютерная программа **LRB-3-EI Centro**, с помощью которой получены результаты моделирования для различных типов воздействий.

#### 4.4. Реализация линейной модели

##### 4.4.1. Исследование свободных колебаний

Исследуемое 10-этажное каркасное здание имеет размеры в плане  $36 \times 18$  м с шагом колонн  $6 \times 6$  м и высотой этажа  $h = 3$  м. Конструктивные элементы включают: колонны  $0,5 \times 0,5$  м, ригели  $0,3 \times 0,45$  м и плиты толщиной 0,2 м. Общая масса надфундаментной части  $564,35$  тс<sup>2</sup>/м: распределена как  $m_1 = m_{11} = 42,12$  тс<sup>2</sup>/м и  $m_2 = m_3 = \dots = m_{10} = 51,79$  тс<sup>2</sup>/м. Сейсмозащита обеспечена 28 резинометаллическими опорами SI-H 500/102 ("FIP Industriale") с коэффициентами демпфирования  $\xi = 0,05$  для конструкции и  $\xi_{eff} = 0,1$  для изоляции.

Результаты исследования свободных колебаний представлены: для модели с РМО (рис.4.8, а); для жёстко закреплённого варианта (рис.4.8, б). На рис. 4.9 изображены ускорения массы  $m_n$ : 1) кривая 1 - сейсмоизолированная система; 2) традиционное решение при равномерном начальном скорости  $V_0 = 1$  м/с воздействии без учёта затухания.

Видно, что период колебаний модели с сейсмоизоляцией почти в три раза больше, чем для модели здания с заделкой в опорной части. При этом амплитуды ускорений отличаются примерно на 25%. На рис.4.10 представлены графики изменения ускорения масс  $m_b$  и  $m_n$  с учётом затухания, также полученные от действия начальной скорости. Кривые 1 и 2 соответствуют модели с сейсмоизоляцией, а кривая 3 – без сейсмоизоляции.

Получены результаты свободных колебаний, также учитывающие заданное начальное перемещение, представленное в виде линейной функции.

$$w(x) = w_0 x_i / H ,$$

$$x_i = (i - 1)h , i = 1, 2, \dots, n , H = nh .$$

На рис.4.11 показаны графики изменения ускорения массы  $m_n$  в модели с сейсмоизоляцией (кривая 1) и без неё (кривая 2). Эти результаты получены без учёта затухания и при шаге интегрирования  $\tau = 0,001$ с. На рис. 4.11 показаны свободные колебания модели здания, вызванные заданным начальным перемещением.

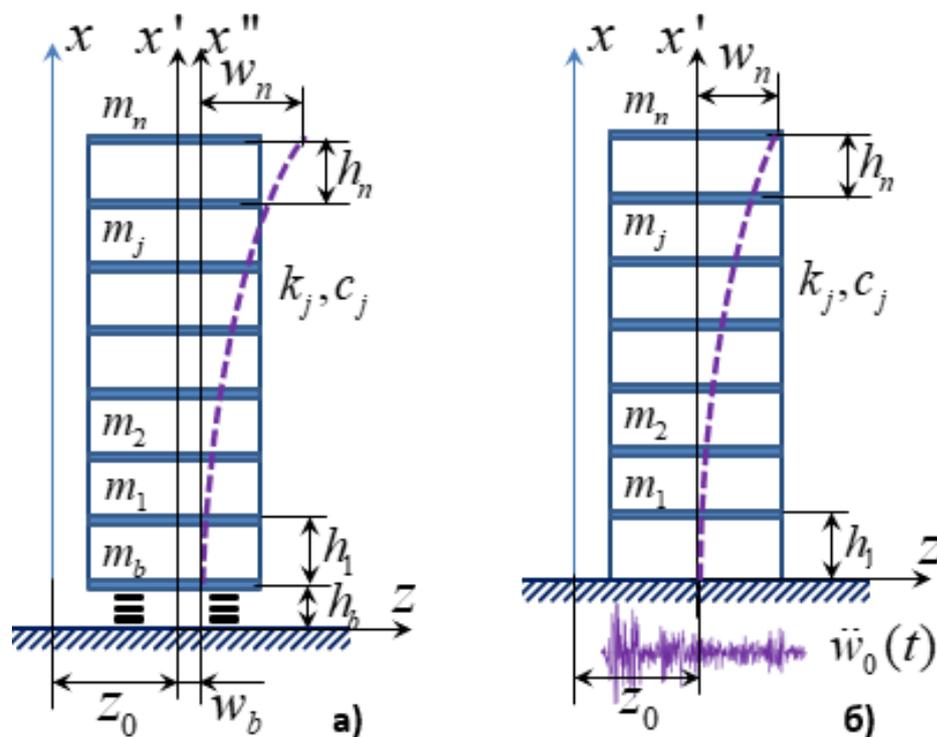


Рисунок 4.8. Модели здания: а) – с РМО, б) – с зашумлёнными опорами

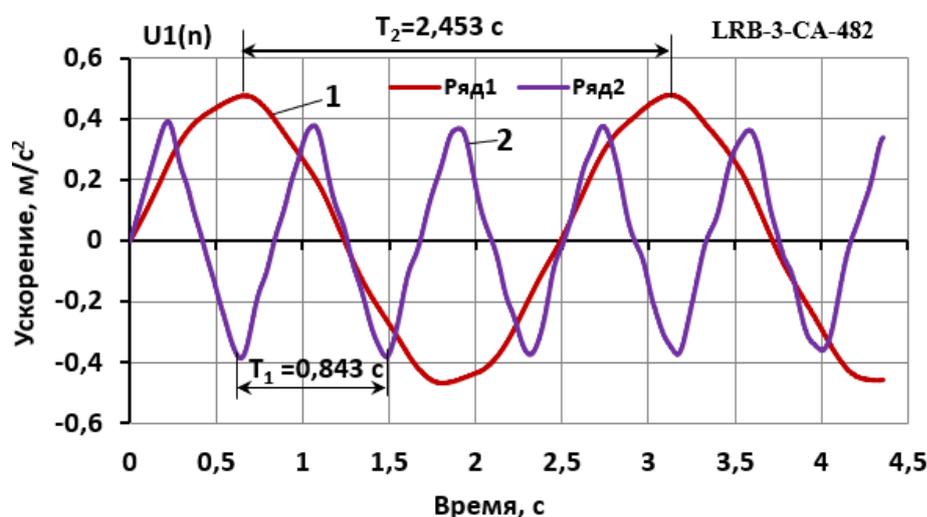


Рисунок 4.9. Свободные колебания здания от заданной равномерно распределённой начальной скорости

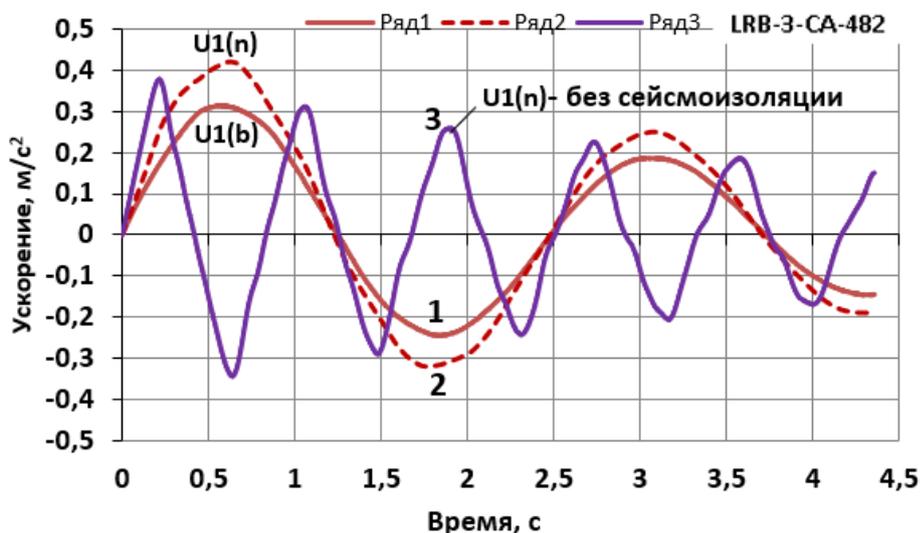


Рисунок 4.10. Свободные колебания модели здания с учётом затухания

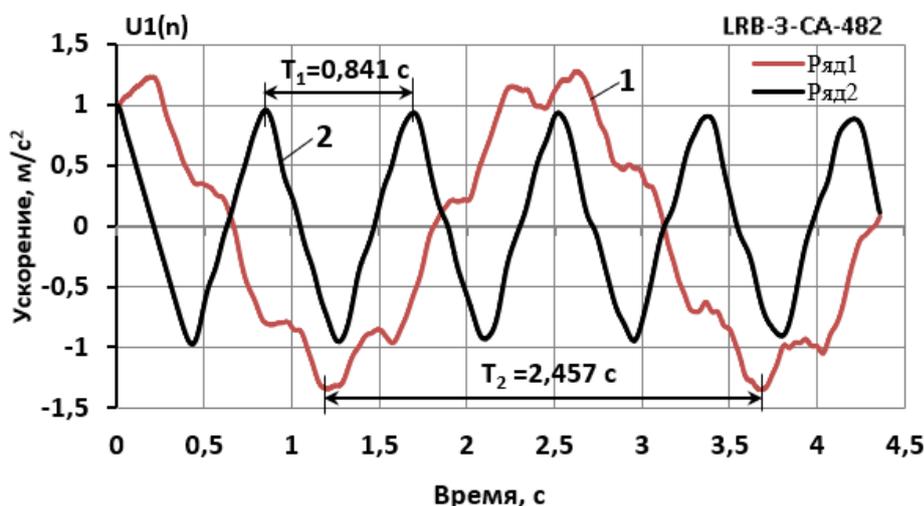


Рисунок 4.11. Свободных колебаний модели здания от заданного начального перемещения

Сравнительный анализ графиков на рисунках 4.9 и 4.11 выявляет близкое соответствие периодов колебаний при наличии фазового сдвига между кривыми, составляющего четверть периода ( $\pi/2$ ), то есть имеют фазовый сдвиг на  $\pi/2$ .

Необходимо отметить, что основной период свободных колебаний сейсмоизолированного здания увеличивается примерно в три раза по сравнению с моделью, имеющей защемлённые опоры.

#### 4.4.2. Исследование вынужденных колебаний от гармонического воздействия

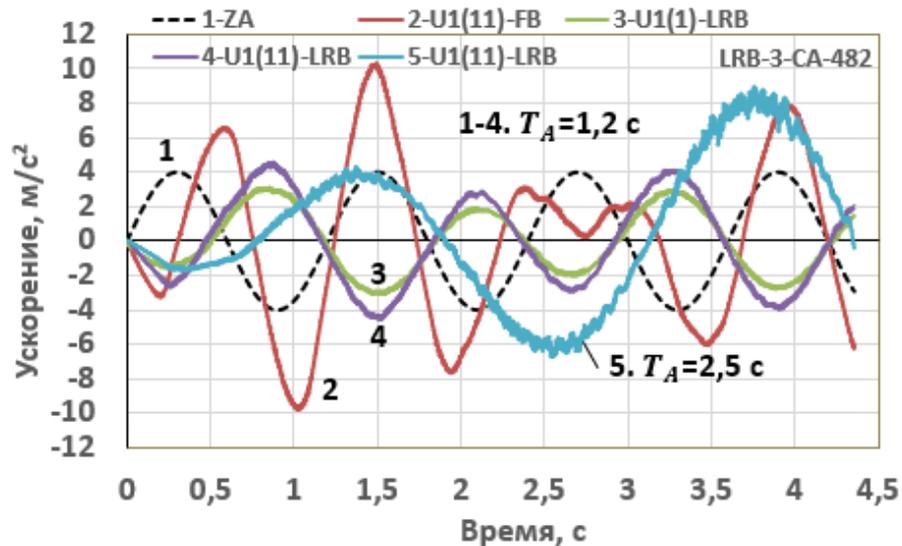
Исследуется каркасная конструкция здания с параметрами из примера 4.4.1 при гармоническом кинематическом воздействии на основание.

$$\ddot{w}_0(t) = A \sin \omega_A t, \quad \omega_A = 2\pi / T_A,$$

где  $A$ ,  $\omega_A$ ,  $T_A$  — амплитуда, частота и период колебаний.

Результаты, полученные при  $A = 4 \text{ м/с}^2$  и различных значениях  $T_A$ , приведены на рис.4.12. Эти кривые соответствуют движениям масс  $m_b$  и  $m_n$ : 1 – заданное ускорение основания; 2 – ускорение массы  $m_n$  при жёстком опирании; 3, 4 – ускорения массы  $m_b$  и  $m_n$  в сейсмоизолированной модели; 5 – ускорение  $m_n$  сейсмоизолированной модели при  $T_A = 2,5 \text{ с}$ . Кривые 1-4 получены при  $T_A = 1,2 \text{ с}$

При совпадении периода вынужденных колебаний с основной собственной частотой здания наблюдается резонансный эффект, характеризующийся прогрессирующим ростом амплитуд, что подтверждает достоверность данных по свободным колебаниям. Особенностью резонансного режима является также проявление высокочастотных гармонических составляющих.



**Рисунок 4.12. Вынужденные колебания от гармонического воздействия ускорения на опорной части**

#### **4.4.3. Численное моделирование динамической задачи сейсмоизолированного здания**

Проведено численное моделирование динамического поведения сейсмоизолированного здания при сейсмическом воздействии, заданном

акселерограммами. Разработанный алгоритм, основанный на исходных данных из параграфа 4.1.1, позволил получить результаты для двух типов воздействий: синтезированной акселерограммы CA-482 и эталонной записи El Centro. На рисунке 4.13 представлены: кривая 1 - ускорения от CA-482; кривые 2-3 - реакции масс  $m_b$  и  $m_n$  в сейсмоизолированной системе; кривая 4 - ускорение движения массы  $m_n$  в модели с жёстким закреплением. Рис. 4.14 показывает аналогичные результаты для акселерограммы El Centro. Сравнительный анализ выявил двукратное превышение пиковых ускорений в жёсткой модели при синтезированном воздействии по сравнению с эталонным.

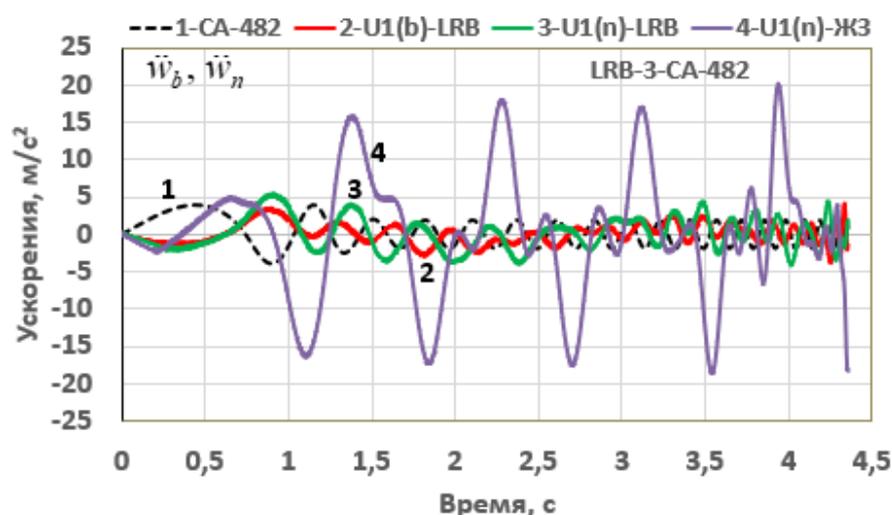


Рисунок 4.13. Результаты от действия акселерограммы CA-482

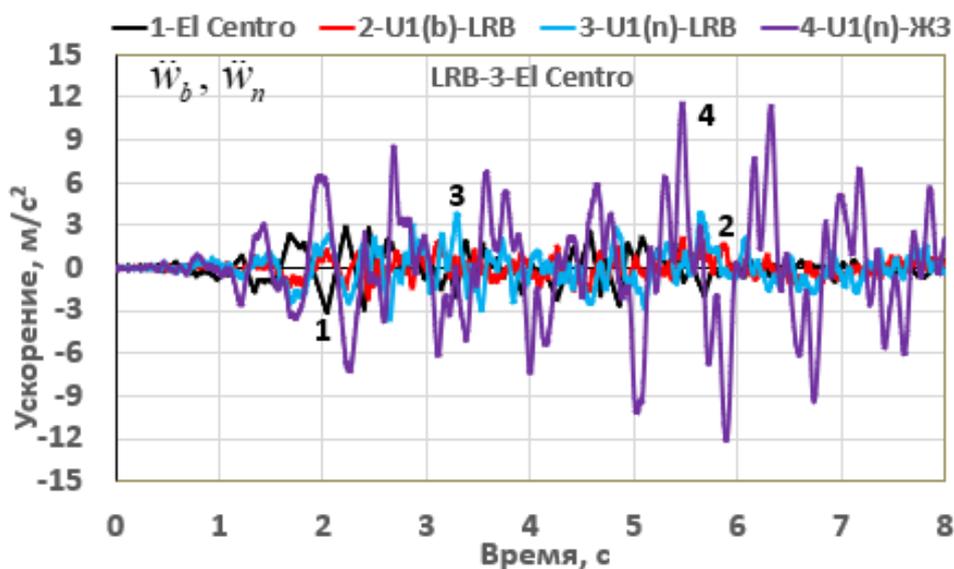


Рисунок 4.14. Результаты воздействия акселерограммы El Centro.

На рисунке 4.15 представлены графики изменения во времени сдвигающей силы в основании, рассчитанной как сумма инерционных воздействий всех масс здания. Пиковое значение силы достигает  $2,49 \cdot 10^4$  кН ( $2,49 \cdot 10^3$  тс) в момент времени  $t = 5,86$  с (рис. 4.15). Синхронно с этим наблюдается максимальный опрокидывающий момент величиной  $M_0 = 5,19 \cdot 10^4$  кНм, показанный на рис. 4.16.

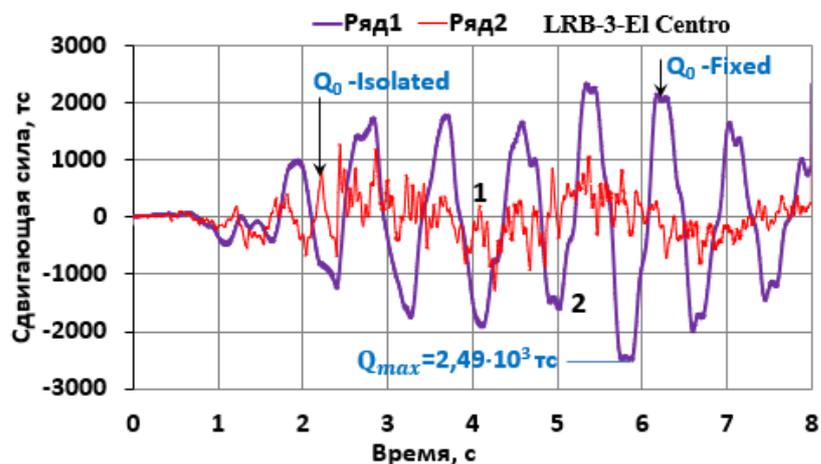


Рисунок 4.15. Сдвигающая сила в опорной части

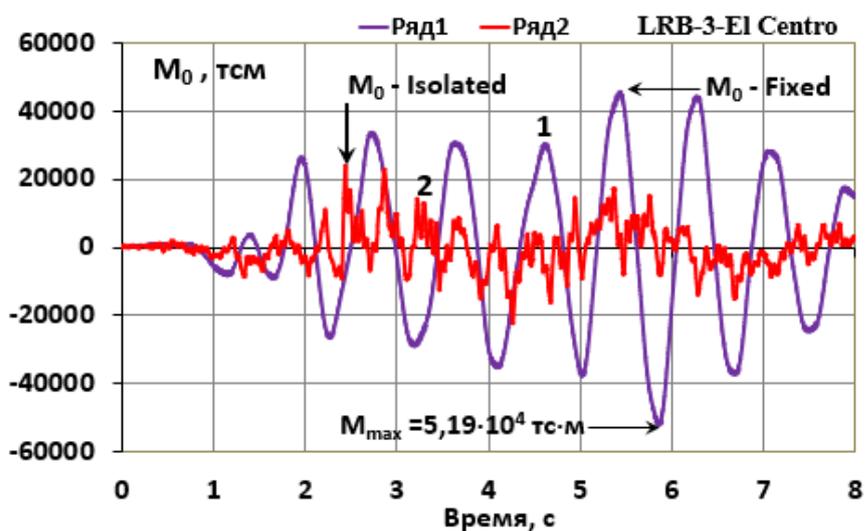


Рисунок 4.16. Опрокидывающий момент

Следует подчеркнуть, что максимальные значения  $M_0$  и  $Q_0$  соответствуют моменту когда происходит максимальное ускорение массы  $m_n$  (рис. 4.14) в модели здания без сейсмоизоляции. Такая зависимость не наблюдается в сейсмоизолированной модели. Рис. 4.17 отображает зависимость перерезывающих сил во времени в колоннах 10-го этажа, достигающих максимального значения  $Q_{10} = 6,11 \cdot 10^2$  тс ( $6,11 \cdot 10^3$  кН) в момент времени  $t = 5,86$  с.

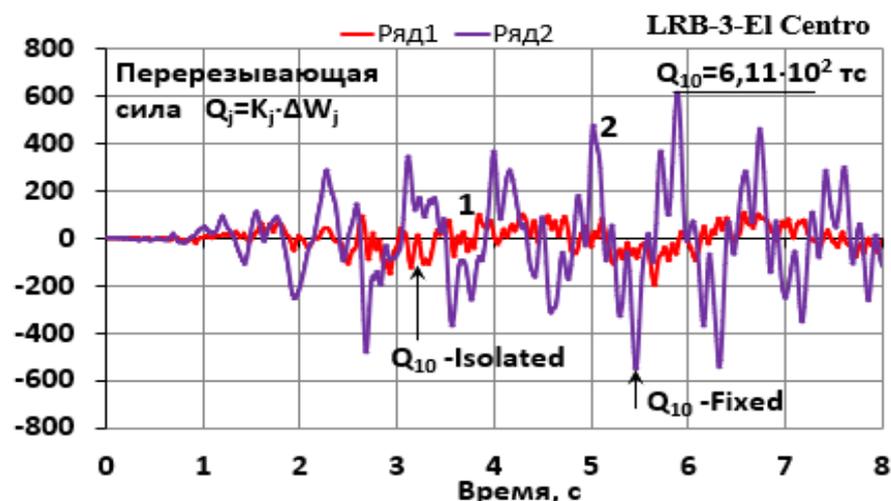


Рисунок 4.17. Поперечная сила на уровне 10-го этажа

Проведённые численные исследования с применением разработанного программного комплекса достоверно подтверждают эффективность резинометаллических сейсмоизолирующих опор для защиты зданий от сейсмических воздействий.

#### 4.4.4. Анализ влияния этажности на НДС зданий от сейсмических воздействий

Исследуются динамические модели сейсмоизолированных зданий различной этажности (10, 15, 20, 25 и 30 этажей), подвергающихся внешнему воздействию в виде заданной акселерограммы землетрясения. Исследуемое каркасное здание имеет размеры в плане 12×30 м с шагом колонн 6×6 м. Конструктивные элементы включают: колонны сечением 0,4×0,5 м, ригели 0,25×0,4 м и плиты толщиной 0,2 м при высоте этажа 3,3 м. Сейсмозащита реализована с помощью резинометаллических опор SI-H 500/102 ("FIP Industriale") с различными коэффициентами эффективной жёсткости. Параметры демпфирования заданы отдельно:  $\xi = 0,05$  для надфундаментной части и  $\xi_{eff} = 0,1$  для системы изоляции.

Разработана компьютерная программа и исследованы свободные и вынужденные колебания динамических моделей зданий при различных значениях коэффициента эффективной жёсткости РМО и различных воздействиях. Исследования свободных колебаний проводились от воздействия в виде начальных перемещений, распределённых по высоте здания по линейному закону.

В табл.4.1 приведены основные периоды свободных колебаний моделей зданий с различным опиранием

$$\text{РМО-1} \rightarrow k_{\text{eff}} = 1,54 \text{ кН/мм} = 0,157 \cdot 10^3 \text{ тс/м};$$

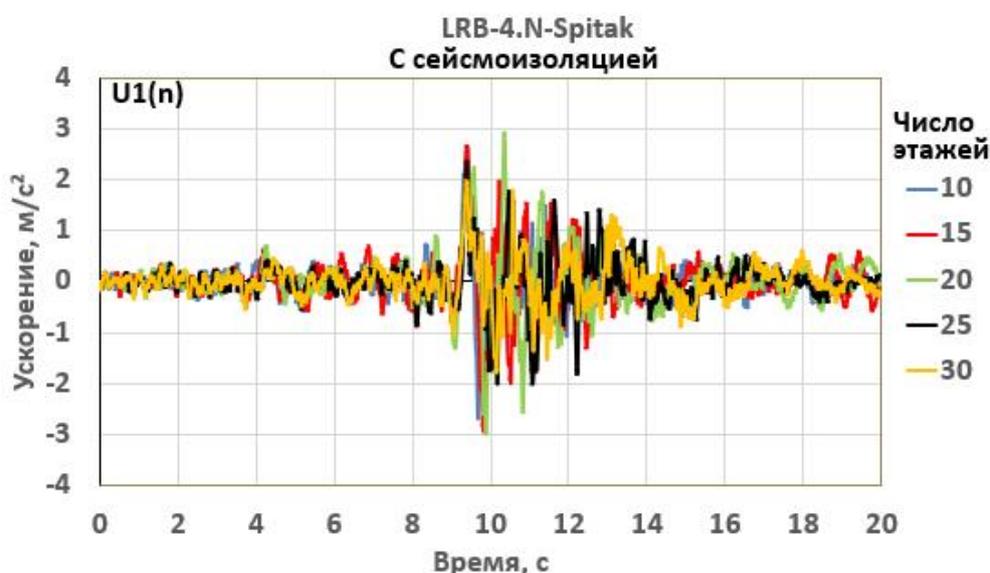
$$\text{РМО-2} \rightarrow k_{\text{eff}} = 2,7 \text{ кН/мм} = 0,275 \cdot 10^3 \text{ тс/м}.$$

**Таблица 4.1.** - Основные периоды свободных колебаний

Вид опоры	Число этажей				
	10	15	20	25	30
<b>РМО-1</b>	2,90	3,50	4,40	5,10	5,80
<b>РМО-2</b>	2,25	2,95	3,60	4,10	4,60
<b>ЖЗ</b>	0,95	1,35	1,90	2,30	2,80

Можно увидеть, что периоды колебаний сейсмоизолированных зданий значительно отличаются от периодов зданий с жёстким защемлением (ЖЗ). При этом следует также отметить, что наблюдается почти линейное изменение основного периода в зависимости от высоты здания.

Получены результаты от внешнего воздействия в виде аналоговой акселерограммы Спитакского землетрясения (07.12.1988) с пиковым ускорением  $2,9 \text{ м/с}^2$  и шагом оцифровки  $0,05 \text{ с}$ , продолжительностью записи –  $20 \text{ с}$ . На рис.4.18 и 4.19 представлены графики изменения ускорения массы  $m_n$  для зданий различной этажности, при прочих равных условиях.



**Рисунок 4.18.** Графики ускорения массы  $m_n$  зданий с сейсмоизоляцией

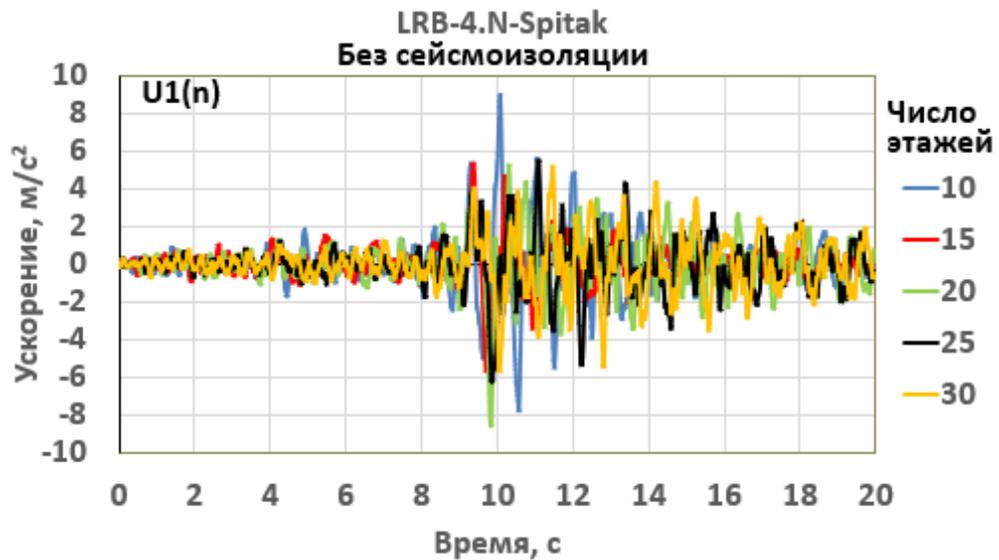


Рисунок 4.19. Графики ускорения массы  $m_n$  зданий без сейсмоизоляции

Сравнение показывает, что значения ускорений в сейсмоизолированных зданиях значительно меньше, чем в моделях зданий с жёстким опиранием. На рис.4.20 и 4.21 приведены графики изменения относительных перемещений.

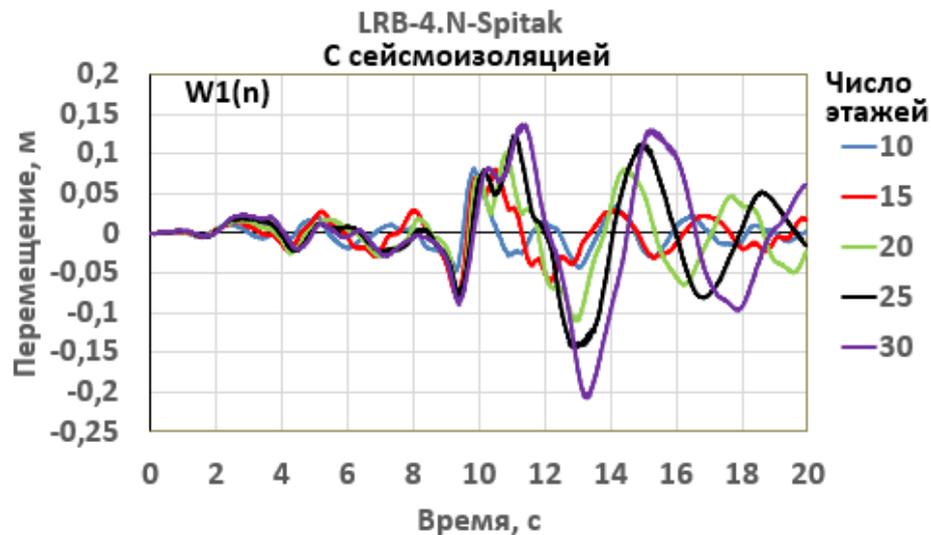


Рисунок 4.20. Графики перемещения массы  $m_n$  зданий с сейсмоизоляцией

Сравнение показывает, что пиковые значения перемещений в моделях с сейсмоизоляции происходят несколько позже, чем в моделях без сейсмоизоляции (пиковое ускорение акселерограммы Spitak соответствует моменту времени  $t=9,4$  с). Следовательно, в зданиях с РМО реакция в виде горизонтального перемещения происходит с некоторым запаздыванием. Следует также отметить, что абсолютное перемещение в сейсмоизолированном состоит из суммы  $w_b + w_n$ , поэтому  $w_{si} > w_{fb}$ .

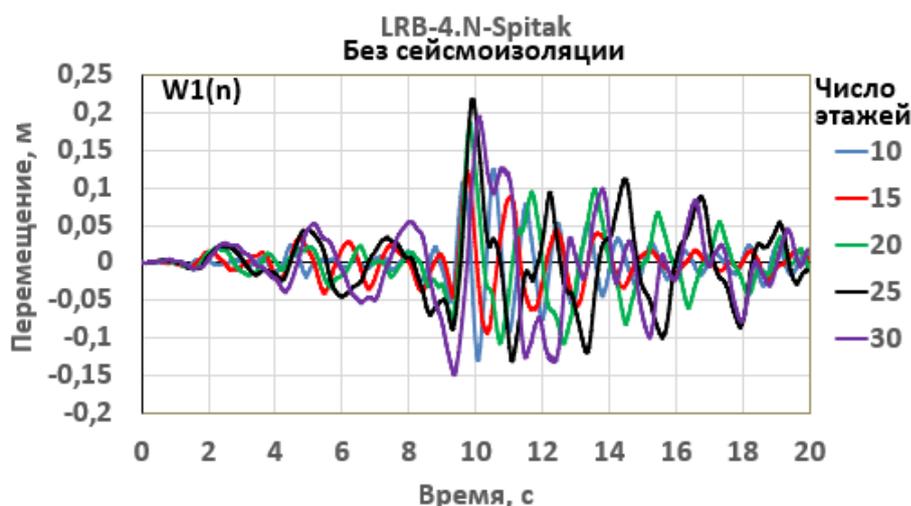


Рисунок 4.21. Графики перемещения массы  $m_n$  зданий без сейсмоизоляции

В табл. 4.2 и 4.3 приведены пиковые значения кинематических параметров.

Таблица 4.2. - Пиковые значения кинематических параметров в зданиях с РМО

$\ddot{w}_n, \dot{w}_n, w_n$	Число этажей				
	10	15	20	25	30
Ускорение,	2,69	2,94	3,00	2,36	1,97
Скорость, м/с	0,382	0,453	0,430	0,357	0,294
Перемещение,	7,96	8,12	10,83	14,10	20,50

Таблица 4.3. - Пиковые значения кинематических параметров в зданиях с жёстким опиранием

$\ddot{w}_n, \dot{w}_n, w_n$	Число этажей				
	10	15	20	25	30
Ускорение,	8,97	5,64	8,55	6,24	5,67
Скорость, м/с	0,944	0,584	0,739	0,806	0,724
Перемещение,	12,90	12,20	18,50	21,70	19,40

Значения пиковых скоростей и ускорений в зданиях с защемлённым опиранием (табл. 4.3) больше, чем в моделях с РМО (табл. 4.2). Моделирование выполнялось при сейсмическом воздействии, заданном тремя типами акселерограмм: исторической записью землетрясения El Centro (1940), реальной акселерограммой Иранского землетрясения (1978) и синтезированной акселерограммой SA-482 с максимальными ускорениями  $0,31g$ ,  $0,931g$  и  $0,4g$  соответственно. Получены результаты численного моделирования от этих акселерограмм. В табл.4.4

представлены пиковые ускорения, где первая строка соответствует модели зданий с защемлённым опиранием, а вторая - с РМО.

**Таблица 4.4.** - Пиковые значения ускорений массы  $m_n$

Акселерограммы	Число этажей				
	10	15	20	25	30
<b>EL Centro</b>	12,6	9,23	6,52	6,92	7,48
	3,79	4,21	3,48	3,15	2,83
<b>Иран</b>	15,4	13,1	10,5	8,47	11,8
	9,14	7,08	6,76	6,34	5,76
<b>CA-482</b>	15,8	14,3	11,9	10,2	10,5
	5,36	5,12	5,44	4,46	4,90

Как показано в таблице 4.4, с увеличением высоты здания относительное ускорение уменьшается. В зданиях без сейсмоизоляции при тройном увеличении высоты относительное ускорение уменьшается в 1,7 раза. В сейсмоизолированных зданиях же относительное ускорение уменьшается в пределах от 8 до 25% с ростом высоты здания.

#### **4.5. Моделирование взаимодействия здания с основанием методом сосредоточенных деформаций**

В теории сейсмостойкости первостепенное значение приобретает задача разработки расчётных моделей системы «здание, сооружение-грунт основания». В настоящее время наиболее надёжным способом разработки расчётной модели такой системы является её идентификация по результатам натурных испытаний [235,236]. При расчёте на воздействия акселерограмм реальных землетрясений физическая модель здания аппроксимируется адекватной расчётной схемой в виде пространственной системы плосконапряжённых упругих суперэлементов, соединённых в дискретных узлах нелинейно податливыми связями.

Хотя величины внутренних усилий в несущих элементах сооружения, как и числовые характеристики самых землетрясений, являются случайными, тем не менее, для правильного анализа взаимозависимости этих случайных величин должна быть решена детерминистическая задача. Суть задачи в том, что при известных данных об имевшем место землетрясении и обо всех свойствах и

размерах сооружения и основания, требуется найти сейсмические силы и внутренние усилия в несущих элементах [61,62].

Наиболее простая динамическая расчётная схема получается в случае, когда первичная сейсмическая информация задаётся в виде акселерограмм поступательных  $\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{z}(t)$  и вращательных колебаний  $\ddot{\omega}_x(t), \ddot{\omega}_y(t), \ddot{\omega}_z(t)$  подвижной системы координат OXYZ, связанной с фундаментом здания.

Предполагая, что сейсмическое воздействие на основание представляется однокомпонентным поступательным движением, примем расчётную модель, в которой каждая масса может иметь по четыре степени свободы. В рамках этих допущений и применимости принципа суперпозиции пространственную систему можно аппроксимировать в виде одномерной расчётной динамической модели с сосредоточенными массами.

Пусть задано многоэтажное каркасное здание с ядром жёсткости, которое представляется в виде системы с  $n$  масс в виде жёстких тел, включая фундаментную плиту (рис.4.22). Предполагается, что каждая масса имеет по четыре степени свободы – два линейных и два угловых.

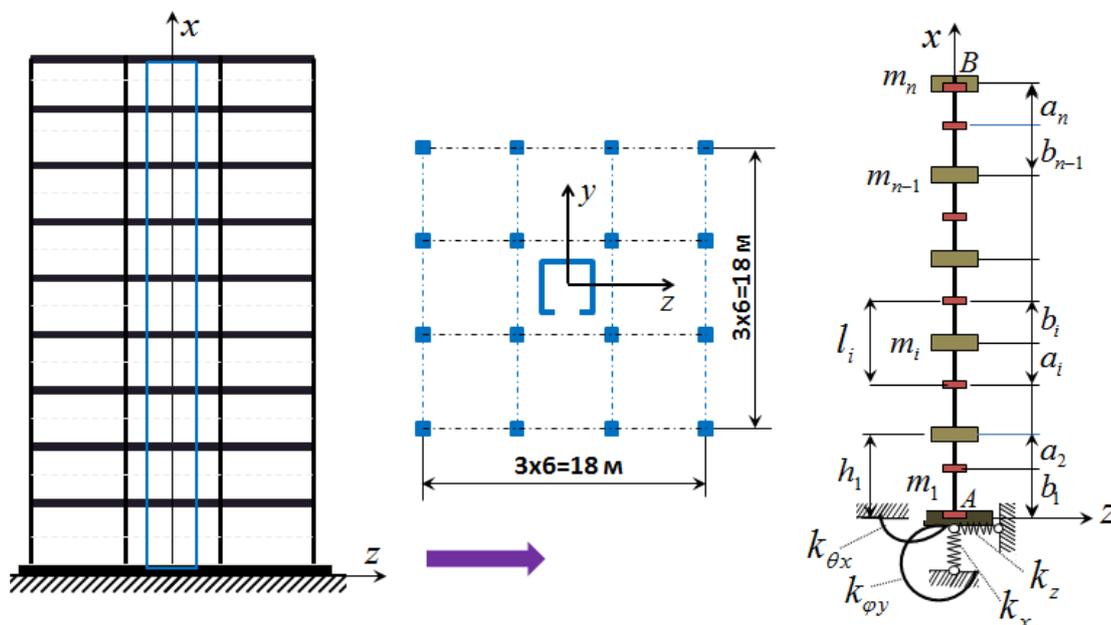


Рисунок 4.22. Моделирование по МСД

Систему дифференциальных уравнений движения данной модели можно представить в матричной форме

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{V}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{V}} + \mathbf{K}\mathbf{V} = -\mathbf{P}. \quad (4.13)$$

Здесь  $\mathbf{M} = \text{diag}(m_{1x}, J_{1y}, m_{1z}, J_{1x}, \dots, m_{nx}, J_{ny}, m_{nz}, J_{nx})$ ,

$$\mathbf{P} = (m_{1x} \times \ddot{u}_o, J_{y1} \times \ddot{\beta}_0, m_{1z} \times \ddot{w}_o, J_{x1} \times \ddot{\alpha}_0, \dots, \\ \dots, m_{nx} \times \ddot{u}_o, J_{yn} \times \ddot{\beta}_0, m_{nz} \times \ddot{w}_o, J_{xn} \times \ddot{\alpha}_0).$$

$$\mathbf{V} = (u_1, \varphi_1, w_1, \theta_1, \dots, u_n, \varphi_n, w_n, \theta_n),$$

$$\dot{\mathbf{V}} = (\dot{u}_1, \dot{\varphi}_1, \dot{w}_1, \dot{\theta}_1, \dots, \dot{u}_n, \dot{\varphi}_n, \dot{w}_n, \dot{\theta}_n),$$

$$\ddot{\mathbf{V}} = (\ddot{u}_1, \ddot{\varphi}_1, \ddot{w}_1, \ddot{\theta}_1, \dots, \ddot{u}_n, \ddot{\varphi}_n, \ddot{w}_n, \ddot{\theta}_n),$$

Матрица жёсткости  $\mathbf{K}$  в [154, фор. 5.3.11] формируется исходя из равенства

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^T,$$

где  $\mathbf{A}$  – прямоугольная матрица коэффициентов,

$\mathbf{C}$  – диагональная матрица внутренней жёсткости метода сосредоточенных деформаций, которая состоит из жесткостных характеристик элементов [154].

После замены векторов скоростей и ускорений в (4.13) соответствующими аппроксимирующими функциями [141]

$$\ddot{\mathbf{V}}_{n+1} = \frac{\alpha_1}{\tau^2}(\mathbf{V}_{n+1} - \mathbf{V}_n) - \frac{\alpha_2}{\tau} \dot{\mathbf{V}}_n - \alpha_3 \ddot{\mathbf{V}}_n,$$

$$\dot{\mathbf{V}}_{n+1} = \frac{\beta_1}{\tau}(\mathbf{V}_{n+1} - \mathbf{V}_n) - \beta_2 \dot{\mathbf{V}}_n - \tau\beta_3 \ddot{\mathbf{V}}_n,$$

получим систему уравнений

$$\mathbf{K}^* \mathbf{V}_{n+1} = \mathbf{P}_{n+1}^*,$$

в которой вектор свободных членов представляется в виде

$$\mathbf{P}_{n+1}^* = \mathbf{P}_{n+1} + \alpha_1^* \mathbf{M}\mathbf{V}_n + \alpha_2^* \mathbf{M}\dot{\mathbf{V}}_n + \alpha_3^* \mathbf{M}\ddot{\mathbf{V}}_n + \\ + \beta_1^* \mathbf{D}\mathbf{V}_n + \beta_2^* \mathbf{D}\dot{\mathbf{V}}_n + \tau\beta_3^* \mathbf{D}\ddot{\mathbf{V}}_n - \mathbf{M}^* \ddot{\Psi}_0(t), \quad (4.14)$$

где  $\alpha_1^* = \alpha_1 / \tau^2$ ;  $\alpha_2^* = \alpha_2 / \tau$ ;  $\beta_1^* = \beta_1 / \tau$ ;

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 4, \alpha_3 = 1, \beta_1 = 2, \beta_2 = 1, \beta_3 = 0 -$$

- коэффициенты аппроксимации.

Вектор свободных членов (4.14) можно записать в форме

$$\mathbf{P}_{n+1}^* = \mathbf{P}_{n+1} + \mathbf{M}\mathbf{a}_n + \mathbf{D}\mathbf{b}_n - \mathbf{M}^*\ddot{\Psi}_0(t), \quad (4.15)$$

$$\mathbf{M}^* = (\mathbf{m}_1^* \mathbf{m}_2^* \mathbf{m}_3^* \dots \mathbf{m}_n^*), \quad \mathbf{m}_i^* = \text{diag}(m_{ix} J_{iy} m_{iz} J_{ix}),$$

$$\ddot{\Psi}_0 = (\ddot{u}_0 \ddot{\beta}_0 \ddot{w}_0 \ddot{\alpha}_0),$$

$$\mathbf{a}_n = \alpha_1^* \mathbf{V}_n + \alpha_2^* \dot{\mathbf{V}}_n + \alpha_3^* \ddot{\mathbf{V}}_n,$$

$$\mathbf{b}_n = \beta_1^* \mathbf{V}_n + \beta_2^* \dot{\mathbf{V}}_n + \tau\beta_3^* \ddot{\mathbf{V}}_n,$$

где  $\mathbf{M}^*$  - блочный столбец размера  $n$ ,

$\ddot{\Psi}_0$  - четырёхкомпонентный вектор-столбец сейсмического воздействия.

Если матрицу демпфирования представить пропорционально матрице масс и жёсткости

$$\mathbf{D} = a_0 \mathbf{M} + b_0 \mathbf{K}, \quad (4.16)$$

то матрица динамической жёсткости и вектор свободных членов приобретают вид

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K} k_1 + \mathbf{M} k_2, \quad (4.17)$$

$$\mathbf{P}_{n+1}^* = \mathbf{P}_{n+1} + \mathbf{M}\mathbf{a}_n^* + \mathbf{K}\mathbf{b}_n^* - \mathbf{M}^*\ddot{\Psi}_0(t),$$

где  $k_1 = 1 + \beta_1^* b_0$ ,  $k_2 = \alpha_1^* + a_0 \beta_1^*$ ,  $\vec{a}_n^* = \vec{a}_n + a_0 \vec{b}_n$ ,  $\vec{b}_n^* = b_0 \vec{b}_n$ .

Здесь  $\mathbf{P}_{n+1}^*$  - вектор-столбец внешних сил, элементами которого могут быть внешнее воздействие от статического пригруза или от динамической нагрузки.

Решение системы динамических уравнений

$$\mathbf{K}^* \mathbf{V}_{n+1} = \mathbf{P}_{n+1}^* \quad (4.18)$$

может быть представлено итерационным способом. С этой целью (4.18) представим в виде

$$\sum_{j=1}^n k_{ij}^* v_j = p_i^*. \quad (4.19)$$

Тогда данная система эквивалентна приведённой системе

$$v_i = p_i + \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} v_j. \quad (4.20)$$

Далее, предполагая, что  $k$ -е приближения  $v_i^{(k)}$  корней известны, согласно Зейделю [60] будем строить  $(k+1)$ -е приближения корней по формуле

$$v_i^{(k+1)} = p_i + \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ij} v_j^{(k+1)} + \sum_{j=i}^n \alpha_{ij} v_j^{(k)}, \quad (4.21)$$

$$i=1,2,\dots,n; \quad (k=0,1,2,\dots),$$

где  $p_i = p_i^* / k_{ii}^*$  и  $\alpha_{ij} = -k_{ij}^* / k_{ii}^*$  при  $i \neq j$  и  $\alpha_{ij} = 0$  при  $i = j$ .

Из решения (4.21) определяются компоненты вектора перемещений, а затем вычисляются векторы деформаций и внутренних усилий. Особенность предлагаемой модели состоит в том, что она позволяет определять напряженно-деформированное состояние здания при многокомпонентном сейсмическом воздействии и с учётом поворота и кручения масс.

Разработана компьютерная программа **SEISM-14.4** на языке Fortran и получены результаты численного моделирования 14-этажного каркасного здания от сейсмического воздействия в виде заданной акселерограммы **El Centro**. Результаты получены при следующих значениях коэффициентов жёсткости грунта основания [154]

$$k_x = 2 \cdot 10^{20}, \quad k_{zA} = 1,2 \cdot 10^6, \quad k_{\varphi A} = 0,6 \cdot 10^8, \quad k_{\theta A} = 2 \cdot 10^{10}.$$

На рис.4.23 и 4.24 показаны графики изменения ускорения фундаментной плиты и плиты покрытия.

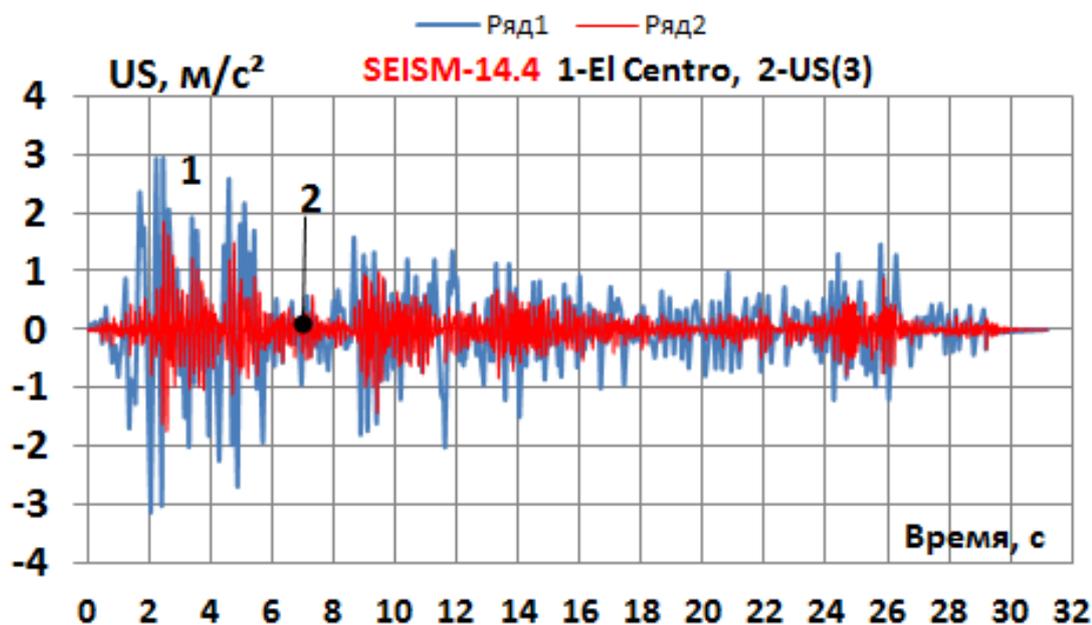


Рисунок 4.23. Линейное ускорение фундаментной плиты по оси  $Z$

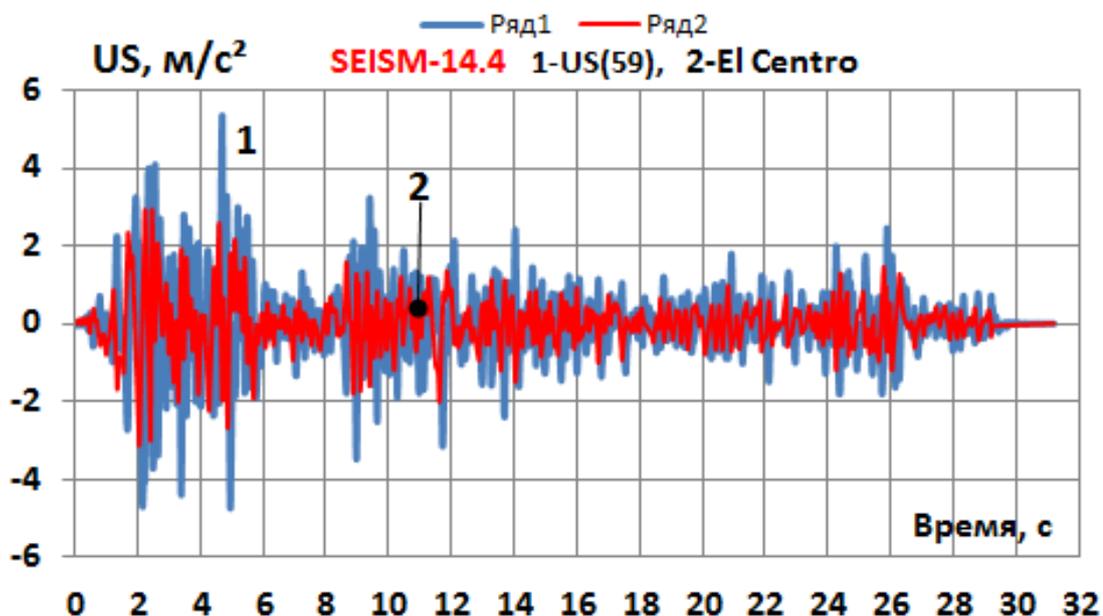


Рисунок 4.24. Линейное ускорение плиты покрытия оси  $Z$

Сравнение показывает, что максимальное ускорение фундаментной плиты примерно в полтора раза меньше, чем ускорения землетрясения, а максимальное ускорение плиты покрытия, наоборот, в полтора раза больше.

На основе полученных результатов можно заключить, что разработанные алгоритм численного моделирования и компьютерная программа позволяют

проводить исследования зданий с учётом податливости грунта основания. Сравнение показывает, что учёт податливости грунта в горизонтальном направлении и при повороте здания в вертикальной плоскости приводит к значительному уменьшению полных ускорений. Предлагаемая методика расчёта может быть использована на стадии вариантного проектирования зданий и сооружений при сейсмических воздействиях.

#### 4.6. Многокомпонентное сейсмическое воздействие на основе метода сосредоточенных деформаций

Рассматриваемая расчётная модель сейсмоизолированного здания предполагает сосредоточение масс в уровнях перекрытий, где каждая инерционная масса обладает четырьмя степенями свободы: двумя угловыми ( $\varphi, \theta$ ) и двумя линейными ( $u, w$ ). Динамическая модель учитывает многокомпонентное кинематическое воздействие на опорную часть конструкции, как показано на рисунке 4.25.

$$\mathbf{U}_0(t) = (u_0 \beta_0 w_0 \alpha_0)^T,$$

где  $u_0, w_0$  – линейные перемещения;

$\beta_0, \alpha_0$  – угловые перемещения.

Анализ динамического равновесия  $j$  – й инерционной массы здания, учитывающий эксцентриситет  $e_z$  между центрами масс  $o_m$  и жёсткостей  $o_r$ , позволяет на основе основной системы метода перемещений получить следующую матричную систему уравнений

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = -\mathbf{M}[\ddot{\mathbf{U}}_0(t) + \ddot{\mathbf{U}}_b(t)], \quad (4.22)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_0(t) = (\ddot{u}_0 \ddot{\varphi}_0 \ddot{w}_0 \ddot{\theta}_0)_j^T, \quad \ddot{\mathbf{U}}_b(t) = (\ddot{u}_b \ddot{\varphi}_b \ddot{w}_b \ddot{\theta}_b)_j^T$$

$$\mathbf{M} = \text{diag}(m_x J_y m_z J_x)_j, \quad \mathbf{U} = (u \varphi w \theta)_j^T.$$

$$m_{xj} = m_{zj} = m_{pj} + m_{cj} + m_{wj} + m_{sj},$$

$$J_{yj} = \frac{\gamma\delta ba^3}{g} + \frac{\bar{m}_{vj}(h_j/2 + h_{j+1}/2)^3}{12}, \quad J_{xj} = \frac{\delta\gamma ab(a^2 + b^2)}{g},$$

$$j = 1, 2, \dots, n.$$

Здесь  $m_{pj}, m_{cj}, m_{wj}, m_{sj}$  – сосредоточенные массы плиты перекрытия, колонн, стен и ядра жёсткости соответственно на  $j$ -ом уровне;

$\bar{m}_{vj}$  – сумма распределённых масс колонн, наружных стеновых панелей, перегородок и ядра жёсткости;

$J_{yj}$  – момент инерции масс относительно оси  $y$ , проходящей через центр тяжести в  $j$ -ом уровне;

$J_{xj}$  – полярный момент диска плиты перекрытия;

$\ddot{u}_0, \ddot{\varphi}_0, \ddot{w}_0, \ddot{\theta}_0$  – заданные линейные и угловые ускорения грунта основания.

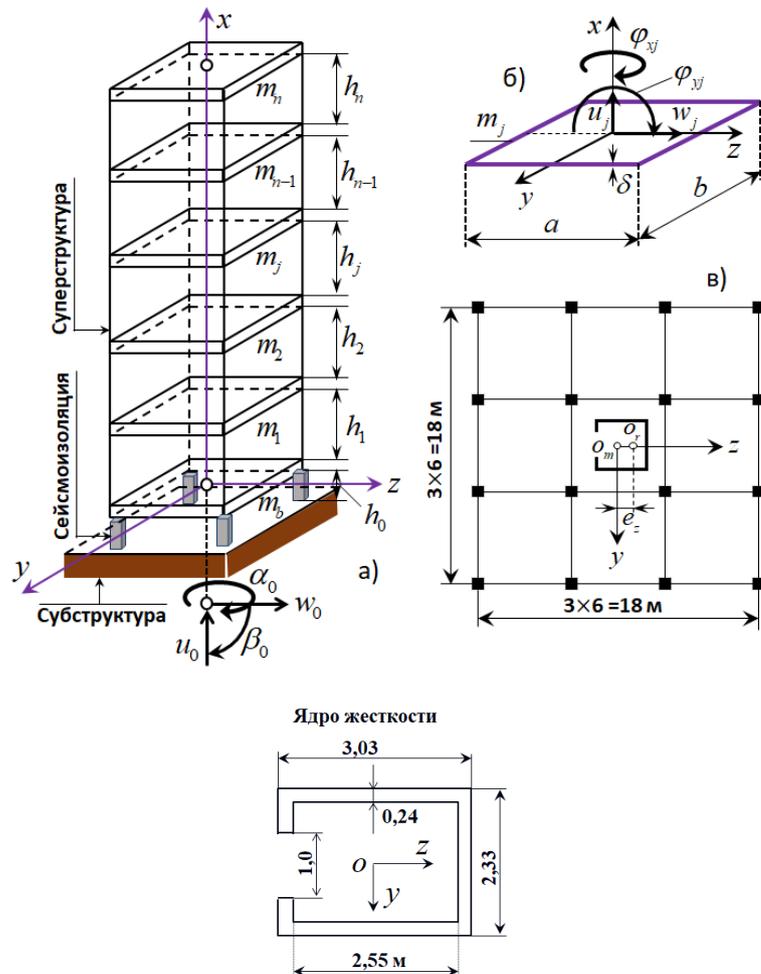


Рисунок 4.25. Динамическая модель сейсмоизолированного здания

Дифференциальные уравнения равновесия для массы  $m_b$  фундаментной плиты, выведенные по аналогии с системой (4.22), записываются в следующей матричной форме

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{U}}_b + \mathbf{F}_b - \mathbf{K}_1 \mathbf{U}_1 - \mathbf{D}_1 \dot{\mathbf{U}}_1 = -\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{U}}_0(t), \quad (4.23)$$

$$\mathbf{M}_b = \text{diag}(m_x \ J_y \ m_z \ J_x)_b, \quad \mathbf{F}_b = \mathbf{K}_{eff} \mathbf{U}_b + \mathbf{D}_{eff} \dot{\mathbf{U}}_b,$$

$$J_{yj} = \frac{\gamma_b h_b}{g} \frac{ba^3}{12}, \quad J_{xb} = \frac{h_b \gamma_b}{g} \frac{ab(a^2 + b^2)}{12},$$

$$m_{xb} = m_{zb} = \gamma_b abh_b / g,$$

$$\mathbf{K}_{eff} = \text{diag}(k_u \ k_\varphi \ k_w \ k_\theta), \quad \mathbf{D}_{eff} = \text{diag}(c_u \ c_\varphi \ c_w \ c_\theta),$$

$$\mathbf{K}_1 = \text{diag}(k_{1u} \ k_{1\varphi} \ k_{1w} \ k_{1\theta}), \quad \mathbf{D}_1 = \text{diag}(c_{1u} \ c_{1\varphi} \ c_{1w} \ c_{1\theta}),$$

$$\mathbf{U}_b = (u_b \ \varphi_b \ w_b \ \theta_b)^T, \quad \mathbf{U}_1 = (u_1 \ \varphi_1 \ w_1 \ \theta_1)^T.$$

Здесь  $\gamma_b, h_b$  – объёмный вес и толщина фундаментной плиты;

$\mathbf{K}_{eff}, \mathbf{D}_{eff}$  – диагональные матрицы эффективных упругих жёсткостей и вязкого затухания;

$\mathbf{U}_b, \mathbf{U}_1$  – векторы перемещений инерционных масс  $m_b$  и  $m_1$  соответственно;

$k_u, k_\varphi, k_w, k_\theta$  – заданные коэффициенты жёсткости резинометаллической опоры;

$k_{1u}, k_{1\varphi}, k_{1w}, k_{1\theta}$  – коэффициенты жёсткости, соответствующие элементам первого этажа;

$\mathbf{F}_b$  – вектор восстанавливающих сил в РМО.

Одним из основных задач в решении динамических задач систем с конечным числом степеней свободы является формирование матрицы жёсткости. Здесь для построения матрицы жёсткости применяется метод сосредоточенных деформаций [85,154]. Формирование матрицы жёсткости на основе метода сосредоточенных деформаций (МСД) сводится к следующему. Податливость связей, сосредоточенных по линиям между смежными  $i$ -м и  $i+1$ -м элементами, включая крутильную составляющую, описывается матрицей следующего вида

$$\mathbf{G}_i = \text{diag} \left( \frac{1}{EF_{x,i,b}} \quad \frac{1}{EJ_{y,i,b}} \quad \frac{1}{GF_{z,i,b}} \quad \frac{1}{GJ_{x,i,b}} \right) b_i + \\ + \text{diag} \left( \frac{1}{EF_{x,i+1,b}} \quad \frac{1}{EJ_{y,i+1,b}} \quad \frac{1}{GF_{z,i+1,b}} \quad \frac{1}{GJ_{x,i+1,b}} \right) a_{i+1}. \quad (4.24)$$

где  $E, G$  – модули Юнга и сдвига,  $b_i = a_{i+1} = h_i / 2$ .

Для приведённого стержня с постоянным сечением в пределах  $h_i = b_i + a_{i+1}$  матрица жёсткости, выведенная из уравнения (4.24), принимает следующую аналитическую форму

$$\mathbf{C}_i = \mathbf{G}_i^{-1} = \text{diag} (EF_{x,i,b} \quad EJ_{y,i,b} \quad GF_{z,i,b} \quad GJ_{x,i,b}) / h_i, \quad (4.25) \\ i = 1, 2, \dots, n-1.$$

Матрица жёсткости опорного узла, в котором фундаментная плита взаимодействует с резинометаллическими опорами (РМО), выражается следующим образом

$$\mathbf{C}_0 = \mathbf{G}_0^{-1} = \text{diag} (k_{x0} \quad k_{\varphi 0} \quad k_{z0} \quad k_{\theta 0}), \quad (4.26)$$

здесь  $k_x, k_\varphi, k_z, k_\theta$  – коэффициенты жёсткости опор.

Матрица жёсткости сечения при  $i = n$ , где отсутствуют связи

$$\mathbf{C}_n = \mathbf{G}_n^{-1} = \text{diag} (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0).$$

Матрица внутренней жёсткости дискретной системы, сформированная методом сосредоточенных деформаций (МСД), имеет следующее математическое представление

$$\mathbf{C} = \text{diag} (\mathbf{C}_0 \quad \mathbf{C}_1 \quad \mathbf{C}_2 \quad \dots \quad \mathbf{C}_{n-1} \quad \mathbf{C}_n). \quad (4.27)$$

Анализ статического равновесия конечных элементов МСД приводит к системе из  $s = 4(n+1)$  уравнений с  $k = 4(n+2)$  неизвестными усилиями в сечениях, где сосредоточены деформации элементов

$$\mathbf{AS} + \mathbf{P} = \mathbf{0}, \quad (4.28) \\ \mathbf{S} = (\mathbf{S}_0 \quad \mathbf{S}_1 \quad \mathbf{S}_2 \quad \dots \quad \mathbf{S}_n \quad \mathbf{S}_{n+1})^T, \quad \mathbf{S}_i = (N_x, M_y, Q_z, M_x)_i^T,$$

где  $\mathbf{A}(a_{ij})$  –прямоугольная матрица коэффициентов размера  $s \times k$ ,

$\mathbf{P}$  –вектор заданных сосредоточенных сил и моментов, состоящий из  $S$  элементов,

$\mathbf{S}$  – вектор внутренних усилий размера  $k$ .

При обозначении  $n+1$ – как количества инерционных масс (включая фундаментную плиту) и  $n+2$ – как числа плоскостей сосредоточенных деформаций, величина  $S$ –соответствует общему количеству степеней свободы системы, а  $k$ – суммарному числу неизвестных усилий или деформаций.

Связь между векторами узловых перемещений  $\mathbf{U}$  и деформаций  $\Delta$  описывается следующей системой уравнений

$$\mathbf{BU} + \Delta = \mathbf{0}, \quad (4.29)$$

$$\mathbf{U} = (\mathbf{U}_0 \ \mathbf{U}_1 \ \mathbf{U}_2 \ \dots \ \mathbf{U}_n)^T, \quad \mathbf{U}_k = (u_x \ \varphi_y \ u_z \ \varphi_x)^T,$$

где  $\mathbf{B}(b_{ij})$  –прямоугольная матрица размера  $k \times s$ ,

$\Delta$ –вектор абсолютных деформаций конечных элементов размера  $k$ .

Из равенства работ внешних и внутренних сил, можно записать

$$\mathbf{P}^T \mathbf{U} = \mathbf{S}^T \Delta. \quad (4.30)$$

Из системы уравнений равновесия (4.28) и условий совместности деформаций (4.29) вытекает следующее представление вектора-строки внешних сил  $F$  и вектора-столбца деформаций  $\epsilon$

$$\mathbf{P}^T = -\mathbf{S}^T \mathbf{A}^T, \quad \Delta = -\mathbf{BU}. \quad (4.31)$$

После подстановки выражения (4.31) в уравнение (4.30) получаем соотношение  $\mathbf{B} = \mathbf{A}^T$ , которое показывает взаимную транспонированность матриц коэффициентов в системах (4.28) и (4.29).

С учётом этого, уравнения совместности деформаций могут быть сформулированы следующим образом

$$\mathbf{A}^T \mathbf{U} + \Delta = \mathbf{0}, \quad (4.32)$$

что соответствует матричному уравнению статического равновесия (4.28). Из матричных равенств

$$\mathbf{P} = -\mathbf{A}\mathbf{S}, \quad \mathbf{\Delta} = -\mathbf{A}^T\mathbf{U}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{C}\mathbf{\Delta},$$

следует, что

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^T\mathbf{U} = \mathbf{K}\mathbf{U}, \quad \mathbf{K} = \mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^T \quad (4.33)$$

здесь  $\mathbf{K}$  — матрица внешней жёсткости введённую Ржаницыным [124]. После построения матрицы  $\mathbf{K}$  — методом сосредоточенных деформаций становится возможным численное решение системы уравнений (4.22) и (4.23). Реализация данного подхода предполагает преобразование исходных дифференциальных уравнений в систему алгебраических уравнений, решаемую пошаговым методом [84-102,128,142-191].

#### 4.7. Динамическая модель сейсмоизолированного здания на основе метода сосредоточенных деформаций

Для динамической системы с конечным числом степеней свободы уравнения равновесия в матричной форме могут быть представлены в виде единой системы уравнений следующим образом

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = -\mathbf{F} + \mathbf{P}, \quad (4.34)$$

где  $\mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{K}$  — матрицы масс, демпфирования и жёсткости,

$\ddot{\mathbf{U}}, \dot{\mathbf{U}}, \mathbf{U}$  — векторы ускорений, скоростей и перемещений,

$\mathbf{F}$  — вектор внешнего воздействия в основании здания на уровне субструктуры,

$\mathbf{P}$  — вектор заданных динамических нагрузок.

Численное решение (4.34) приводит к системе алгебраических уравнений, которая решается шаговым методом [85,149,154].

Модель динамического поведения сейсмоизолированного здания предполагает четыре степени свободы для каждой инерционной массы:  $u_x, \varphi_y, u_z, \varphi_x$  (рис. 4.26).

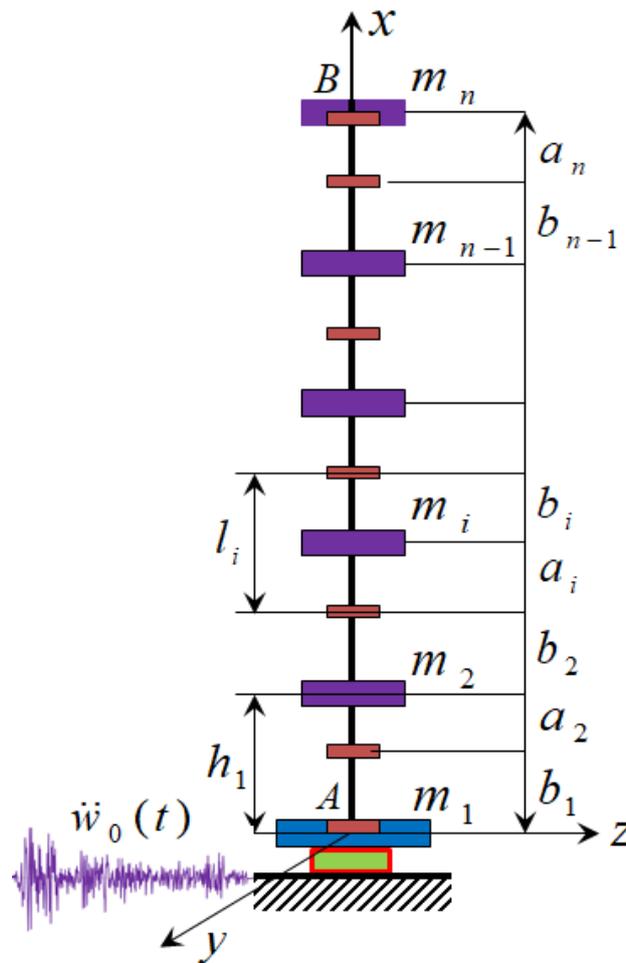


Рисунок 4.26. Расчётная модель МСД

Уравнения движения, описывающие продольные, изгибные и крутильно-поступательные колебания системы с  $4n$  степенями свободы, представлены в работах Низомова [149 с.128] и Каландарбекова [85].

Система дифференциальных уравнений (4.22) с её развёрнутой формой (4.23) моделирует динамическое поведение сооружения при различных типах нагрузок, включая сейсмические воздействия. В последующем изложении особое внимание будет уделено построению матрицы жёсткости с использованием метода сосредоточенных деформаций (МСД).

#### 4.8. Формирование матрицы жёсткости на основе метода сосредоточенных деформаций

Матрица жёсткости  $\mathbf{K}$ , элементы которой представляют коэффициенты  $r_{ij}$ , из уравнения (4.23) [154], формируется методом сосредоточенных деформаций.

Рассмотрим расчётную модель МСД, которая представлена на рис. 4.23. Податливость связей между соседними элементами  $i$  и  $i+1$ , включая крутильную составляющую, описывается диагональной матрицей  $\mathbf{B}$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{i,i+1} = \mathbf{B}_{i,b} + \mathbf{B}_{i+1,a} = \text{diag} \left( \frac{1}{EF_{ib}}, \frac{1}{EJ_{yi,b}}, \frac{1}{GF_{zi,b}}, \frac{1}{GJ_{pi}} \right) \cdot b_i + \\ + \text{diag} \left( \frac{1}{EF_{i+1,a}}, \frac{1}{EJ_{y,i+1,a}}, \frac{1}{GF_{z,i+1,b}}, \frac{1}{GJ_{p,i+1}} \right) \cdot a_{i+1}, \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$(i=1,3,\dots,n-1),$$

где  $J_p = J_x$  – полярный момент инерции сечения бруса.

При постоянном сечении балки на интервале  $h_i = b_i + a_{i+1}$  уравнение (4.35) допускает представление в следующей форме

$$\mathbf{B}_{i,i+1} = \text{diag} \left( \frac{1}{EF_{i,i+1}}, \frac{1}{EJ_{yi,i+1}}, \frac{1}{GF_{zi,i+1}}, \frac{1}{GJ_{xi,i+1}} \right) h_i.$$

Матрица внутренней жёсткости конструкции, согласно работе Ржаницына [218], имеет следующее аналитическое представление

$$\mathbf{C}_{i,i+1} = \mathbf{B}_{i,i+1}^{-1} = \text{diag} (EF_{i,i+1} \quad EJ_{yi,i+1} \quad GF_{zi,i+1} \quad GJ_{pi,i+1}) / h_i, \quad (4.36)$$

$$(i=1,3,\dots,n-1).$$

Деформации опорных элементах  $e_1$  и  $e_n$  локализуются в сечениях 2 и  $n$  соответственно, что приводит к концентрации деформаций исключительно от упругоподатливых опор в узловых сечениях 1 и  $n$ .

Матрица внутренней податливости для системы, дискретизированной на  $n$  конечных элементов методом сосредоточенных деформаций, принимает следующую форму.

$$\mathbf{B} = \text{diag} (\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_{12} \quad \mathbf{B}_{23} \quad \dots \quad \mathbf{B}_{n-1,n} \quad \mathbf{B}_{n+1})$$

При упругоподатливых опорных закреплениях матрицы внутренней жёсткости для опорных сечений принимают следующий вид

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{B}_1^{-1} = \text{diag} (c_x \ c_{\varphi_y} \ c_z \ c_{\varphi_x})_1, \quad (4.37)$$

$$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{B}_{n+1}^{-1} = \text{diag} (c_x \ c_{\varphi_y} \ c_z \ c_{\varphi_x})_{n+1}. \quad (4.38)$$

где  $c_x, c_{\varphi_y}, c_z, c_{\varphi_x}$  – жёсткости опор при растяжении-сжатии, изгибе, сдвиге и кручения.

Матрица внутренней жёсткости системы, состоящей из  $n$  конечных элементов МСД и  $n+1$  сечений, с учётом уравнений (4.35) - (4.38) выражается следующим образом

$$\mathbf{C} = \text{diag} (\mathbf{C}_1 \ \mathbf{C}_2 \ \mathbf{C}_3 \ \dots \ \mathbf{C}_n \ \mathbf{C}_{n+1}). \quad (4.39)$$

Для построения матрицы внешней жёсткости требуется предварительно сформировать матрицу коэффициентов уравнений равновесия. Рассматривая  $i$  – й конечный элемент (рис. 4.27), получаем следующее представление

$$\begin{aligned} -N_{i,i-1} + N_{i,i+1} + m_{xi} \cdot \ddot{u}_i + P_{xi}(t) &= 0, \\ Q_{i,i-1} \cdot a_i + Q_{i,i+1} b_i + M_{yi,i-1} - M_{yi,i+1} + J_{yi} \ddot{\varphi}_i + M_{\varphi}(t) &= 0, \\ -Q_{i,i-1} + Q_{i,i+1} + m_{zi} \cdot \ddot{w}_i + P_{zi}(t) &= 0, \\ -M_{xi,i-1} + M_{xi,i+1} + Q_{i,i-1} \cdot e_i - Q_{i,i+1} \cdot e_i + \\ + J_{xi} \ddot{\theta}_i + M_{\theta}(t) + P_{zi} e_i &= 0, \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$(i = 2, 3, \dots, n-1).$$

Здесь  $N, Q$  – нормальные и поперечные силы,

$M_y, M_x$  – изгибающие и крутящие моменты,

$m_{xi} \cdot \ddot{u}_i, J_{yi} \ddot{\varphi}_i, m_{zi} \cdot \ddot{w}_i, J_{xi} \ddot{\theta}_i$  – инерционные силы и моменты,

$P_{xi}(t), M_{\theta}(t), P_{zi}(t), M_{\theta}(t)$  – заданные динамические силы и моменты;

$e_i$  – эксцентриситет в плоскости  $yz$  вдоль оси  $y$ .

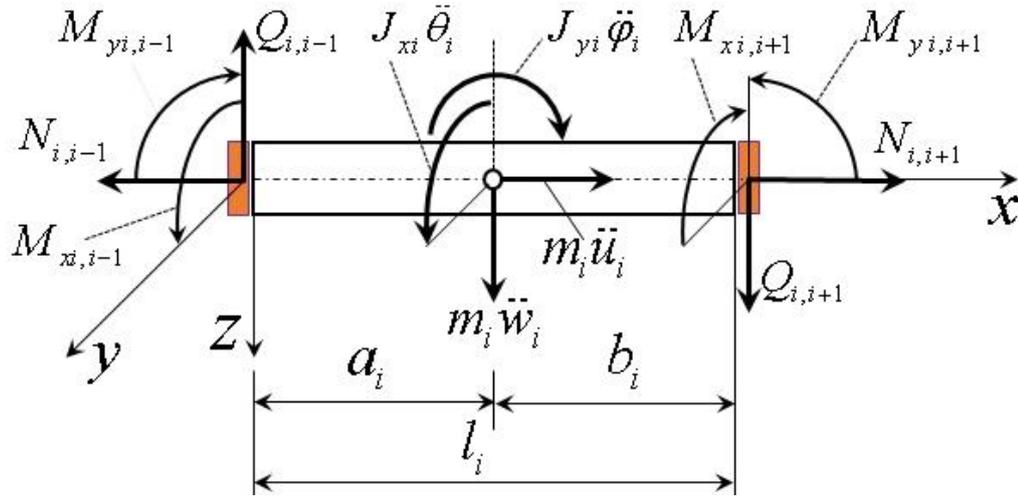


Рисунок 4.27. К составлению матрицы  $\mathbf{A}$

Уравнения, аналогичные (4.40), формулируются для первого и  $n$ -го конечных элементов. Совокупность этих уравнений (4.40) для всех элементов системы образует матричное представление следующего вида

$$\mathbf{AS} + \mathbf{P} = \mathbf{0}, \quad (4.41)$$

где  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{P}$  – векторы-столбцы внутренних и внешних сил

$$\mathbf{S} = (\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2 \dots \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n+1})^T, \quad \mathbf{S}_i = (N_i \ M_{yi} \ Q_i \ M_{xi})^T,$$

$$\mathbf{P} = (\mathbf{P}_1 \ \mathbf{P}_2 \dots \ \mathbf{P}_n)^T, \quad \mathbf{P}_i = (P_{xi} \ M_{\phi i} \ P_{zi} \ M_{\theta i})^T,$$

$\mathbf{A}$  – прямоугольная матрица размера  $4n \times 4(n+1)$ .

Деформационные соотношения для балочных элементов, называемые уравнениями совместности, выражаются следующим образом

$$\mathbf{GU} + \mathbf{\Delta} = \mathbf{0}, \quad (4.42)$$

$$\mathbf{U} = (\mathbf{U}_1 \ \mathbf{U}_2 \dots \ \mathbf{U}_n)^T, \quad \mathbf{U}_k = (u_x \ \varphi_y \ u_z \ \varphi_x)^T,$$

$$\mathbf{\Delta} = (\mathbf{\Delta}_1 \ \mathbf{\Delta}_2 \dots \ \mathbf{\Delta}_{n+1})^T, \quad \mathbf{\Delta}_k = (\Delta u_x \ \Delta \varphi_y \ \Delta u_z \ \Delta \varphi_x)^T,$$

Эти уравнения устанавливают взаимосвязь между узловыми перемещениями  $(\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_n)$  и деформациями элементов  $(\mathbf{\Delta}_1, \mathbf{\Delta}_2, \dots, \mathbf{\Delta}_{n+1})$ . Согласно энергетическому принципу [58], данная связь выражается следующим образом

$$A_p = A_s, \quad (4.43)$$

где  $A_p, A_s$  – представляют работы внешних и внутренних сил соответственно, вычисляемые через скалярное произведение соответствующих векторных величин

$$A_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n A_{Pi} = \frac{1}{2} \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{U}, \quad A_s = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n A_{Si} = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \cdot \Delta, \quad (4.44)$$

$$\frac{1}{2} \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{U} = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \cdot \Delta.$$

Из уравнения (4.41) и (4.42) следует, что

$$\mathbf{P}^T = -\mathbf{S}^T \mathbf{A}^T, \quad \Delta = -\mathbf{G} \mathbf{U}. \quad (4.45)$$

Подставив выражения (4.45) в формуле (4.44) с учётом (4.43), имеем

$$-\frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{A}^T \mathbf{U} = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{G} \mathbf{U}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{A}^T, \quad (4.46)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{U} + \Delta = \mathbf{0}, \quad \Delta = -\mathbf{A}^T \mathbf{U}, \quad (4.47)$$

где  $\mathbf{A}^T$  – транспонированная матрица  $\mathbf{A}$ .

Матрицы уравнений равновесия (4.41) и уравнений совместности (4.43) являются взаимно транспонированными относительно друг друга. Данное свойство является следствием фундаментального принципа двойственности [281], согласно которому вектор узловых сил  $\mathbf{P}$  образует двойственную пару с вектором перемещений  $\mathbf{U}$ , а вектор внутренних сил  $\mathbf{S}$  - с вектором деформаций  $\Delta$ . Указанный принцип устанавливает взаимно-однозначное соответствие между статическими и геометрическими уравнениями, позволяя преобразовывать одни в другие путём соответствующей замены переменных.

При рассмотрении конечных элементов, с фиктивными связями, вектор абсолютных деформаций, выводимый на основе закона Гука, принимает следующую аналитическую форму

$$\Delta = \mathbf{B} \mathbf{S}, \quad (4.48)$$

где  $\mathbf{B}$  – матрица внутренней податливости,

$\mathbf{S}$  – вектор внутренних сил.

На основании уравнений (4.41) и (4.48) векторы внешних  $\mathbf{P}$  и внутренних  $\mathbf{S}$  сил могут быть выражены следующим образом

$$\mathbf{P} = -\mathbf{A}\mathbf{S}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{\Lambda} = \mathbf{C}\mathbf{\Lambda} \quad (4.49)$$

где  $\mathbf{C}$  – матрица внутренней жёсткости.

Таким образом, с учётом равенства (4.47), вектор внешних сил выражается следующим образом

$$\mathbf{P} = -\mathbf{A}\mathbf{S} = -\mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{\Lambda} = \mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^T\mathbf{U} = \mathbf{K}\mathbf{U}$$

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{P}, \quad (4.50)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^T, \quad (4.51)$$

здесь  $\mathbf{K}$  – матрица внешней жёсткости системы в статическом состоянии.

Решение статической задачи методом сосредоточенных деформаций начинается с дискретизации конструкции на конечные элементы МСД и формирования матриц  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{A}$ . Матрица жёсткости  $\mathbf{K}$  строится согласно выражению (4.51), после чего система уравнений (4.50) решается для определения вектора узловых перемещений при заданном векторе внешних нагрузок  $\mathbf{P}$ . Полученные перемещения позволяют вычислить вектор деформаций с использованием соотношения (4.47) и определить вектор внутренних усилий  $\mathbf{S}$  – по формуле (4.49).

Для динамического анализа рассматривается система дифференциальных уравнений (4.34) с матрицей жёсткости  $\mathbf{K}$ , сформированной по (4.51). Численное интегрирование осуществляется методом последовательных аппроксимации [154], при этом векторы скоростей и ускорений, соответствующих моменту времени  $t_{n+1}$ , представляется в следующей форме

$$\dot{\mathbf{U}}_{n+1} = \beta_1(\mathbf{U}_{n+1} - \mathbf{U}_n) / \tau - \beta_2\dot{\mathbf{U}}_n - \tau\beta_3\ddot{\mathbf{U}}_n, \quad (4.52)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_{n+1} = \alpha_1(\mathbf{U}_{n+1} - \mathbf{U}_n) / \tau^2 - \alpha_2\dot{\mathbf{U}}_n / \tau - \alpha_3\ddot{\mathbf{U}}_n, \quad (4.53)$$

$$(n=0,1,2,\dots,N),$$

где  $\tau = t_{n+1} - t_n$  – шаг интегрирования по времени,

$\alpha_i, \beta_i$  – коэффициенты аппроксимации.

Вводя в дифференциальное уравнение матричной форме (4.34) в момент времени  $t_{n+1}$  уравнения (4.52) и (4.53), находим

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_1}{\tau^2} \mathbf{M} \mathbf{U}_{n+1} + \frac{\beta_1}{\tau} \mathbf{D} \mathbf{U}_{n+1} + \mathbf{K} \mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{P}_{n+1} - \mathbf{F}_{n+1} + \\ + \frac{\alpha_1}{\tau^2} \mathbf{M} \mathbf{U}_n + \frac{\alpha_2}{\tau} \mathbf{M} \dot{\mathbf{U}}_n + \alpha_3 \mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}_n + \frac{\beta_1}{\tau} \mathbf{D} \mathbf{U}_n + \beta_2 \mathbf{D} \dot{\mathbf{U}}_n + \tau \beta_3 \mathbf{D} \ddot{\mathbf{U}}_n, \end{aligned} \quad (4.54)$$

Уравнение (4.54) можно записать в стандартной форме

$$\mathbf{K}^* \mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{P}_{n+1}^*, \quad (4.55)$$

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K} + \frac{\alpha_1}{\tau^2} \mathbf{M} + \frac{\beta_1}{\tau} \mathbf{D}, \quad (4.56)$$

$$\mathbf{P}_{n+1}^* = \mathbf{P}_{n+1} - \mathbf{F}_{n+1} + \mathbf{M} \mathbf{A}_n + \mathbf{D} \mathbf{V}_n, \quad (4.57)$$

$$\mathbf{A}_n = \left( \frac{\alpha_1}{\tau^2} \mathbf{U}_n + \frac{\alpha_2}{\tau} \dot{\mathbf{U}}_n + \alpha_3 \ddot{\mathbf{U}}_n \right),$$

$$\mathbf{V}_n = \left( \frac{\beta_1}{\tau} \mathbf{U}_n + \beta_2 \dot{\mathbf{U}}_n + \tau \beta_3 \ddot{\mathbf{U}}_n \right).$$

Здесь  $\mathbf{A}_n, \mathbf{V}_n$  – векторы псевдоускорений и псевдоскоростей.

Матрица затухания в выражения (4.56) и (4.57) может быть представлена по Релею [238]

$$\mathbf{D} = a \mathbf{M} + b \mathbf{K}, \quad (4.58)$$

где  $a$  и  $b$  – произвольные коэффициенты пропорциональности.

Как установлено в исследованиях Клафа [114], при пропорциональности матрицы демпфирования матрице масс высокочастотные формы колебаний демонстрируют незначительное затухание. В случае же пропорциональности матрицы демпфирования матрице жёсткости наблюдается существенное подавление высокочастотных колебательных форм.

На основе изложенного алгоритма разработана компьютерная программа **SI-MCD-EI Centro** на языке Fortran и получены результаты расчёта сейсмоизолированного здания с резинометаллическими опорами. С целью сравнения также получены результаты расчёта модели с жёстким защемлением и упругими опорами.

#### 4.9. Примеры численного моделирования

**Пример 4.9.1.** Исследование свободных колебаний сейсмоизолированных зданий методом сосредоточенных деформаций. Рассматривается динамическая модель 9-этажного каркасного здания с ядром жёсткости, имеющее следующие параметры: размеры в плане  $18 \times 18$  м с шагом колонн  $6 \times 6$  м, высота этажей 3 м, фундаментная плита толщиной 1 м и междуэтажные перекрытия толщиной  $\delta = 0,2$  м. Конструкция характеризуется модулем упругости  $E = 2 \cdot 10^7$  кН/м<sup>2</sup>, модулем сдвига  $G = 0,8 \cdot 10^7$  кН/м<sup>2</sup> и объёмным весом  $\gamma_0 = 25$  кН/м<sup>3</sup>. Основание здания оборудовано 20 резинометаллическими опорами.

Блочная диагональная матрица масс здания состоит из 10 блоков каждый, и которых описывает компоненты инерционных масс соответствующего уровня.

$$\mathbf{M} = \text{diag}(\mathbf{M}_1 \ \mathbf{M}_2 \ \dots \ \mathbf{M}_{10}),$$

$$\mathbf{M}_i = \text{diag}(m_{xi} \ J_{yi} \ m_{zi} \ J_{xi}), \ i = 1, 2, \dots, 10,$$

где компоненты диагонального блока  $\mathbf{M}_1$  будут равны [154]

$$m_{x1} = m_{z1} = 0,8257 \cdot 10^2 \text{ тс}^2/\text{м};$$

$$J_{y1} = 0,2229 \cdot 10^4 \text{ тм} \cdot \text{с}^2; \ J_{x1} = 0,4459 \cdot 10^4 \text{ тм} \cdot \text{с}^2.$$

Остальные блоки матрицы  $\mathbf{M}$  имеют вид

$$\mathbf{M}_i = \text{diag}(0,3219 \cdot 10^2 \ 0,3709 \cdot 10^3 \ 0,3219 \cdot 10^2 \ 0,7134 \cdot 10^3),$$

$$i = 2, 3, \dots, 10.$$

Приведённый стержень обладает следующими жесткостными характеристиками: осевая жёсткость при растяжении-сжатии, изгибная жёсткость, сдвиговая жёсткость и крутильная жёсткость, которые соответственно равны

$$EF_x = 9,324 \cdot 10^7 \text{ кН}; EJ_y = 2,351 \cdot 10^9 \text{ кН} \cdot \text{м}^2;$$

$$GF_z = 3,108 \cdot 10^7 \text{ кН}; GJ_x = 1,877 \cdot 10^9 \text{ кН}.$$

Матрица внутренней жёсткости 9-этажного здания, смоделированного как система с 10 сосредоточенными массами и 11 сечениями, в которых сосредоточены деформации имеет блочно - диагональную структуру следующего вида

$$\mathbf{C} = \text{diag}(\mathbf{C}_1 \ \mathbf{C}_2 \ \mathbf{C}_3 \ \dots \ \mathbf{C}_{10} \ \mathbf{C}_{11}),$$

$$\mathbf{C}_j = \text{diag}(EF_x \ EJ_y \ GF_z \ GJ_x) / h_{j-1}, \quad j=2,3,\dots,10,$$

$$\mathbf{C}_1 = \text{diag}(c_x \ c_{\varphi_y} \ c_z \ c_{\varphi_x}), \quad \mathbf{C}_{11} = \text{diag}(0 \ 0 \ 0 \ 0).$$

Ленточная матрица размерностью  $40 \times 44$  формируется из коэффициентов системы уравнений равновесия (4.31), тогда как квадратная матрица внешней жёсткости, рассчитанная по формуле (4.42), имеет размерность  $40 \times 40$ . Разработанный алгоритм и соответствующая программа, основанные на методе сосредоточенных деформаций (МСД) и последовательную аппроксимацию искомой функции во времени, были использованы для анализа свободных колебаний многоэтажного здания с резинометаллическими сейсмоизолирующими опорами (РМО). Численное моделирование выполнено для трёх вариантов граничных условий: М1 - абсолютно жёсткое защемление, М2 - упругое основание (отражающее податливость грунта) и М3 - система сейсмоизоляции. Для модели М2 диагональная матрица жёсткости задана в соответствии с методикой Шаблинского [275].

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &= \text{diag}(c_x \ c_{\varphi_y} \ c_z \ c_{\varphi_x}) = \\ &= \text{diag}(2 \cdot 10^{20} \ 0.6 \cdot 10^8 \ 1.2 \cdot 10^6 \ 2 \cdot 10^{10}). \end{aligned}$$

В модели М3 жесткостные параметры упругих опор, соответствующие характеристикам резинометаллических сейсмоизоляторов, принимаются следующими значениями

$$c_z = 20 \times 0,275 \cdot 10^4 \text{ кН/м}; \quad c_x = 2 \cdot 10^9 \text{ кН/м};$$

$$c_{\varphi y} = 2 \cdot 10^7 \text{ кН. м}; \quad c_{\varphi x} = 2 \cdot 10^6 \text{ кН. м}.$$

На рис. 4.28 приведены кривые свободных колебаний моделей М1 и М3, рассчитанные с учётом и без учёта демпфирования при импульсном треугольном нагружении. Анализ графиков показывает существенное увеличение периода и амплитуды колебаний в сейсмоизолированной модели (М3) по сравнению с жёстко закреплённой (М1).

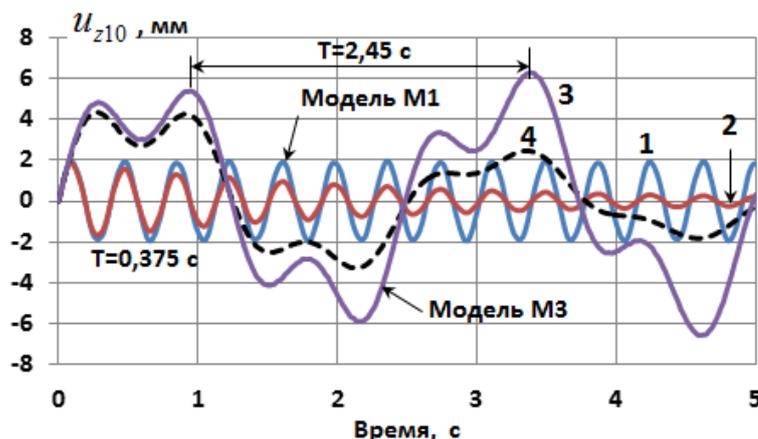


Рисунок 4.28. Горизонтальные колебания массы покрытия в моделях М1 и М3

**Пример 4.9.2.** Исследование вынужденных колебаний. Рассматривается динамическая модель здания, с исходными данными как в примере 4.8.1, от действия вибрационной нагрузки.

$$P(t) = P_0 \sin \theta t = P_0 \sin \theta t, \quad \theta = 2\pi / T_p$$

Получены результаты при различных значениях периода колебаний вибрационной нагрузки. На рис.4.29 приведены графики горизонтальных колебаний массы  $m_{10}$  моделей М1 и М2, полученные от действия горизонтальной вибрационной нагрузки, приложенной к массе  $m_{10}$  при  $T_p = 0,38; 0,42; 0,46$  с. В модели М1 при

$T_p = 0,38$  с наблюдается резонансный режим, что подтверждается достоверности результатов, полученных при свободных колебаниях, где период  $T = 0,375$  с. Также резонансный режим наблюдается в модели **M2** при  $T_p = 0,46$  с, а при  $T_p = 0,42$  с получаем колебания близкие к резонансному. Периоды резонансных колебаний практически совпадают с периодами свободных колебаний исследуемых моделей, полученных от действия мгновенного импульса.

Полученные результаты подтверждают, что разработанный математической модель и соответствующий программный комплекс обеспечивают эффективный анализ динамического поведения сейсмоизолированных конструкций при различных типах внешних нагрузок.

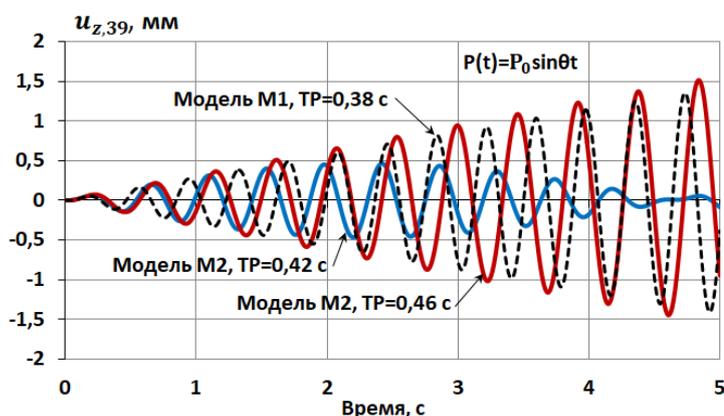


Рисунок 4.29. Действия гармонической нагрузки

На рис. 4.30 приведены графики колебаний сейсмоизолированной модели при различных значениях периода гармонической нагрузки.

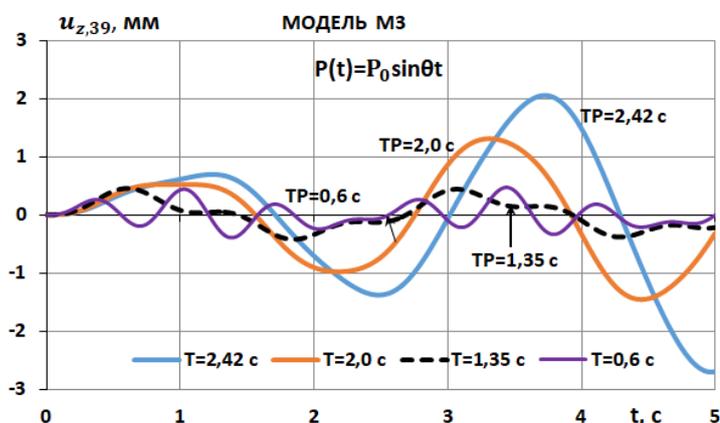


Рисунок 4.30. Колебания модели M3 при различных значениях частоты гармонической нагрузки

Из этих графиков следует, что при значении периода вибрационной нагрузки  $T_p = 2,42$  с, что практически совпадает с периодом свободных колебаний  $T = 2,45$  с, наблюдается возрастание амплитуды колебаний.

Сравнение результатов показывает, что периоды резонансных колебаний практически идентичны периодам свободных колебаний, зарегистрированным при импульсном воздействии на исследуемые модели.

Полученные результаты подтверждают, что разработанный математической модель и соответствующий программный комплекс обеспечивают эффективный анализ динамического поведения сейсмоизолированных конструкций при различных типах внешних нагрузок.

Проведённые исследования позволяют сформулировать следующие заключения. Разработанная методика динамического анализа обеспечивает комплексную оценку напряженно-деформированного состояния сейсмоизолированных зданий при различных воздействиях. Созданные математическая модель и программный комплекс позволяют исследовать напряженно-деформированного состояния строительных конструкций с учётом как линейного, так и нелинейного поведения резинометаллических опор.

**Пример 4.9.3.** Прямой динамический расчёт на сейсмические воздействия. Разработанный алгоритм реализован на моделях М1, М2 и М3. Получены результаты от заданной акселерограммы землетрясения El Centro с шагом оцифровки 0,02 с.

Численный алгоритм применён к модели, представленной на рис. 4.25, для трёх вариантов граничных условий: защемлённая опора М1(А), упругое основание М2(В) и резинометаллические опоры М3(С). Результаты расчёта получены для заданной акселерограммы. На рис. 4.31 показаны горизонтальные колебания массы  $m_{10}$  для всех трёх моделей при комбинированном поступательном  $\ddot{w}_0(t)$  и крутильном  $\ddot{\alpha}_0(t) = 0,01\ddot{w}_0(t)$  движения основания от акселерограммы El Centro. Анализ показывает, что модель М3 с РМО характеризуется существенно большими амплитудами и периодом колебаний по сравнению с моделями М1 и М2. Рис. 4.32

детализирует поведение модели М3 при чисто крутильном ускорении основания, отображая

$$\ddot{\alpha}_0(t) = 0,01\ddot{w}_0(t) \text{ рад/с}^2,$$

где  $\ddot{w}_0(t)$  – акселерограмма El Centro.

Анализ результатов демонстрирует, что крутильные движения на основании вызывают высокочастотные горизонтальные колебания линейного характера.

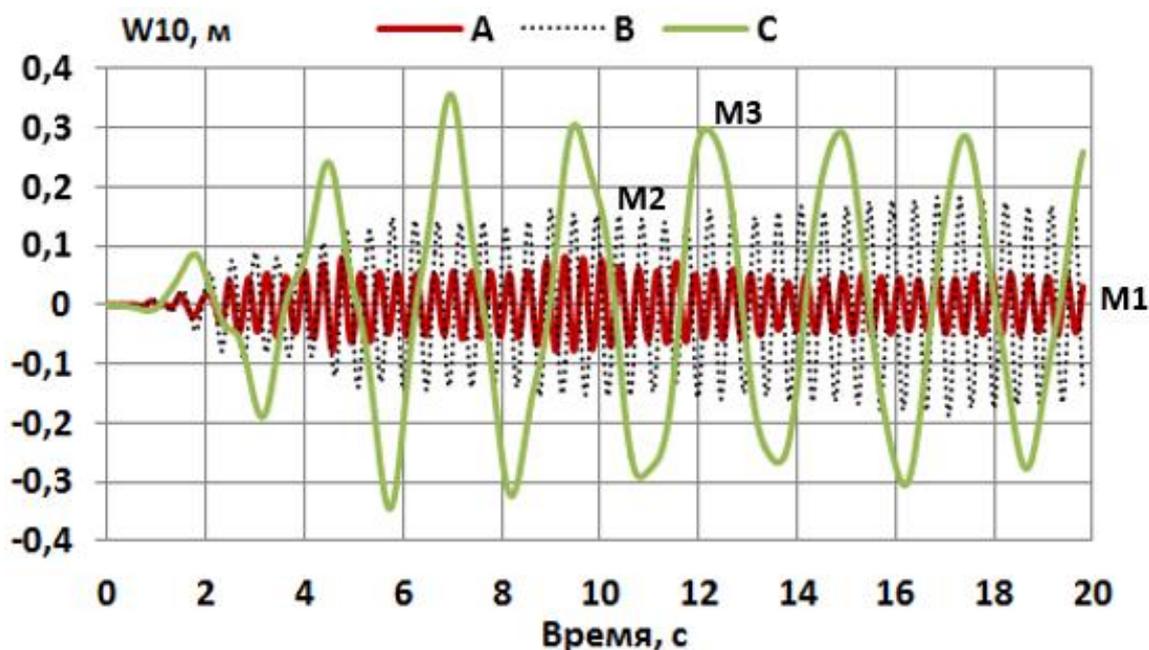


Рисунок 4. 31. Горизонтальные колебания массы  $m_{10}$  в моделях М1, М2 и М3

На рис.4.32 приведены графики поступательных  $w_{10}$ , вращательных  $\varphi_{y,10}$  и крутильных  $\varphi_{x,10}$  колебаний  $m_{10}$  модели М3 от действия только крутильного ускорения основания

$$\ddot{\alpha}_0(t) = 0,01\ddot{w}_0(t) \text{ рад/с}^2,$$

где  $\ddot{w}_0(t)$  – акселерограмма El Centro. Видно, что крутильные движения основания приводят к высокочастотным линейным, вращательным и крутильным колебаниям.

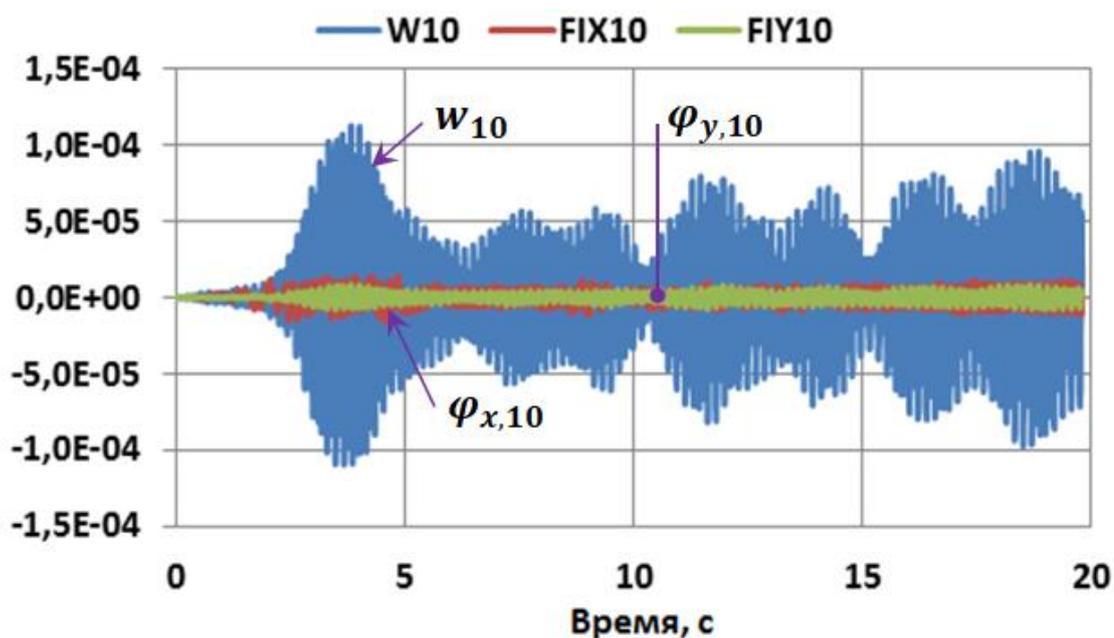


Рисунок 4.32. Поступательные, вращательные и крутильные движения массы  $m_{10}$  модели М3 от действия крутильного ускорения основания

На рис. 4.33 представлены графики зависимости ускорений массы  $m_{10}$  для моделей М1 (без сейсмоизоляции) и М3 (с резинометаллическими опорами). Сравнительный анализ выявляет пятикратное снижение пиковых значений ускорений в сейсмоизолированной конструкции по сравнению с заземлённым вариантом.

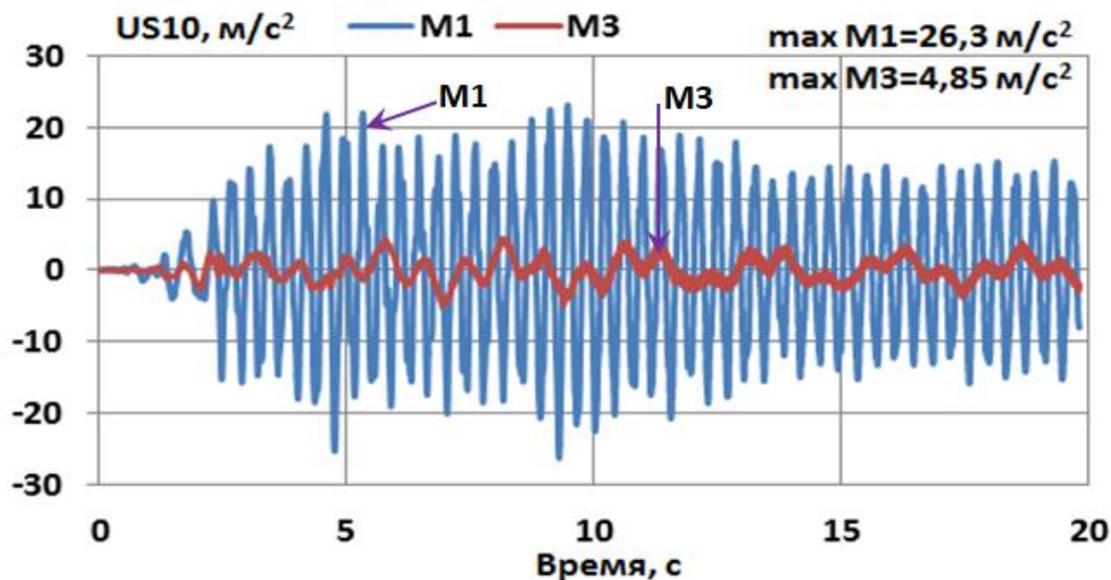


Рисунок 4.33. Графики ускорения горизонтальных колебаний массы  $m_{10}$  в моделях М1 и М3

В табл.4.5 приведены результаты сравнительного анализа, полученные при различных воздействиях, Буквой R обозначены резонансные режимы, которые

получены при значениях периода действия вибрационной нагрузки, совпадающие с периодом свободных колебаний моделей.

**Таблица 4.5.** Результаты численного моделирования

Воздействие	Период, перемещение, ускорение	Модели		
		М1	М2	М3
Мгновенный импульс	T, с	0,375	0,46	2,45
	и, мм	1,89	2,67	6,52
Вибрационная нагрузка	T, с	0,38	0,46	2,42
	и, мм	R	R	R
Заданная акселерограмма	$A_{max}$ , м/с <sup>2</sup>	26,3	-	4,85

Следует отметить, что предлагаемый алгоритм, как это следует из уравнения (4.22) и (4.23), позволяет исследовать динамические процессы в сейсмоизолированных зданиях при четырёхкомпонентных сейсмических воздействиях в виде заданных акселерограмм землетрясений. Предлагаемая математическая модель может быть усовершенствована с целью учёта нелинейной работы сейсмоизоляции, например, на основе гистерезисной модели Bouc-Wen.

Таким образом, разработанные алгоритм и компьютерные программы численного решения динамических задач позволяют исследовать свободные и вынужденные колебания зданий с сейсмоизоляцией при различных воздействиях.

Результаты численного моделирования, полученные с использованием разработанных алгоритмов и программного обеспечения, показывают высокую эффективность резинометаллических сейсмоизолирующих опор. Созданные математическая модель и компьютерный комплекс позволяют исследовать напряженно-деформированное состояние зданий с учётом как линейного, так и нелинейного поведения опор.

Анализ показал, что применение сейсмоизоляции обеспечивает: снижение пиковых ускорений и межэтажных сдвигов более чем в 5 раз; увеличение абсолютных перемещений конструкции; рост амплитуды и периода свободных колебаний в 2-3 раза. Практическое совпадение частот, полученных по двум способам, подтверждает достоверность полученных результатов.

#### **4.10. Оценка эффективности применения сейсмоизоляции из резинометаллических опор**

Как показывают исследования, сейсмоизоляция обладает существенными преимуществами перед традиционными методами проектирования равноустойчивых конструкций. Главным достоинством данной технологии является значительное снижение сейсмических нагрузок, передаваемых на несущие элементы надфундаментной части здания. Сейсмоизолированные сооружения демонстрируют значительно более высокую надёжность при сильных землетрясениях благодаря способности воспринимать существенные перемещения в зоне опорных узлов, где происходит поглощение основной части сейсмической энергии без повреждения конструктивных элементов. В отличие от этого, в зданиях с традиционным усилением практически неизбежно возникновение трещин, локальных повреждений и в критических случаях - разрушений несущих конструкций.

В условиях сложной инженерно-геологической обстановки Республики Таджикистан наиболее оптимальным решением для защиты зданий является использование РМО. Преимущество РМО заключается в их способности выдерживать значительные горизонтальные деформации без потери несущей способности по вертикали, что в свою очередь значительно снижает сейсмические нагрузки. Для ограничения вертикальных и горизонтальных перемещений РМО в случае землетрясений устанавливаются железобетонные ограничители, заанкеренные в фундаменте.

Гарантирование надёжности сейсмостойкого строительства является чрезвычайно сложной задачей. Это связано с нехваткой полной информации о внешних воздействиях на сооружение во время землетрясений и недостаточной изученностью поведения конструкций при интенсивных динамических нагрузках.

Установка резинометаллических опор (РМО) не предполагает необходимости создания специальных конструктивных решений, однако их проектирование требует соблюдения определенных нормативных требований. Опоры устанавливаются непосредственно под колоннами, диафрагмами жёсткости

либо в узлах пересечения несущих стен. В зданиях без подземной части РМО монтируются на индивидуальных фундаментных плитах, соединённых между собой жёсткими фундаментными балками для обеспечения стабильности расстояний. Для сооружений с подземными этажами опоры располагаются на капителях колонн подземной части, также объединённых системой жёстких фундаментных балок.

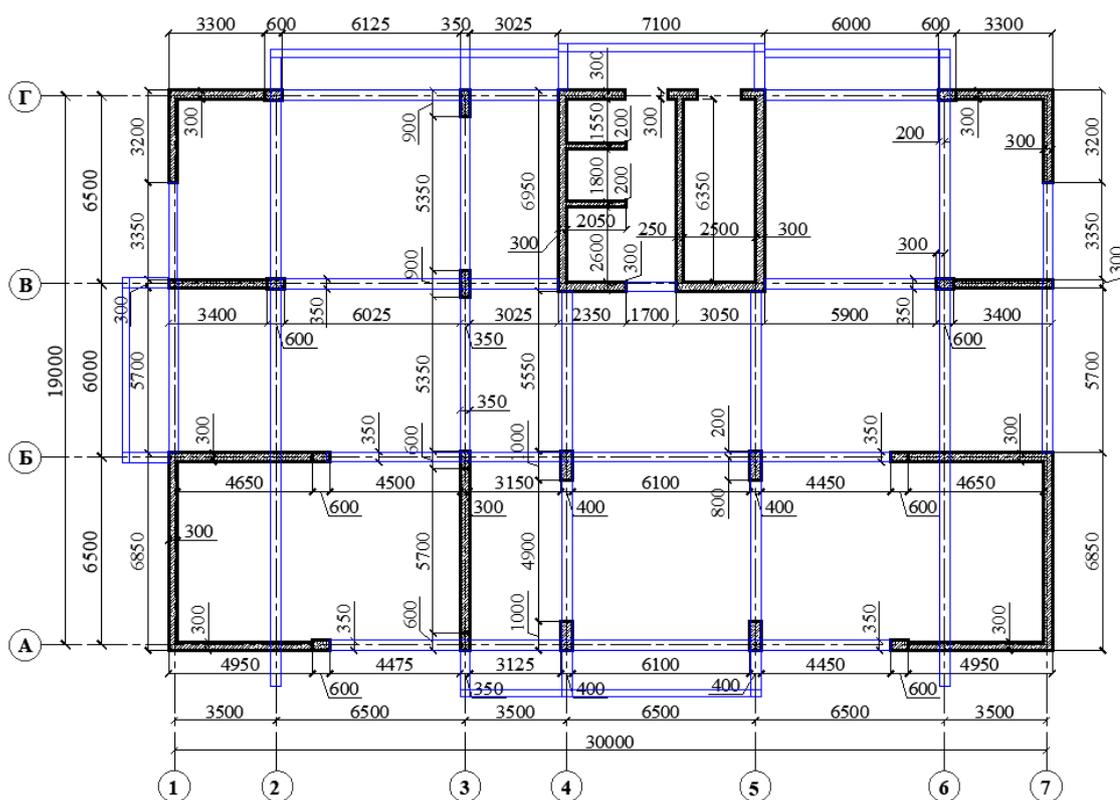
Оценка экономической целесообразности внедрения резинометаллических опор требует проведения комплексного технико-экономического анализа. Использование системы сейсмоизоляции существенно влияет на общую стоимость строительства по сравнению с традиционными несущими конструкциями без сейсмозащиты.

Экономическая эффективность строительства и эксплуатации различных типов сооружений, включая жилые и гражданские здания, определяется ещё на этапе проектирования. Проект должен учитывать экономические показатели, которые зависят от выбора материалов, объёмно-планировочных и конструктивных решений. Эти решения оказывают значительное влияние на себестоимость строительства, сметную стоимость, продолжительность работ, потребление материальных ресурсов и трудозатраты.

В процессе проектирования и строительства решения, касающиеся инженерных, организационно-технологических или хозяйственных аспектов, принимаются в условиях множества возможных вариантов. Здание или сооружение может быть спроектировано с различными конструктивно-компоновочными или объёмно-планировочными решениями, а также с использованием разных материалов и методов выполнения работ с применением различных средств механизации. Поэтому важно выбрать из множества вариантов тот, который является наиболее рациональным.

Оптимальный вариант, как правило, выбирается путём сопоставления технико-экономических показателей рассматриваемых вариантов, сравнения показателей нового проекта с эталоном или с построенным зданием. Принимается то решение, которое при прочих равных условиях для своего осуществления

требует меньших затрат. Для сравнения вариантов различных решений в качестве критерия экономической эффективности используют систему показателей, которые делятся, с одной стороны, на эксплуатационные и строительные, а с другой, на основные и дополнительные. Для анализа сравнения стоимости здания с сейсмоизоляцией и без неё приняты следующие размеры здания, конструктивное решение и несущие конструкции. Здание имеет прямоугольную форму в плане с размерами 30×19 метров по осям. Конструктивная система представляет собой 15-этажный монолитный железобетонный каркас, в котором здание размещено в виде вертикальной конструкции с несущими колоннами, пилонами и диафрагмами жёсткости (рис. 4.34). Площадь поперечного сечения продольные и поперечные ригели - 35х50 см, толщина перекрытия и покрытия 16 см.



**Рисунок 4.34. Схема расположения вертикальных элементов зданий без учёта сейсмоизоляции**

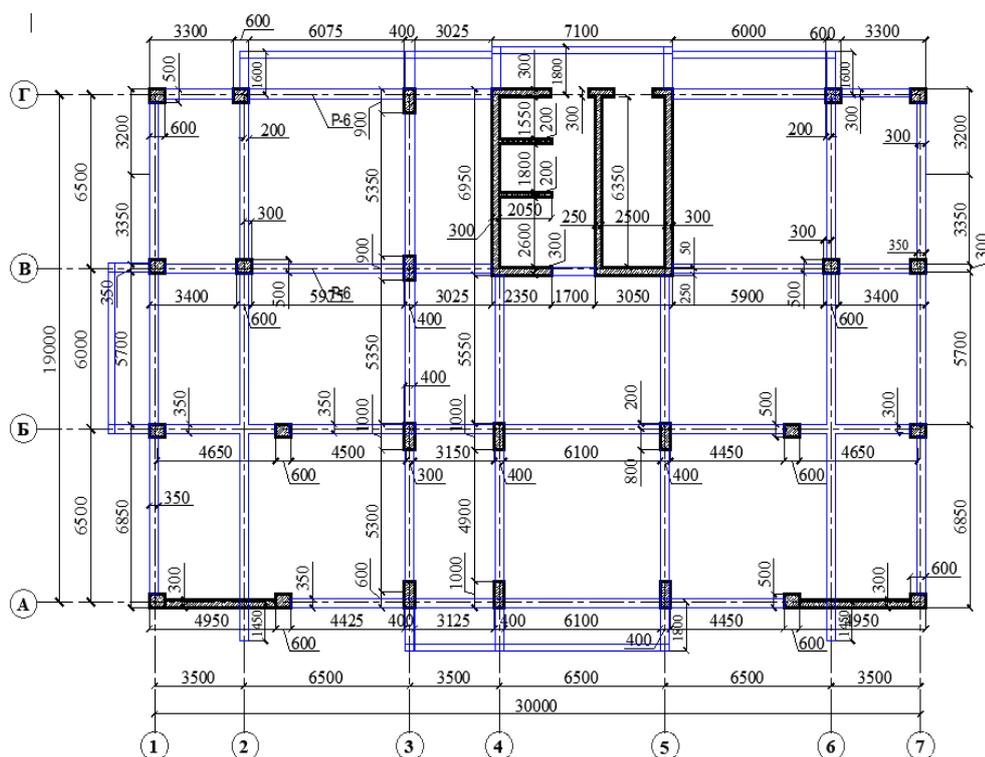
Анализ конструктивного решения [38] демонстрирует существенное снижение внутренних усилий в сейсмоизолированном здании по сравнению с традиционной конструкцией. В колоннах верхнего этажа изгибающие моменты уменьшаются в

3,5 раза, в ригелях - в 2 раза. Главные растягивающие напряжения в диафрагмах жёсткости здания в промежуток между отметками от -3,5 до +48,0 м под сейсмическим воздействием снижаются в 3,3 раза. Экспериментальные данные, проведённые в [38] подтверждают:

- Уменьшение напряжений в арматуре ригелей в 1,5-2 раза;
- Сокращение максимального армирования колонн в 2,5 раза;
- Снижение горизонтального армирования диафрагм в 2,8 раза;
- Уменьшение вертикального армирования диафрагм в 7,3 раза.

Эффективность сейсмоизоляции подтверждается многократным снижением всех критических параметров.

Анализ показал, что внутренние силы в конструкциях сейсмоизолированного здания значительно уменьшаются по сравнению с зданием без сейсмоизоляции, что, в свою очередь, приводит к снижению площади горизонтальных сечений вертикальных конструкций (рис. 4.35).



**Рисунок 4.35. Схема расположения вертикальных и горизонтальных элементов зданий с сейсмоизоляцией**

На основе этого были выбраны размеры поперечного сечения ригеля 35x50 см, а также толщина перекрытия и покрытия – 15 см. Также было установлено 36 РМО,

соответствующих количеству вертикальных конструкций, включая колонны, пилоны и диафрагмы жёсткости. Размеры сечений элементов подбирались так, чтобы обеспечить необходимую несущую способность конструкций и максимально допустимый перекося этажей. На рис. 4.35 показана принципиальная схема распределения вертикальных и горизонтальных конструктивных элементов в сейсмоизолированном здании. Для сравнения, в табл. 4.5 приведены расчётные стоимостные показатели для аналогичного здания без системы сейсмозащиты, спроектированного с учётом требований по жёсткости и устойчивости. Для здания с сейсмоизоляцией, при неизменных размерах вертикальных и горизонтальных несущих конструкций, расценки указаны в табл. 4.6. Расценка на расход материалов с сейсмоизолятором и уменьшение площади сечений основных несущих конструкций представлены в табл. 4.7

**Таблица 4.5.** - Стоимость здание без сейсмоизоляции

№ п / п	Наименование конструкции	Расход арматура		Расход бетон		Затрат труда	Другие расходы
		Масса, т	Цена, сомони	Объём, м <sup>3</sup>	Цена, сомони		
1.	Колонны и пилоны	59	798741	213	135428	27751	20634
2.	Диафрагмы	213	2895480	1381	871840	178653	132839
3.	Ригели	113	1536990	404	255097	45462	153248
4.	Перекрытия и покрытие	161	2189600	1673	1055686	172018	245329
5.	Всего:	546	7420811	3671	2318051	423884	552050,0
6.	Итоговая цена	10714796,0 сом.					

**Таблица 4.6.** - Стоимость здание с сейсмоизоляцией без изменения размеров несущих конструкций

№ п/п	Наименование конструкции	Расход арматура		Расход бетон		Затрат труда	Другие расходы	РМО	
		Масса, т	Цена, сомони	Объём, м <sup>3</sup>	Цена, сомони			Шт.	Цена, сом.
1.	Колонны и пилоны	41	557600	213	135428	27151	19634		
2.	Диафрагмы	149	2026400	1381	871840	170653	102839		
3.	Ригели	71	965600	404	255097	43462	113248		
4.	Перекрытия и покрытие	132	1795200	1673	1055686	165018	215329		
5.	Всего:	393	5344800	3671	2318051	406284	451050,0	36	4363049
6.	Итоговая цена	12883230,9 сом.							

**Таблица 4.7.** - Стоимость сейсмоизолированного здания с изменением размеров несущих конструкций

№ п/п	Наименование конструкции	Расход арматура		Расход бетон		Затрат труда	Другие расходы	РМО	
		Масса, т	Цена, сомони	Объём, м <sup>3</sup>	Цена, сомони			Шт.	Цена, сом.
7.	Колонны и пилонны	69	938400	358	228157	45752	34363		
8.	Диафрагмы	68	924800	512	326302	64865	49518		
9.	Ригели	96	1305600	515	325356	56783	190456		
10.	Перекрытия и покрытие	114	1550400	1543	988237	156058	223698		
11.	Всего:	347	4719200	2928	1868052	323458	498035,0	36	4363049
12.	Итоговая цена	11771790,9 сом.							

Следует подчеркнуть, что данные о ценах были взяты из квартального информационно-аналитического сборника средних сметных цен в строительстве для Республики Таджикистан №4, 2021 г. [106]. В таблицах 4.5, 4.6 и 4.7 представлены общие стоимости и объёмы основных материалов для несущих конструкций как для здания без сейсмоизоляции, так и для здания с сейсмоизоляцией. В здании без РМО расход арматуры превышает на 32%, а бетона - на 20,24%, по сравнению с зданием с РМО. Затраты труда увеличиваются на 23,69%, а прочие расходы - на 9,78% без использования РМО. В случае с зданиями с сейсмическим изолятором, стоимость РМО добавляется как дополнительная статья расходов. Общая разница в стоимости между зданием с сейсмоизоляцией и без неё в части основных несущих конструкций составляет 8,98%.

#### **Вывод по четвёртой главе**

1. Использование активной сейсмоизоляции на основе резинометаллических опор (РМО) позволяет снизить расчётные горизонтальные сейсмические нагрузки на надфундаментные конструкции здания и сократить объем антисейсмических мероприятий приблизительно втрое. Данная технология практически исключает необходимость дополнительного усиления несущих конструкций для восприятия сейсмических воздействий, что обеспечивает существенную экономию строительных материалов (стали, бетона) и приводит к снижению общей сметной стоимости объекта.

2. Разработанная методика динамического расчёта позволяет проводить исследования напряжённо-деформированного состояния сейсмоизолированного здания при различных внешних воздействиях.

3. Полученные результаты показывают, что использование сейсмоизоляции значительно снижает ускорение и относительный межэтажный сдвиг, однако увеличивает абсолютное перемещение здания по сравнению с моделью без сейсмоизоляции. Кроме того, учёт сейсмоизоляции приводит к значительному увеличению амплитуды и периода свободных колебаний.

4. Сопоставительный экономический анализ рассмотренных вариантов каркасных зданий показывает, что стоимость здания с учётом сейсмоизоляции приблизительно на 10% получается дороже, чем без сейсмоизоляции. Однако, важно отметить, что при применении сейсмоизоляции гарантируется безопасность проживания людей в этих зданиях.

5. Экономическая эффективность систем сейсмоизоляции проявляется особенно значительно при землетрясениях, превышающих расчётные параметры. Использование РМО позволяет минимизировать повреждения как несущих конструкций здания, так и дорогостоящего технологического оборудования. Это существенно сокращает затраты на последующее усиление и восстановление сооружения, компенсируя дополнительные расходы на сейсмоизолирующие опоры и в итоге снижая общую стоимость жизненного цикла объекта.

6. Эффективность системы сейсмоизоляции напрямую зависит от соотношения основного периода собственных колебаний здания и преобладающего периода сейсмического воздействия. Максимальная эффективность достигается, когда период колебаний сейсмоизолированной конструкции существенно превышает характерный период землетрясения. Таким образом, применение сейсмоизоляции особенно оправдано для зданий, чей собственный период колебаний изначально близок к преобладающему периоду сейсмических воздействий.

## **Глава 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМЫ «ПЛАТФОРМА - МОДЕЛЬ ЗДАНИЯ» С ЭЛЕМЕНТАМИ СЕЙСМОИЗОЛЯЦИИ**

### **5.1. Цель эксперимента**

В настоящее время экспериментальные исследования зданий на сейсмостойкость проводится по двум направлениям. Первое направление это натурные исследования зданий и их фрагментов. Второе - исследования проводимые на мощных платформах с использованием моделей реальных зданий. Изучение сейсмостойкости на моделях имеет некоторые преимущества по сравнению с натурными исследованиями. Модели зданий могут быть доведены до разрушения, а в натуральных испытаниях как правило ограничиваются некоторой величиной прилагаемой нагрузки, которые не вызывают повреждения в исследуемых зданиях. Экспериментальные исследования проводимые с помощью мощных взрывов с точки зрения экономики может быть произведено лишь в единичных случаях. В добавок к этому действия взрыва кратковременно. В тоже время на виброплатформах можно испытывать модели на любое число повторных загрузений. Как правило при исследованиях на виброплатформе с размерами модели ( $1/2 \dots 1/6$  натуральной величины) применяют принцип простого подобия, в основу которого положена идентичность свойства материала модели и натуре [61].

В настоящее время применяются различные методы экспериментальных исследований, связанных с анализом поведения исследуемого объекта при различных воздействиях. Большой вклад в развитии теории и техники экспериментальных исследований внесли Н.С. Стрелецкий, Ю.А. Нилендер, В.З. Власов, А.А. Гвоздев, К.С. Завриев, И.Л. Корчинский, И.М. Рабинович, Н.Н. Аистов и др. Одним из наиболее распространённых является метод физического моделирования исследуемого объекта. Также используется аналоговые и компьютерные моделирования. Физическое моделирование обычно выполняется в уменьшенном масштабе из того материала, что и натурная конструкция, или материала более деформативного, чем оригинал. Проводятся испытания моделей

зданий, фрагментов и образцов конструктивных элементов зданий. Модельные испытания обычно используются при разработке уникальных зданий и сооружений, а также в научных исследованиях, связанных с внедрением различных конструктивных решений с целью повышения сейсмостойкости. В результате испытания моделей от динамического воздействия определяются амплитуды, частоты и формы собственных и вынужденных колебаний и других характеристик, в зависимости от поставленной цели [2,15,61,82,156,167].

Сущность метода моделирования заключается в том, что модель исследуемого сооружения размещают на специальное приспособление, которое имитирует колебания почвы при землетрясении. Проводят необходимые измерения на модели и на основании полученных результатов судят о поведении натурального сооружения при землетрясении. Для получения достоверных результатов необходимо точно должны быть подобраны механические свойства материалов для модели, кинематические параметры движения приспособления, которое моделирует землетрясение и обеспечено динамическое подобие сооружения и физической модели. Из-за конструктивной сложности несущих элементов зданий проведение испытаний в натурном масштабе вызывает значительные затруднения. Изготовление крупногабаритных моделей является сложным процессом, а их испытания требуют значительных трудозатрат. С целью определения деформированного состояния и динамических характеристик железобетонных несущих конструкций была спроектирована и построена трёхэтажная железобетонная модель каркасного здания.

Для оценки сейсмостойкости зданий и сооружений используются различные экспериментальные методы [15,61,82,156,167]. Наиболее широко применяются следующие из них: метод микросейсмических наблюдений, вибрационный метод и метод испытаний на моделях. В рамках исследований были изучены свободные линейные и крутильные колебания, вызванные мгновенным импульсом, а также вынужденные колебания платформы при различных типах вибрационной нагрузки [6,95]. Для проведения динамических модельных испытаний в лабораторных условиях, как правило, используется виброплатформа. Простейшая конструкция

испытательной виброплатформы включает горизонтальный стол для размещения моделей, опоры стола, позволяющие осуществлять горизонтальные колебательные смещения в заданном направлении, и однокомпонентный возбудитель колебаний.

Ключевыми элементами виброплатформы являются стойки, которые соединяют платформу с фундаментом, обеспечивая её жёсткую фиксацию в вертикальной плоскости и одновременно позволяя осуществлять движение в горизонтальном направлении. Дебалансный вибратор направленного действия, жёстко закреплённый на нижней поверхности стола, оснащён двумя параллельными валами с установленными на них эксцентриками. Эти эксцентрики вращаются в противоположных направлениях с одинаковой угловой скоростью. В результате горизонтальные составляющие инерционных сил от обоих эксцентриков суммируются, тогда как вертикальные силы взаимно компенсируются.

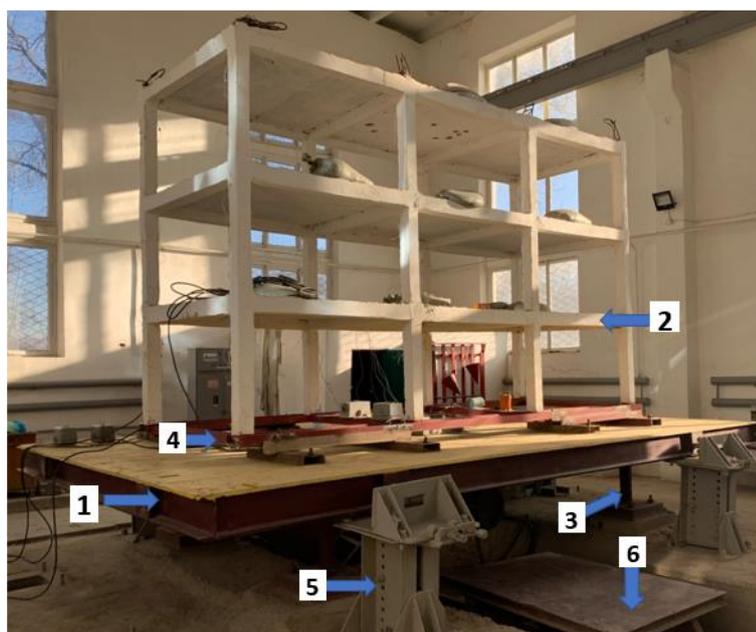
Определение деформированного состояния модели каркасного здания и явилось целью данных экспериментальных исследований. Экспериментальные исследования были проведены в лаборатории «Сейсмостойкость зданий и сооружений» и «Гидротехнические сооружения» Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии Академии наук Республики Таджикистан (ныне Национальной Академии наук Таджикистана).

Целью данных экспериментальных исследований было определение деформированного состояния модели каркасного здания. Испытания проводились в лабораториях «Сейсмостойкость зданий и сооружений» и «Гидротехнические сооружения» Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии Национальной академии наук Таджикистана.

## **5.2. Конструкция испытательного стенда**

Для проведения испытаний был использован специально спроектированный и изготовленный испытательный стенд в виде виброплатформы. Виброплатформа (рис. 5.1) представляет собой жёсткую ячеистую конструкцию размером 600×350×22 см, установленную на четырёх металлических опорах. Несущая рама

выполнена из двутавровых балок с верхними и нижними сплошными электросварными соединениями. Внутри рамы размещены диафрагмы, служащие для крепления верхних плит гибких стоек и вибрационного оборудования. Для демпфирования высокочастотных паразитных колебаний отдельных элементов платформы ячейки рамы заполнены битумом.



**1-виброплатформа 6×3,5 м; 2- модель исследуемого объекта в масштабе 1:4; 3-стойка сечением 10×4 см, длиной 43,5 см; 4- опорная часть модели из швеллера №18; 5 – ограничительная опора, 6 – грузовая тележка.**

**Рисунок 5.1. Виброплатформа и модель фрагмента трёхэтажного каркасного здания**

Стойки виброплатформы выполнены из металлических стержней прямоугольного сечения (рис. 5.2).



**Рисунок 5.2. Металлические стойки и крепление двигателя к нижней части виброплатформы**

Их верхний конец жёстко зафиксирован на опорной плите, которая прикрепляется к основанию платформы с помощью винтов с коническими головками.

Виброплатформа была спроектирована и сооружена в помещении лаборатории «Сейсмостойкость гидротехнических сооружений» Института сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ (в настоящее время -Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАНТ) для проведения динамических испытаний модели плотины Нурекской ГЭС [232].

Виброплатформа моделируется как линейный осциллятор с сосредоточенной массой  $m = Q / g = 12 / 9,81 = 12,23 \text{ кгс} \cdot \text{с}^2 / \text{см}$  (рис.5.3), при этом опорные стойки (рис.5.3) могут рассматриваться в двух вариантах граничных условий: с жёстким защемлением в основании либо с шарнирным опиранием.

а) обе концы стоек защемлены (рис.5.3, а), тогда коэффициент жёсткости будет равен

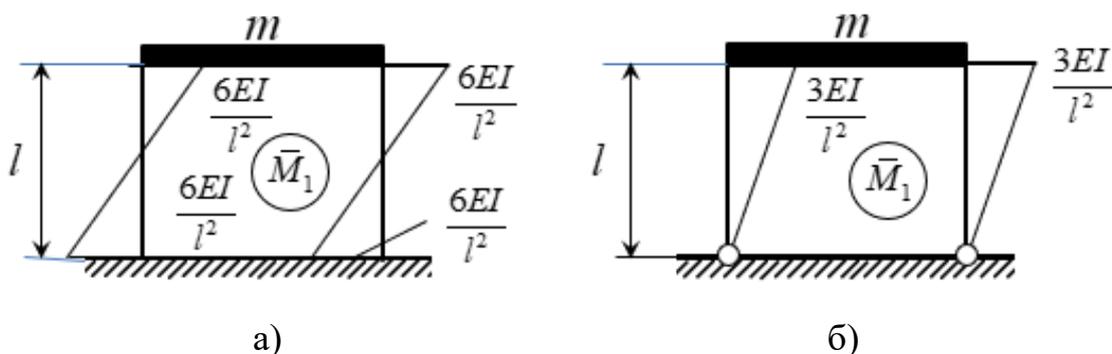


Рисунок 5.3. Динамические расчётные модели виброплатформы

$$r_{11} = \frac{12EI}{l^3} \quad (5.1)$$

б) одни концы стойки защемлены, а другие – шарнирно опёртые (рис.5.3, б), тогда коэффициент жёсткости будет равен

$$r_{11} = \frac{3EI}{l^3} \quad (5.2)$$

Для заданного веса и жёсткости колонн период собственных колебаний

виброплатформы равен

$$T = 2\pi / \omega = 2\pi \sqrt{m/k} = 2\pi \sqrt{Q\delta_{11}/g} = 2\pi \sqrt{w_{cm} / g},$$

где  $\omega$  – круговая частота свободных колебаний платформы,

$w_{cm} = Q\delta_{11}$  – статический прогиб стойки,

$g$  – ускорение силы тяжести.

Статический прогиб опорной стойки  $w_{cm}$  определяется в зависимости от граничных условий. Период свободных колебаний виброплатформы, опирающейся на четырёх стойках определяется по формуле

$$T = 2\pi \sqrt{m/4k} = 2\pi \sqrt{Q/g4k}.$$

Для исходных данных

$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2, \quad a = 10 \text{ см}, \quad b = 5 \text{ см},$$

$$I = ab^3 / 12 = 104,17 \text{ см}^4, \quad Q = 12000 \text{ кгс}, \quad l = 43,5 \text{ см},$$

$$g = 981 \text{ см/см}^2, \quad m = Q/g = 12000/981 = 12,23 \text{ т} \cdot \text{с}^2/\text{см},$$

коэффициенты жёсткости для двух видов закрепления будут равны

$$k_1 = 12EI / l^3 = 12 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 104,17 / 43,5^3 = 31890,515 \text{ кгс/см},$$

$$k_2 = 3EI / l^3 = 3 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 104,17 / 43,5^3 = 7972,628 \text{ кгс/см}.$$

Периоды и частоты свободных колебаний платформы при различных граничных условиях опорных стоек соответственно равны

$$T_1 = 2\pi \sqrt{m/4k_1} = 6,28 \sqrt{12,23 / (4 \times 31890,515)} = 0,06149 \text{ с},$$

$$f_1 = 1 / T_1 = 12,26 \text{ Гц},$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{m/4k_2} = 6,28 \sqrt{12,23 / (4 \times 7972,628)} = 0,1229 \text{ с}.$$

$$f_2 = 1 / T_2 = 8,14 \text{ Гц}.$$

Следует отметить, что опорные стойки виброплатформы (рис.5.4) имеют ступенчатый характер изменения к нижней их части. Периоды, приведённые выше получены без учёта этой особенности. Например, если принять  $b = 4$  см, тогда

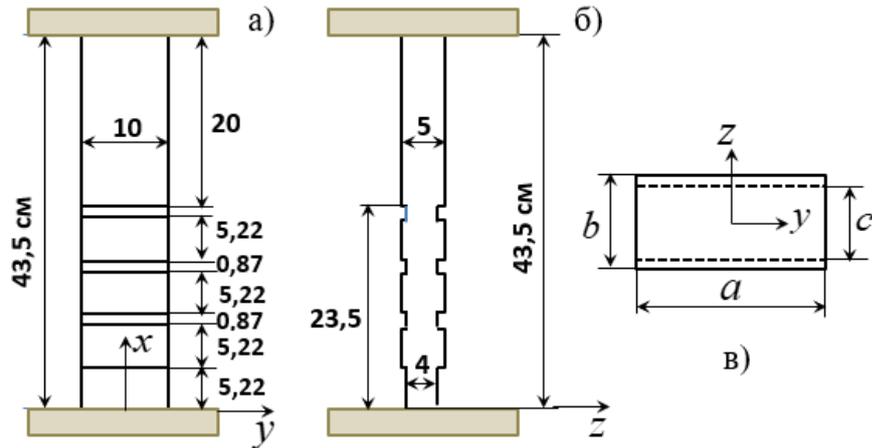
$$I = ab^3 / 12 = 53,33 \text{ см}^4,$$

$$k_1 = 12EI / l^3 = 12 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 53,33 / 43,5^3 = 16327,421 \text{ кгс/см},$$

$$k_2 = 3EI / l^3 = 4081,855 \text{ кгс/см},$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{m/4k_1} = 6,28\sqrt{12,23 / (4 \times 16327,421)} = 0,08594 \text{ с},$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{m/4k_2} = 6,28\sqrt{12,23 / (4 \times 4081,855)} = 0,1718 \text{ с}.$$



**Рисунок 5.4. Вид опорных стоек**

Теперь рассмотрим результаты тарировки платформы, прежде чем начать экспериментальные исследования.

### 5.3. Свободные колебания платформы

Экспериментальные исследования виброплатформы начались с процедуры тарировки, направленной на определение характеристик колебаний, включая собственные частоты и амплитуды при вибрационном нагружении. Собственная частота колебаний определялась после импульсного возбуждения системы ударным воздействием.

Для регистрации колебаний применялась мобильная трёхкомпонентная сейсмическая станция 45 EDL с 24-битной системой регистрации, оснащённая короткопериодным (1 Гц) датчиком Mark-L4-C-3D. При высоте стоек 43,5 см экспериментально установленная собственная частота составила 9,1 Гц, что хорошо согласуется с расчётными значениями.

Коэффициент затухания системы определяется как отношение декремента

колебаний к  $2\pi$ ,  $\alpha = 0,122 / 2\pi = 0,02$ .

На рис.5.5. представлен график свободных колебаний платформы в продольном направлении, полученный от ударного воздействия. Из этого графика следует, что период колебания платформы составляет  $T=0,11$ с, а логарифмический декремент  $\delta=0,218$ . Если учесть, что коэффициент вязкого затухания  $\xi$  характеризует скорость затухания амплитуд свободных колебаний, то из зависимости

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \approx 2\pi\xi,$$

получим [114]

$$\xi \approx \frac{\delta}{2\pi} = \frac{0,218}{6,28} = 0,0347 \rightarrow 3,47\%.$$

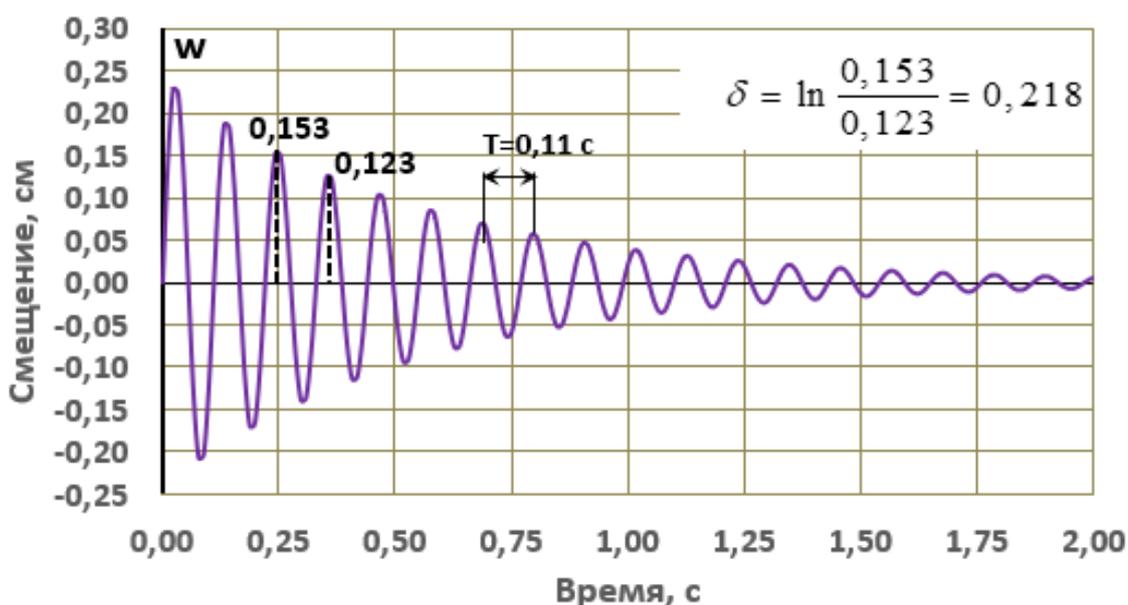


Рисунок 5.5. Собственные затухающие колебания виброплатформы

Сравнение показывает, что периоды, полученные расчётным путём, отличаются от данных эксперимента в пределах от 11% до 44%, в зависимости от принятых граничных условий опорных стоек виброплатформы.

С увеличением высоты стоек период колебаний будет увеличиваться, а частота колебаний будет уменьшаться.

#### **5.4. Методика проведения динамического испытания физической модели каркасного здания**

Испытания проводились в соответствии с действующими нормативными документами на виброплатформе от динамического воздействия адекватные нагрузкам при землетрясении интенсивностью до 9 баллов.

В соответствии с разработанной рабочей программой испытания перед началом эксперимента производился, тарировка виброплатформы.

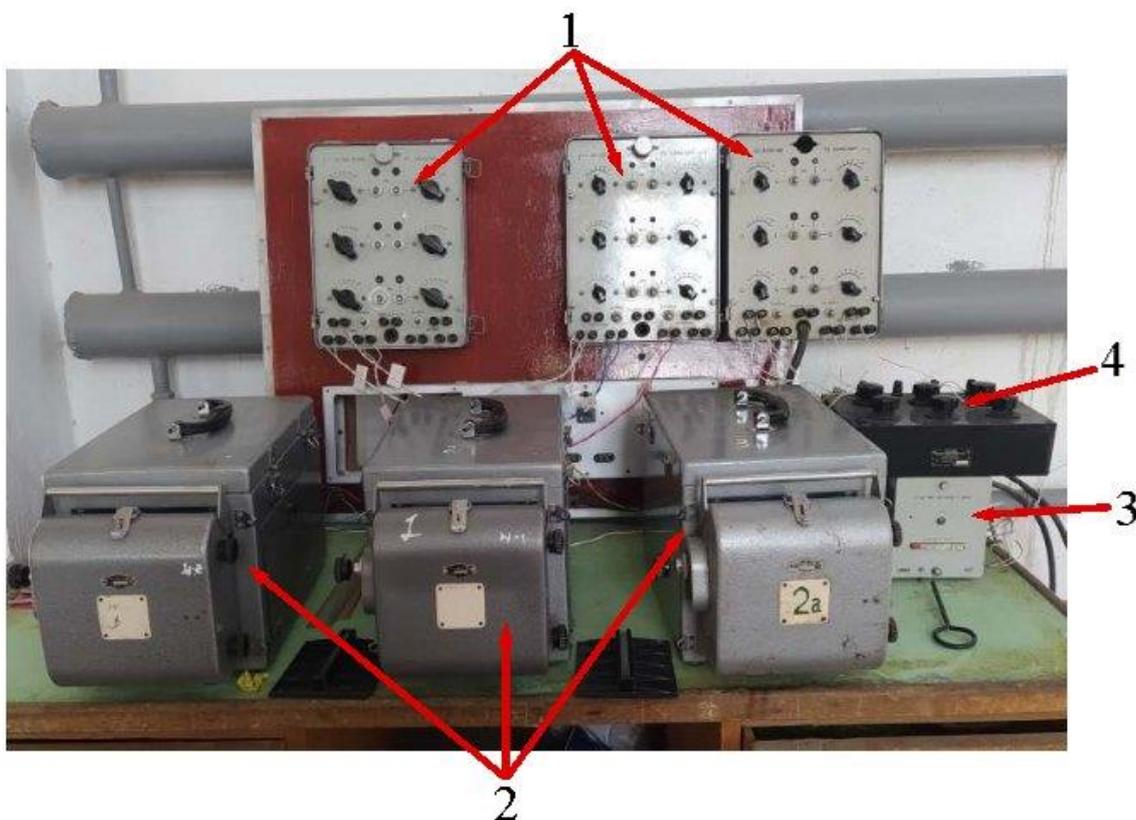
Далее производилось тарировку измерительных аппаратур и приборов, а затем резинометаллические опоры устанавливали на виброплатформу. После этого физической модели здания устанавливали на резинометаллические опоры. В процессе испытаний производились замеры смещений и ускорений модель здания в трёх направлениях. Для регистрации колебаний системы платформа-модель здания использовались вибродатчики. Колебание виброплатформы осуществляется при помощи вибратора, установленного снизу на платформе (рис. 5.2).

Загружение середины перекрытия и покрытия фрагмента железобетонной модели перегрузом из плоскости выполнялось с помощью сосредоточенной нагрузки, представленной мешком с песком весом 100 кг. Испытание фрагмента физической модели проводилось в вертикальном положении, которое соответствовало рабочему положению несущих конструкций здания.

#### **5.5. Измерительная аппаратура и приборы**

Для проведения испытаний железобетонной модели использовались следующие контрольно-измерительные приборы: осциллограф Н-700, вибродатчики и вибратор. Приборы, применённые в ходе экспериментальных исследований, показаны на рис. 5.6. Пульт управления (рис.5.6) состоит из трёх светолучевых осциллографов Н-700, блока шунтов (шунтовая коробка ШК-2), внешнего отметчика времени П 68401, магазина сопротивления и блока питания регистраторов. Шунтовая коробка осуществляет связь гальванометра и

сейсмоприёмника и предназначена для регулировки увеличений сейсмических каналов (масштаб записи).



**1-шунтовая коробка, 2-осциллографы Н-700, 3-отметчик времени, 4- магазин сопротивления**

**Рисунок 5.6. Пульт регистрации**

Каждый осциллограф состоит из четырёх каналов регистрации. Канал представляет собой комплекс устройств, обеспечивающий приём и измерение колебательного процесса. Наиболее распространённым в сейсмологии продолжает оставаться канал с гальванометрической регистрацией, когда движение чувствительного элемента сейсмоприёмника преобразуется в электрические сигналы, которые передаются по линии связи и регистрируются гальванометром, установленным в магнитном блоке светолучевого осциллографа Н-700.

Кратко описываем функциональные особенности каждой из этих приборов, использованных в процессе эксперимента.

Переносной универсальный осциллограф Н-700 применяется в сочетании с сейсмометрами ВЭГИК, СМ-3, С-5-С, ВБП и другими для проведения инженерно-

сейсмометрических наблюдений как в стационарных, так и в экспедиционных условиях.

Колебания системы платформа-модель здания осуществлялось сейсмоприёмником СМ-3 (рис. 5.7). Прибор СМ-3 универсален и может быть использован для регистрации вертикальных и горизонтальных колебаний. Сейсмометр СМ-3 может быть установлен под любым углом к горизонту.

Колебательное воздействие на виброплатформу осуществляется с помощью реактивного вибратора (рис. 5.2), работающего в комплексе с асинхронным электродвигателем 4АМ 200L4 мощностью 45 кВт (1420 об/мин). Двигатель трёхфазного исполнения с короткозамкнутым ротором (4 полюса) имеет массу 300 кг. Источником возбуждения служит частотный преобразователь VFD-B (45 кВт, 380 В).

Асинхронный электродвигатель как устройство преобразования электрической энергии в механическую характеризуется отличием частоты вращения ротора от частоты магнитного поля статора. Конструктивно он состоит из двух ключевых компонентов: неподвижного статора и вращающегося ротора, размещённого внутри статорной обмотки.

Вибратор включает редуктор с передаточным числом 1, который имеет один выходной вал, соединённый с приводным электродвигателем, а также два выходных вала с эксцентриками и грузами. Эксцентрики вращаются в противоположных направлениях, сдвигаясь в пространстве на  $180^\circ$ . Использование двух валов, вращающихся навстречу друг другу, позволяет комбинировать их силовые вектора в один, величина которого изменяется гармонически, а направление остаётся постоянным. Электрическая схема асинхронного электродвигателя включает щит питания (380 В), автомат защиты, частотные преобразователи и систему заземления. Все эти приборы установлены на пульте управления. Схема размещения измерительных приборов для регистрации колебаний в точках ИТ 1, 2, 3 и 4, расположенных в основании и по высоте физической модели здания, приведена на рис. 5.7.

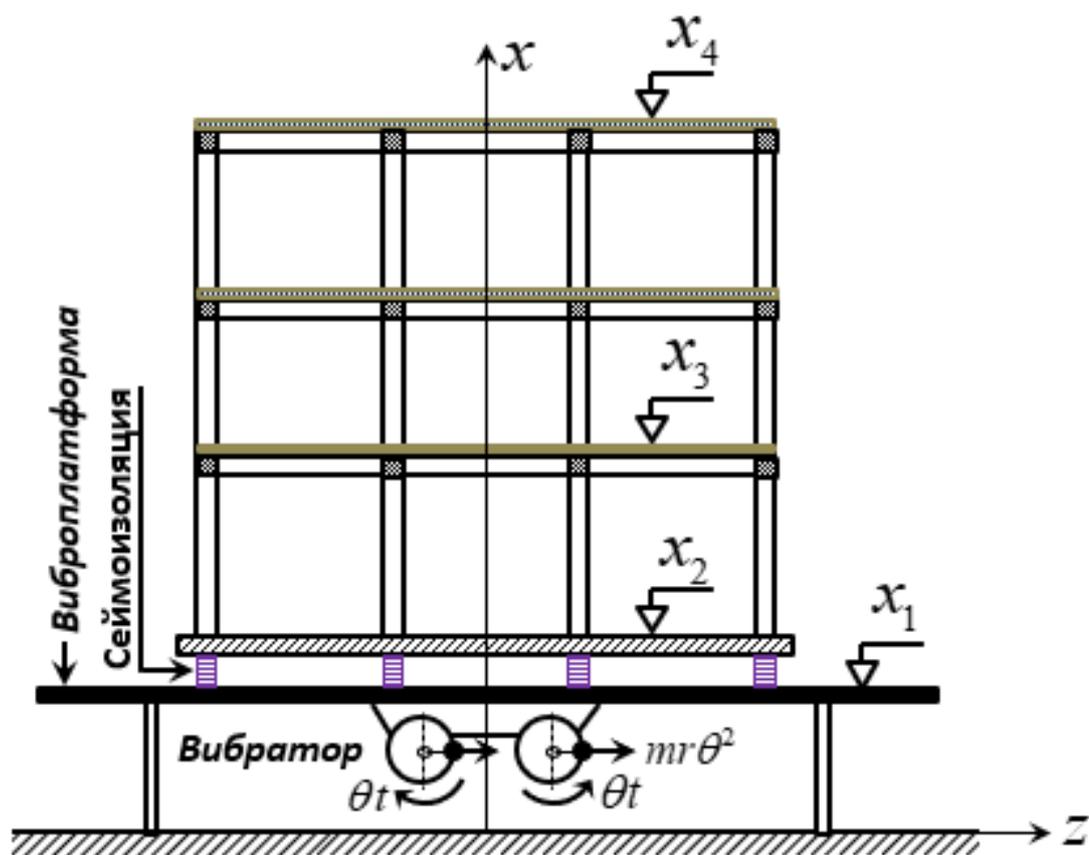


Рисунок 5.7. Схема размещения приборов по высоте модели

Установленная аппаратура регистрировала колебания с использованием измерительных приборов (сейсмометр и осциллограф), на фотобумаге осциллографа фиксировались смещения колебаний. Ориентация направлений колебаний была следующей: ось  $Y$  вдоль платформы, ось  $X$  поперёк платформы, ось  $Z$  в вертикальном направлении. Точки измерения для модели с сейсмоизоляцией следующие: ИТ1 - на основании модели, ИТ2 - на основании фундамента модели, ИТ3 - на перекрытии 1-го этажа, ИТ4 - на перекрытии 3-го этажа. Для модели без сейсмоизоляции измерительных точек будет три. Постепенно увеличивая частоту вращения вибратора, в установившемся режиме на необходимой частоте производилась регистрация колебаний платформы. При повышении частоты колебаний определялась зона резонанса для горизонтальных и вертикальных колебаний виброплатформы. Для измерения смещений и ускорений в точках измерений фрагмента модели здания использовались соответствующие приборы.

## 5.6. Материалы и конструкции физической модели трёхэтажного каркасного здания

Особенность работы каркаса многоэтажных железобетонных зданий при воздействии горизонтальных сейсмических сил заключается в изменении знака усилий, которые в узлах рам имеют тенденцию быть близкими к кососимметричными. Процесс изготовления модели представлен на рис. 5.8.

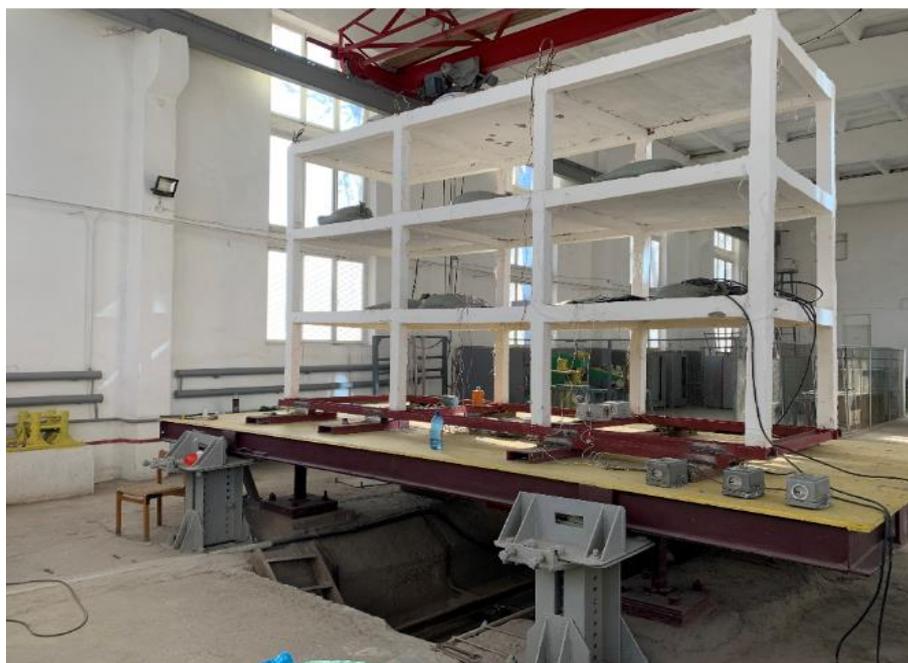


**Рисунок 5.8. Моменты подготовки физической модели к испытанию**

**Объектом испытаний** является однопролётная трёхэтажная модель железобетонного каркасного здания в масштабе 1:4 (рис. 5.9), верхнее строение которой представляет собой гибкую конструкцию каркасного типа, выполненную из железобетонных элементов размером 1,6 x 4,6 м и высотой 2,8 м, с общей массой 3 т. Эта конструкция установлена на систему сейсмоизоляции.

В качестве сейсмоизоляции трёхэтажного фрагмента здания применялись резинометаллические опоры ОВ-31-М со следующими техническими характеристиками: масса 1,56 кг, общая высота в собранном состоянии 13,2 см, диапазон регулировки 12 мм, диаметр демпфирующего элемента 14,2 см при

высоте 6 см, диаметр крепёжной шпильки 16 мм. Допустимая нагрузка на одну опору составляет от 0,25 до 4,5 тонн.



**Рисунок 5.9. Общий вид «платформа-модель здания», расстановки приборов и перегрузов на перекрытия**

Для соединения резинометаллической опоры между нижней частью модели и верхней частью виброплатформы к её нижней поверхности приклеена металлическая пластина толщиной 6 мм размером 200×200 мм, с четырьмя отверстиями диаметром  $\varnothing 16$  мм по краям, а также приварено кольцо с внутренним диаметром  $\varnothing 144$  мм в виде буртика высотой 10 мм. Металлическая опора приклеена к нижней части резинометаллического демпфера с использованием синтетического клея. Сейсмоизоляционная опора размещается между нижней и верхней частями фундаментной плиты модели здания.

Физическая модель трёхэтажного каркасного здания (рис. 5.9) включает следующие конструктивные элементы: железобетонные колонны квадратного сечения 10×10 см, ригели квадратного сечения 10×10 см, соединённые с монолитными плитами перекрытий толщиной 4 см, работающими по контурной схеме опирания.

Армирование конструкций выполнено:

- для колонн: 4 стержня арматуры  $\varnothing 12\text{AIII}$  с хомутами  $\varnothing 4$  мм (шаг 7,5 см);
- для ригелей: 4 стержня арматуры  $\varnothing 8\text{AIII}$  и хомуты из стальной проволоки  $\varnothing 4$  мм, установленные с шагом 7,5 см.
- для плит: сварная сетка Вр-1 (ячейка 15×15 см).

Основание модели представляет собой металлические швеллеры №20, соединённые с платформой. Арматура колонн приварена к закладным деталям (стальные пластины 10×10×1 см), которые фиксируются к швеллерам. Бетон всех элементов класса В7,5.

### 5.7. Результаты динамических испытаний модели фрагмента здания

Адекватность расчётных моделей и достоверность расчётов наилучшим образом оценивается путём корректного проведения модельных статических и динамических испытаний сооружения.

Экспериментальные исследования трёхэтажной железобетонной каркасной модели при гармоническом нагружении позволили получить сравнительные данные по ускорениям и перемещениям для вариантов с сейсмоизоляцией и без неё. В ходе испытаний фиксировались амплитуды колебаний и горизонтальные смещения модели вдоль виброплатформы при варьировании массы эксцентриков и частоты вращения ротора. Результаты испытаний в резонансном диапазоне частот (7-11 Гц) приведены в табл. 5.1.

Получены результаты экспериментальных исследований модели здания, установленной на виброплатформе, от действия гармонической нагрузки при различных значениях её частоты и амплитуды [224,232,275,276]. Горизонтальные перемещения обозначены:  $w_{4,SI}$  — горизонтальное перемещение 4-го уровня модели с сейсмоизоляцией;  $w_{4,FB}$  — то же без сейсмоизоляции. Как видно из табл. 5.1, при частоте вращения ротора, близкая к частоте свободных колебаний платформы, амплитуды колебаний значительно возрастают. Сравнение показывает, что имеет место некоторое увеличение перемещения в сейсмоизолированной модели.

**Таблица 5.1.** - Горизонтальные перемещения модели при различных значениях массы эксцентриков и частоты вращения ротора

$m$ , кг	$n_R$ , об/мин	$f_R$ , Гц	$w_{4,SI}$ , мм	$w_{4,FB}$ , мм
<b>1,2</b>	600	7.0	0.10	0.09
	750	9.0	0.66	0.43
	1200	11.0	0.06	0.058
<b>2,4</b>	600	7.0	0.31	0.194
	750	9.0	0.50	0.54
	1200	11.0	0.08	0.074
<b>3,6</b>	600	7.0	0.54	0.588
	750	9.0	0.66	0.60
	1200	11.0	0.12	0.10

Анализ экспериментальных данных показывает, что пиковые значения горизонтальных ускорений в верхней части модели составляют примерно 2/3 от соответствующих параметров движения виброплатформы.

Таким образом, можно сделать вывод, что при сопоставлении результатов теоретических исследований с экспериментальными данными наблюдается их качественное совпадение.

### **Выводы по пятой главе**

1. Использование разработанной системы сейсмозащиты обеспечило сохранность железобетонного каркаса модели здания, предотвратив существенные повреждения и деформации несущих конструкций при испытаниях.

2. Величина горизонтальных ускорений на верхнем строении модели оказалась примерно в полтора раза меньше, чем аналогичные параметры движения виброплатформы.

3. При сравнении теоретических исследований динамических характеристик с экспериментальными данными наблюдается их хорошее совпадение.

4. Периоды колебаний, перемещения, скорости и ускорения платформы на определённом отрезок времени от начала колебательного процесса совпадают и соответствуют периоду колебаний возмущающей нагрузки. Максимальное динамическое перемещение системы в резонансном режиме под воздействием динамической нагрузки стационарного характера пропорционально массе и

эксцентриситету неуравновешенного груза, а также обратно пропорционально суммарной массе платформы, вибратора, модели и параметру затухания.

5. Экспериментальные исследования трёхэтажной каркасной модели при вибрационном нагружении выявили увеличение перемещений в варианте с сейсмоизолирующими элементами по сравнению с конструкцией без системы сейсмозащиты.

## **Глава 6. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ТЕОРИИ ПОДОБИЯ В ЗАДАЧАХ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ**

### **6.1. Методы моделирования**

Методы физического моделирования и принципы теории подобия находят широкое применение в различных сферах, в том числе при изучении поведения строительных конструкций и инженерных сооружений [111,113,137]. Подобие означает возможность распространения результатов эксперимента с модели на оригинал. Теория подобия позволяет переносить результаты экспериментальных исследований, полученные на моделях, на реальные объекты. Задачу можно решить двумя способами: с помощью анализа размерностей или анализа уравнений. В данном случае будет использован второй метод, при котором для получения критериев подобия дифференциальные уравнения приводятся к безразмерному виду. Подобные объекты описываются одной системой дифференциальных уравнений и имеют подобные условия однозначности, включая геометрическое подобие, временное подобие, подобие физических величин, а также подобие начальных и граничных условий.

Эксперимент, проводимый для проверки корректности и применимости результатов математического моделирования, представляет собой физическое моделирование. Например, физическое моделирование активно используется при проектировании и строительстве объектов с новыми конструктивными решениями, направленными на повышение их сейсмостойкости. Основу физического моделирования составляют теория подобия и анализ размерностей. Ключевыми условиями для проведения физического моделирования являются геометрическое, временное и физическое подобие, а также подобие начальных и граничных условий модели и реального объекта.

Исследования динамических свойств строительных конструкций зданий и сооружений с использованием методов физического моделирования представляют собой отдельную область, в которой используется теория механического подобия. Физическая модель отличается тем, что процессы, протекающие в ней, аналогичны процессам, происходящим в реальном объекте.

Таким образом, если физическая модель аналогична оригиналу, то результаты эксперимента, используя константы подобия, могут быть пересчитаны на реальный объект. Безразмерные константы подобия, отражающие соотношение одноименных величин в модели и натуре, зависят от соотношения размеров модели и реального объекта. Проведение модельных испытаний позволяет точно оценить динамические характеристики будущей конструкции и внести необходимые коррективы в процессе проектирования.

Система дифференциальных уравнений, описывающая исследуемый процесс, вместе с начальными и граничными условиями формирует математическую модель как для реального объекта, так и для его физической модели.

Моделирование механических процессов, основанное на трёх теоремах подобия [56,57,109,110,230,277], проводится с учётом следующих требований.

1. Модель и реальный объект должны удовлетворять требованиям геометрического подобия.
2. Механические процессы, происходящие в модели и так и реальном объекте, должны описываться одинаковыми уравнениями в безразмерном виде.
3. Безразмерные параметры, входящие в уравнения модели и реальном объекте, должны иметь одинаковые численные значения.
4. Начальные и граничные условия, записанные в безразмерном виде для модели, и натура, должны совпадать.

**Определение критериев подобия.** Критерии подобия устанавливают правила для переноса результатов эксперимента с модели на реальный объект. Для определения безразмерных коэффициентов подобия используются следующие методы: 1) анализ дифференциальных уравнений, которые описывают исследуемый процесс (метод нормализации); 2) анализ размерностей параметров поставленной задачи.

Метод анализа размерностей для определения коэффициентов подобия основывается на второй теореме подобия и используется, когда исследуемый процесс не имеет точного математического описания [12,18,42,110].

В данной работе мы будем рассматривать метод анализа дифференциальных уравнений, полученных на основе принципа Даламбера, которые описывают колебательные процессы в различных конструкциях. Нормализация проводится в два этапа: 1) преобразование всех переменных к безразмерному виду, выбрав соответствующие масштабы; 2) преобразование всех уравнений в безразмерную форму. При этом все безразмерные переменные выбираются так, чтобы их максимальные значения не превышали единицы [113].

Этапы применения теории подобия выполняются в следующей последовательности.

1. Разработка математической модели исследуемого объекта, включающей дифференциальные уравнения, а также начальные и граничные условия задачи.
2. Преобразование дифференциальных уравнений безразмерному виду для формирования критериев подобия.
3. Проведение эксперимента на модели исследуемого объекта и определение величин, входящих в критерии подобия. Например, при динамических испытаниях балки такими величинами могут быть амплитуда, период и логарифмический декремент свободных колебаний модели.
4. Обработка результатов эксперимента для получения зависимости между определяемыми и определяющими критериями. Например, для балки определяемыми критериями могут быть прогиб, изгибающий момент и другие.

Таким образом, система дифференциальных уравнений, преобразованная в безразмерную форму с учётом начальных и граничных условий, представляет собой математическое описание задачи как для натурального объекта, так и для модели.

## **6.2. Дифференциальные уравнения изгибных колебаний**

Рассмотрим свободные и вынужденные колебания балки с распределённой массой (рис.6.1). Из условия равновесия элемента  $lS$  балки (рис.6.1, б), получим

$$\sum z = 0, \quad -Q + Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx - m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dx - c \frac{\partial w}{\partial t} dx + q dx = 0, \quad (6.1)$$

$$\sum M_s = 0, \quad Q dx + M - M - \frac{\partial M}{\partial x} dx - q dx \frac{dx}{2} = 0. \quad (6.2)$$

где  $M, Q$  – изгибающий момент и поперечная сила в произвольном поперечном сечении стержня,

$m = \gamma A / g$  – погонная масса стержня,

$\gamma$  – объёмный вес материала стержня,

$A$  – площадь поперечного сечения,

$g$  – ускорение свободного падения,

$c$  – коэффициент затухания,

$q(x, t)$  – заданная распределённая динамическая нагрузка.

Из зависимости между кривизной и прогибом (рис.6.1,а) следует, что  $ds = \rho d\theta$ , откуда при  $ds \approx dx$  и  $\theta \approx \text{tg} \theta \approx dw / dx$ , получим

$$1 / \rho = d\theta / dx = d^2 w / dx^2. \quad (6.3)$$

Из деформации балки при изгибе следует равенство [250]

$$1 / \rho = -M / EI, \quad (6.4)$$

где  $EI$  – изгибная жёсткость. Знак «минус» в (6.4) указывает на то, что положительному изгибающему моменту соответствует отрицательная кривизна (рис.6.1, а).

Из (6.1), с учётом (6.2), где  $Q = \partial M / \partial x$ , получим

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - c \frac{\partial w}{\partial t} + q(x, t) = 0. \quad (6.5)$$

Приравнивая правые части (6.3) и (6.4) получим уравнение

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{M(x, t)}{EI}, \quad (6.6)$$

которое описывает линию прогибов балки. При совместном решении (6.5) и (6.6) определяются функции  $w(x,t)$  и  $M(x,t)$ . При действии на балку равномерно распределённой гармонической нагрузки функция  $q(x,t)$  представляется в виде

$$q(x,t) = q_0 \sin \theta t,$$

где  $q_0, \theta$  – амплитуда и круговая частота нагрузки.

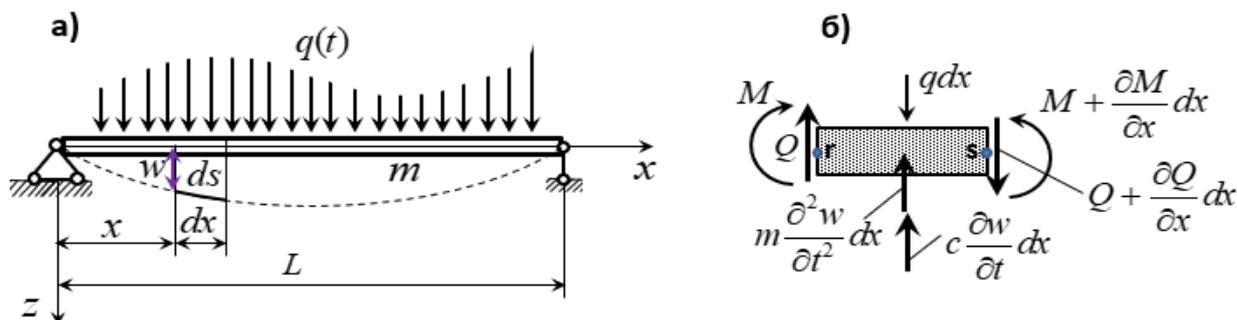


Рисунок 6.1. Линия прогибов изогнутой балки

При сейсмическом воздействии по оси  $z$ , уравнение (6.5) представляется в виде

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - c \frac{\partial w}{\partial t} = m \ddot{w}_0(t), \quad (6.7)$$

где  $\ddot{w}_0(t)$  – заданное ускорение землетрясения.

Подставив (6.6) в (6.5), в случае призматического стержня ( $EI = const$ ), получаем дифференциальное уравнение 4-го порядка относительно искомой функции  $w(x,t)$

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} = q(x,t). \quad (6.8)$$

Из решения (6.7) определяется  $w(x,t)$ , а затем вычисляются изгибающий момент и поперечная сила

$$M(x,t) = -EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}, \quad Q(x,t) = \frac{\partial M(x,t)}{\partial x}. \quad (6.9)$$

Таким образом, для решения задачи поперечных колебаний балок можно использовать систему из двух уравнений второго порядка (6.5) и (6.6) или одно уравнение 4-го порядка (6.8), в зависимости от выбранного метода численного решения динамической задачи. Здесь будет рассмотрена система из двух уравнений второго порядка, для решения которой применяется метод последовательных аппроксимаций [46,47,145].

Для прямолинейного стержневого элемента граничные условия, определяемые уравнениями (6.5) и (6.6), формулируются через четыре кинематических и силовых параметра: линейные перемещения, углы поворота, изгибающие моменты и поперечные силы ( $w$ ,  $\partial w / \partial x$ ,  $M$  и  $\partial M / \partial x$ ). Основными параметрами в этом контексте являются перемещение и угол поворота ( $W$  и  $M$ ). Возможны следующие варианты граничных условий при различных значениях этих параметров и соответствующих величинах ( $x=0$  и  $x=L$ ).

- 1) шарнирное опирание  $w = 0$ ,  $M = 0$ ;
- 2) жёсткое защемление  $w = 0$ ,  $\partial w / \partial x = 0$ ;
- 3) свободное опирание  $M = 0$ ,  $\partial M / \partial x = 0$ ;
- 4) упругое опирание  $M = 0$ ,  $\partial M / \partial x = k_z w$ ,

где  $k_z$  – коэффициент жёсткости упругоподатливой опоры.

Граничные условия для уравнения (6.8) представляются с помощью функции  $W$  и её первую, вторую и третью производные. Например, в случае упругой опоры

$$\partial^2 w / \partial x^2 = 0, \partial^3 w / \partial x^3 = -k_z w / EI .$$

Начальные условия, в зависимости характера внешнего воздействия, могут быть представлены так

- 1) при действии кратковременной и других видов воздействий

$$t = 0, w(x,0) = 0, \varphi_0 = \partial w / \partial t = 0 .$$

- 2) при действии мгновенного импульса

$$t = 0, w(x,0) = 0, \varphi_0 = \partial w / \partial t = S / m ,$$

где  $\varphi_0$  – начальная скорость (м/с),

$S$  – распределённый мгновенный импульс (тс/м),

$m = \gamma Ag$  – распределённая масса (тс<sup>2</sup>/м<sup>2</sup>).

### 6.3. Методы преобразования дифференциальных уравнений

В теории подобия преобразование дифференциальных уравнений, а также соответствующих начальных и граничных условий к безразмерному виду может быть выполнено различными способами. Этот процесс преобразования также называют нормализацией физических уравнений [96,113,277].

Представим уравнения (6.5) и (6.6) в безразмерном виде. Для этого выберем характерные значения для аргументов ( $x, t$ ), функций ( $w, M$ ) и параметров ( $m, c, EI, q_0$ ). В качестве характерных значений для аргументов можно взять длину пролёта и основной период свободных колебаний шарнирно опертой балки ( $L, T_1$ ). Для функций можно выбрать статический прогиб и изгибающий момент в середине пролёта ( $w_0, M_0$ ). Обозначив безразмерные величины такими же буквами, что и размерные, но с чёрточкой, проведём соответствующую замену.

$$\begin{aligned}x &= L\bar{x}, \quad t = T_1\bar{t}, \quad w = w_0\bar{w}, \quad M = M_0\bar{M}, \\0 &\leq \bar{x}, \bar{t}, \bar{w}, \bar{M} \leq 1, \\EI &= EI_0\bar{EI}, \quad m = m_0\bar{m}, \quad c = c_0\bar{c}, \quad q = q_0\bar{q}, \quad \theta = \theta_0\bar{\theta},\end{aligned}\quad (6.9)$$

где  $\bar{t}, \bar{x}$  – безразмерные независимые переменные,

$\bar{w}, \bar{M}$  – безразмерные зависимые переменные,

$EI_0, m_0, c_0, q_0$  – изгибная жёсткость, погонная масса, параметр затухания, интенсивность нагрузки в произвольном сечении балки,

$\theta_0 = 0,8\omega_0 = 0,8 \times 2\pi / T_1$  – круговая частота колебаний вибрационной нагрузки,

$T_1$  – основной период свободных колебаний простой балки с погонной массой  $m_0$  и изгибной жёсткостью  $EI_0$ . Внося (6.9) в (6.5) и (6.6), получаем

$$\frac{M_0}{L^2} \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial \bar{x}^2} - \frac{m_0 w_0}{T_1^2} \bar{m} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2} - \frac{w_0}{T_1} c_0 \bar{c} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} = -q_0 \bar{q} \sin(\theta_0 \bar{\theta} T_1 \bar{t}), \quad (6.10)$$

$$\frac{w_0}{L^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} = -\frac{M_0}{EI_0} \frac{\bar{M}}{EI}. \quad (6.11)$$

На втором этапе разделим обе части (6.10) и (6.11) соответственно на  $M_0 / L^2$  и  $w_0 / L^2$ , в результате получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial \bar{x}^2} - \pi_1 \bar{m} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2} - \pi_2 \bar{c} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} &= -\pi_4 \bar{q} \sin(\pi_5 \bar{\theta} \bar{t}), \\ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + \pi_3 \frac{\bar{M}}{EI} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

Здесь безразмерные параметры  $\pi_j$  приобретают вид

$$\pi_1 = \frac{L^2}{M_0} \frac{m_0 w_0}{T_1^2}, \quad \pi_2 = \frac{L^2 c_0}{M_0} \frac{w_0}{T_1}, \quad \pi_3 = \frac{L^2}{w_0} \frac{M_0}{EI_0}, \quad \pi_4 = \frac{q_0 L^2}{M_0}, \quad \pi_5 = \theta_0 T_1. \quad (6.13)$$

Начальные и граничные условия представляются в виде

$$\begin{aligned} \bar{x} = 0, \quad \bar{w} = 0, \quad \bar{M} = 0, \\ \bar{x} = 1, \quad \bar{w} = 0, \quad \bar{M} = 0, \\ \bar{t} = 0, \quad \bar{w} = 0, \quad \partial \bar{w} / \partial \bar{t} = 0. \end{aligned} \quad (6.14)$$

В уравнениях (6.12) параметры  $\pi_j$  и безразмерные переменные  $\bar{x} = x / L$  и  $\bar{t} = t / T_1$  представляют собой определяющие критерии подобия, а  $\bar{w} = w / w_0$  и  $\bar{M} = M / M_0$  - определяемые критерии подобия. Выбрав масштаба внешних сил в виде  $q_0 = M_0 / L^2$ , получим  $\pi_4 = 1$ . Следовательно, амплитудное значение распределённой динамической нагрузки для природы будет равняться

$$q_{0,n} = M_{0,n} / L_n^2.$$

Следует отметить, для балки с постоянными параметрами, безразмерные масса, коэффициент демпфирования, нагрузка и жёсткость будут равны единице

$$\bar{m} = \frac{m}{m_0} = \frac{m}{m} = 1, \quad \bar{c} = \frac{c}{c_0} = 1, \quad \bar{q} = \frac{q}{q_0} = 1, \quad \bar{EI} = \frac{EI}{EI_0} = \frac{EI}{EI} = 1, \quad (6.15)$$

Система уравнений (6.12) с учётом (6.15) приобретает вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial \bar{x}^2} - \pi_1 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2} - \pi_2 \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} &= -\sin(\pi_5 \bar{\theta} \bar{t}), \\ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + \pi_3 \bar{M} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.16)$$

Система уравнений (6.16) имеет один и тот же вид, как для модели —  $m$ , так и для природы —  $n$ .

Таким образом, соответствующие безразмерные параметры (6.13) для модели и природы будут равны между собой. Из равенств  $\pi_{j,m} = \pi_{j,n}$  получим параметры, соответствующие природе. Если предположить, что балка в модели и в природе прямоугольного поперечного сечения  $a \times b$  и шарнирно опёртая, где

$$m_{0,m} = a_m b_m \gamma_m, \quad I_{0,m} = a_m b_m^3 / 12,$$

то основные периоды свободных колебаний соответственно будут равны

$$T_1 = \frac{2L^2}{\pi} \sqrt{\frac{m_0}{EI_0}}, \quad \rightarrow T_{1,m} = \frac{2L_m^2}{\pi b_m} \sqrt{\frac{12\gamma_m}{E_m}}, \quad T_{1,n} = \frac{2L_n^2}{\pi b_n} \sqrt{\frac{12\gamma_n}{E_n}}.$$

Отношение этих периодов даёт нам формулу для перехода из модели в природу

$$\frac{T_{1,m}}{T_{1,n}} = \frac{L_m^2 b_n}{L_n^2 b_m} \sqrt{\frac{\gamma_m E_n}{\gamma_n E_m}}, \quad \rightarrow T_{1,n} = \frac{T_{1,m}}{k_1 k_2}, \quad k_1 = \frac{L_m^2 b_n}{L_n^2 b_m}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{\gamma_m E_n}{\gamma_n E_m}}, \quad (6.17)$$

где  $k_1, k_2$  — соответствующие коэффициенты геометрического и физического подобия.

Исходя из геометрического подобия, можно принять, что

$$L_m / L_n = k, \quad a_m / a_n = k, \quad b_m / b_n = k, \quad k \leq 1,$$

где  $k$  – отношение размеров сходственных элементов в модели и в натуре (масштаб геометрического подобия), тогда из (6.17) получим

$$k_1 = \frac{L_m^2 b_n}{L_n^2 b_m} = \frac{L_n^2 k^2 b_n}{L_n^2 k b_n} = k,$$

Если модель и натура из одного и того же материала, то  $k_2 = 1$ , и, основной период свободных колебаний природы определяется по формулу

$$T_{1,n} = T_{1,m} / k, \quad T_{1,m} / T_{1,n} = k, \quad (6.18)$$

где  $T_{1,m}$  – период свободных колебаний, полученный экспериментом на модели.

Исходя из равенства критериев подобия получим

$$\frac{L_m^2}{M_{0,m}} \frac{m_{0,m} w_{0,m}}{T_{1,m}^2} = \frac{L_n^2}{M_{0,n}} \frac{m_{0,n} w_{0,n}}{T_{1,n}^2}, \quad \rightarrow \quad \frac{w_{0,n}}{M_{0,n}} = \frac{w_{0,m}}{M_{0,m}} \frac{T_{1,n}^2}{T_{1,m}^2} \frac{m_{0,m}}{m_{0,n}} \frac{L_m^2}{L_n^2} = k^2 \frac{w_{0,m}}{M_{0,m}}, \quad (6.19)$$

$$\frac{L_m^2}{w_{0,m}} \frac{M_{0,m}}{EI_{0,m}} = \frac{L_n^2}{w_{0,n}} \frac{M_{0,n}}{EI_{0,n}}, \quad \rightarrow \quad \frac{M_{0,n}}{w_{0,n}} = \frac{M_{0,m}}{w_{0,m}} \frac{EI_{0,n}}{EI_{0,m}} \frac{L_m^2}{L_n^2} = \frac{1}{k^2} \frac{M_{0,m}}{w_{0,m}}, \quad (6.20)$$

$$\frac{L_m^2 c_{0,m}}{M_{0,m}} \frac{w_{0,m}}{T_{1,m}} = \frac{L_n^2 c_{0,n}}{M_{0,n}} \frac{w_{0,n}}{T_{1,n}}, \quad \rightarrow \quad c_{0,n} = c_{0,m} \frac{L_m^2}{L_n^2} \frac{w_{0,m}}{w_{0,n}} \frac{M_{0,n}}{M_{0,m}} \frac{T_{1,n}}{T_{1,m}}, \quad (6.21)$$

$$\theta_{0,m} T_{1,m} = \theta_{0,n} T_{1,n}, \quad \rightarrow \quad \theta_{0,n} = \theta_{0,m} k. \quad (6.22)$$

Если вместо гармонической нагрузки, на балку будет действовать распределённый мгновенный импульс, то правая часть первого уравнения в (6.16) обратится в ноль и начальное условие задачи с учётом (6.9) приобретает вид

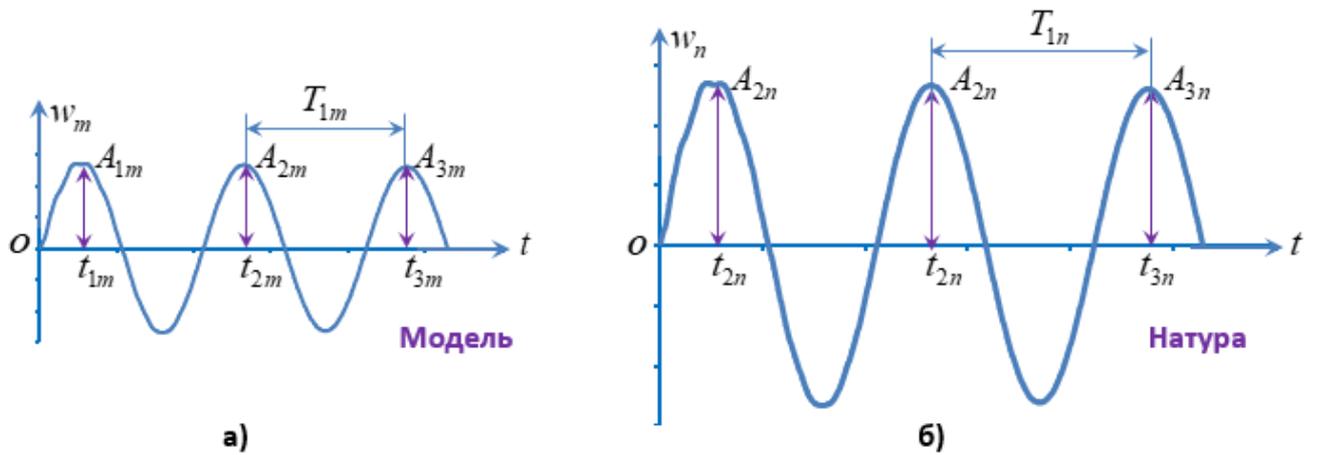
$$\bar{t} = 0, \quad \bar{w} = 0, \quad \partial \bar{w} / \partial \bar{t} = \pi_6 \bar{S} / \bar{m} = \pi_6, \quad \pi_6 = T_1 S_0 / w_0 m_0. \quad (6.23)$$

где  $S_0$  – интенсивность мгновенного импульса в произвольном сечении балки.

Из равенства критериев получим

$$\frac{T_{1,n} S_{0,n}}{w_{0,n} m_{0,n}} = \frac{T_{1,m} S_{0,m}}{w_{0,m} m_{0,m}} \quad \rightarrow \quad S_{0,n} = S_{0,m} \frac{T_{1,m}}{T_{1,n}} \frac{w_{0,n}}{w_{0,m}} \frac{m_{0,n}}{m_{0,m}}.$$

Таким образом, равенства безразмерных коэффициентов подобия позволяют получить параметры природы, которые затем могут быть использованы для расчёта исследуемого объекта, а также для сравнения с экспериментальными данными. Эксперимент, проведённый на модели, предоставляет результаты, которые, опираясь на теорию подобия, могут быть использованы при проектировании исследуемого объекта в природе. Временное подобие предполагает одинаковых отношений промежутков времени, за которые в природе и модели совершаются одинаковые колебательные движения (рис.6.2).



**Рисунок 6.2. Временное подобие колебательного процесса в природе (б) и в модели (а) и сходственные моменты времени**

Далее рассмотрим второй вариант получения безразмерных уравнений [144], где аргументы  $x, t$ , искомые функции и нагрузка представляются в виде

$$x = \bar{x}L, \quad t = \bar{t}T_1 \quad w(x,t) = w_0\bar{w}, \quad M(x,t) = \bar{M}M_0, \quad q(x,t) = \bar{q}q_0, \quad (6.24)$$

где  $w_0 = q_0L^4/EI_0, \quad M_0 = q_0L^2.$

Внося (6.24) в (6.5) и (6.6), получаем

$$\frac{q_0L^2}{L^2} \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial \bar{x}^2} - m \frac{q_0L^4}{EI_0T_1^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2} - c \frac{q_0L^4}{EI_0T_1} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} + \bar{q}q_0 \sin(\theta_0 \bar{\theta} T_1 \bar{t}) = 0,$$

$$\frac{q_0L^4}{EI_0L^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} = -\frac{\bar{M}q_0L^2}{EI},$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial \bar{x}^2} - \bar{m} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2} - \bar{c} \frac{\partial w}{\partial t} + \bar{q} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} &= -\gamma \bar{M}, \end{aligned} \right\} \quad (6.25)$$

где безразмерные параметры представляются в виде

$$\bar{m} = m(x) \frac{L^4}{EI_0 T_1^2}, \quad \bar{c} = c(x) \frac{L^4}{EI_0 T_1}, \quad \gamma = \frac{EI_0}{EI(x)}, \quad T_1 = \frac{2L^2}{\pi} \sqrt{\frac{m_0}{EI_0}}, \quad \bar{q} = 1.$$

Безразмерная система уравнений (6.25) описывает динамический процесс как в модели, так и в натуре. Из равенства безразмерных параметров, с учётом масштаба геометрического подобия  $k$ , получим

$$\frac{m_m L_m^4}{EI_{0,m} T_{1,m}^2} = \frac{m_n L_n^4}{EI_{0,n} T_{1,n}^2}, \quad \rightarrow m_n = m_m \frac{EI_{0,n} L_m^4 T_{1,n}^2}{EI_{0,m} L_n^4 T_{1,m}^2} = \frac{m_m}{k^2},$$

$$\frac{c_m L_m^4}{EI_{0,m} T_{1,m}} = \frac{c_n L_n^4}{EI_{0,n} T_{1,n}}, \quad \rightarrow c_n = c_m \frac{EI_{0,n} L_m^4 T_{1,n}}{EI_{0,m} L_n^4 T_{1,m}} = \frac{c_m}{k},$$

$$T_{1,n} = T_{1,m} / k.$$

#### 6.4. Моделирование статической задачи балки

Рассмотрим изгиб простой балки от действия сосредоточенной силы (рис.6.3). Дифференциальное уравнение изгиба балки представляется в виде [59]

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{M(x)}{EI}, \quad (6.26)$$

где  $w, M, EI$  – прогиб, изгибающий момент и изгибная жёсткость балки.

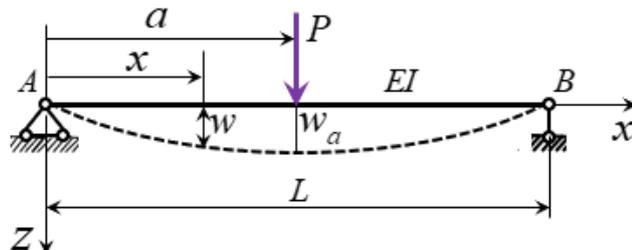


Рисунок 6.3. Изогнутая ось балки

Рассмотрим два геометрически подобных объекта – модель  $m$  и натура  $n$ . Для аргумента  $x$ , функции  $w(x)$ , параметров  $I, E, M$  вводим характерные размерные параметры:  $l_0, w_0, I_0, E_0, M_0$ . Тогда соответствующие безразмерные величины записываются в виде

$$\bar{x} = x / l_0, \quad \bar{w} = w / w_0, \quad \bar{I} = I / I_0, \quad \bar{E} = E / E_0, \quad \bar{M} = M / M_0. \quad (6.27)$$

Уравнение (6.26) с учётом (6.27) приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= \frac{w_0}{l_0^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2}, & \frac{M}{EI} &= \frac{M_0}{E_0 I_0} \frac{\bar{M}}{\bar{EI}}, \\ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} &= -\pi \frac{\bar{M}}{\bar{EI}}, & \pi &= \frac{M_0 l_0^2}{w_0 E_0 I_0}, \end{aligned} \quad (6.28)$$

где обозначение буквой «пи» от греческого термина «параметр». Если за характерные размерные параметры

$$l_0, w_0, M_0, I_0, E_0,$$

принять соответственно

$$l_0 = L, \quad w_0 = w_a, \quad M_0 = PL, \quad I_0 = I, \quad E_0 = E,$$

то безразмерный параметр подобия  $\pi$  представляется в виде

$$\pi = \frac{PL^3}{w_a EI} = c, \quad \Rightarrow \quad w_a = \frac{1}{c} \frac{PL^3}{EI}. \quad (6.29)$$

Из уравнения (6.29) видно, что зависимость максимального прогиба от других параметров задачи была получена без решения уравнения (6.1), с учётом постоянного коэффициента « $c$ ». Формула (6.29) позволяет провести сравнительный анализ, в зависимости от изменения параметров в правой части уравнения. Для точного определения максимального прогиба  $w_a$  необходимо решить дифференциальное уравнение (6.26).

Следует подчеркнуть, что безразмерное дифференциальное уравнение (6.28) имеет одинаковый вид как для модели, так и для природы. Следовательно, можно записать

$$\pi_m = \pi_n, \rightarrow \left( \frac{PL^3}{w_a EI} \right)_m = \left( \frac{PL^3}{w_a EI} \right)_n \rightarrow \frac{w_{a,m}}{w_{a,n}} = \frac{(P_m / P_n)(L_m^3 / L_n^3)}{(E_m / E_n)(I_m / I_n)}. \quad (6.30)$$

Если ввести соответствующие коэффициенты подобия (масштабы)

$$w_s = \frac{w_{a,m}}{w_{a,n}}, \quad L_s = \frac{L_m}{L_n}, \quad P_s = \frac{P_m}{P_n}, \quad I_s = \frac{I_m}{I_n}, \quad E_s = \frac{E_m}{E_n}, \quad (6.31)$$

то из (6.30) получим

$$w_s = \frac{w_{a,m}}{w_{a,n}} = \frac{P_s L_s^3}{E_s I_s}. \quad (6.32)$$

Из (6.32) следует что, если мы из эксперимента на модели получаем  $w_{a,m}$  (рис.6.1), то прогнозируемая величина прогиба в природе будет равняться  $w_{a,n} = w_{a,m} / w_s$ .

### 6.5. Моделирование динамической задачи балки

Рассмотрим свободных колебаний простой балки прямоугольного поперечного сечения с равномерно распределённой массой  $m$  (рис.6.4). В начальный момент времени середина пролёта балки получает начальное отклонение величиной  $\delta$ , а затем балка совершает свободные колебания.

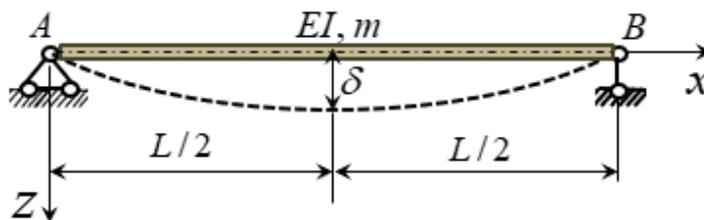


Рисунок 6.4. Балка с распределённой массой

Свободные колебания балки без учёта затухания описывается дифференциальным уравнением четвёртого порядка

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (6.33)$$

Начальные и граничные условия задачи представляются в виде

$$\begin{aligned} t = 0, \quad w|_{x=L/2} = \delta, \quad \partial w / \partial t|_{x=L/2} = 0, \\ x = 0, \quad w = 0, \quad \partial^2 w / \partial x^2 = 0, \\ x = L, \quad w = 0, \quad \partial^2 w / \partial x^2 = 0. \end{aligned} \quad (6.34)$$

Безразмерные переменные выберем следующим образом

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{t} = \frac{t}{T_1}, \quad \bar{w} = \frac{w}{\delta},$$

где  $\delta$  – максимальный прогиб в середине балки,

$T_1$  – время, соответствующее четверти периода свободных колебаний.

Уравнение (6.33) с учётом (6.34) приобретает вид

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = EI \frac{\delta}{L^4} \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^4}, \quad m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = m \frac{\delta}{T_1^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2}, \\ \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^4} + \pi_1 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2} = 0, \quad \pi_1 = \frac{mL^4}{T_1^2 EI}. \end{aligned} \quad (6.35)$$

Если ввести такие параметры как радиус инерции сечения балки, равный  $r = \sqrt{I / A}$ ,

где  $A$  – площадь поперечного сечения, и скорость продольной волны, равная

$c = \sqrt{E / \rho}$ , то параметр подобия  $\pi_1$  может быть записан так

$$\pi_1 = \frac{mL^4}{T_1^2 EI} = \left| m = \rho A, \quad I = Ar^2, \quad E = \rho c^2 \right| = \left( \frac{L^2}{crT_1} \right)^2. \quad (6.36)$$

Начальные и граничные условия в безразмерных переменных принимают вид

$$\begin{aligned} t = 0, \quad \bar{w}|_{\bar{x}=1/2} = 1, \quad \partial \bar{w} / \partial \bar{t}|_{\bar{x}=1/2} = 0, \\ \bar{x} = 0, \quad \bar{w} = 0, \quad \partial^2 \bar{w} / \partial \bar{x}^2 = 0, \\ \bar{x} = 1, \quad \bar{w} = 0, \quad \partial^2 \bar{w} / \partial \bar{x}^2 = 0. \end{aligned} \quad (6.37)$$

Можно заметить, что нормализованные (переведённые к безразмерному виду) начальные и граничные условия не содержат параметров подобия. Исходя из

принципа подобия модели и природы, чьи свободные колебания описываются уравнением (6.35), можно записать

$$\pi_{1,m} = \pi_{1,n}, \rightarrow \left( \frac{L^2}{crT_1} \right)_m = \left( \frac{L^2}{crT_1} \right)_n, \quad T_{1,n} = T_{1,m} \frac{L_n^2 c_m r_m}{L_m^2 c_n r_n}. \quad (6.38)$$

Из полученной формулы (6.38) следует, что если из эксперимента на модели мы получили данные о свободных колебаниях с периодом  $T_{1,m}$ , то можно прогнозировать основной период свободных колебаний балки в натуре без решения дифференциального уравнения. Например, если модель построена в масштабе 1:10 и изготовлена из того же материала, что и натура, то из (6.38) мы получим

$$\frac{r_m}{r_n} = \frac{1}{10}, \quad \frac{c_m}{c_n} = 1, \quad \left( \frac{L_n}{L_m} \right)^2 = 100, \quad T_{1,n} = 10T_{1,m}.$$

Чтобы определить амплитуды свободных колебаний необходимо решить дифференциальное уравнение (6.35) с учётом начальных и граничных условий, приведённых в (6.37).

## 6.6. Вынужденные колебания

Рассмотрим вынужденных колебаний балки при действии вибрационной нагрузки. На балку с равномерно распределённой массой  $m = \gamma A / g$  действует сила  $P(t) = P \sin \theta t$  (рис.6.5).

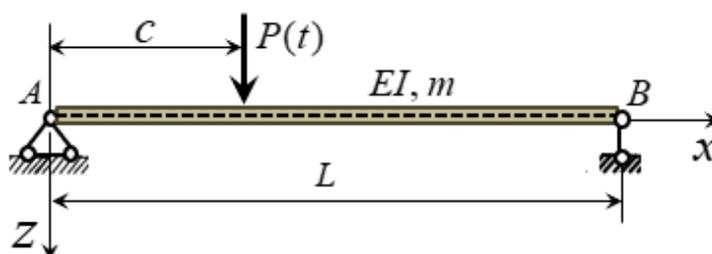


Рисунок 6.5. Действие вибрационной нагрузки

Здесь можно предположить, что форма изгиба балки может быть представлена в виде суммы простых форм перемещений

$$w(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} z_j(t) X_j(x), \quad (6.39)$$

где  $X_j$  – безразмерные функции прогиба, которые удовлетворяют заданным граничным условиям,

$z_j$  – обобщённые координаты.

В случае балки с шарнирными опорами (рис.6.5), нормальные формы колебания  $X_j(x)$  определяются синусоидами и ряд (6.39) примет вид

$$w(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} z_j(t) \sin(j\pi x / L). \quad (6.40)$$

В этом случае интенсивность сил инерции, распределённых по длине колеблющейся балки, с учётом (6.40), записывается так

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = m \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\partial^2 z_j}{\partial t^2} \sin \frac{j\pi x}{L},$$

а потенциальная энергия деформации изгиба будет равняться

$$\begin{aligned} V &= \int_0^L \frac{M^2 dx}{2EI} = \left| M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right| = \frac{EI}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx =, \\ &= \frac{EI}{2} \frac{\pi^4}{L^4} \int_0^L \left( \sum_{j=1}^{\infty} z_j j^2 \sin \frac{j\pi x}{L} \right)^2 dx = \frac{EI}{4} \frac{\pi^4}{L^3} \sum_{j=1}^{\infty} j^4 z_j^2 \end{aligned}$$

откуда находим силу упругости

$$\frac{\partial V}{\partial z_i} = \frac{EI}{2} \frac{\pi^4}{L^3} i^4 z_i.$$

Принимая виртуальное перемещение в виде

$$\delta w = \delta z_i \sin(i\pi x / L),$$

получим виртуальные работы сил инерции, сил упругости и заданной силы  $P \sin \theta t$

$$m \int_0^L \ddot{w} \delta w dx = m \sum_{j=1}^{\infty} \ddot{z}_j \delta z_j \int_0^L \sin \frac{i\pi x}{L} \sin \frac{i\pi x}{L} dx = \frac{mL}{2} \ddot{z}_i \delta z_i, \quad (6.41)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z_i} \delta z_i = \frac{\pi^4 EI}{2L^3} i^4 z_i \delta z_i, \quad (6.42)$$

$$P \sin \theta t \delta w = P \sin \theta t \sin(i\pi x / L) \delta z_i. \quad (6.43)$$

В результате сложения (6.41), (6.42) и (6.43), получим следующее уравнение [249]

$$\frac{mL}{2} \frac{\partial^2 z_i}{\partial t^2} + \frac{\pi^4 EI i^4}{2L^3} z_i = P \sin \theta t \sin \frac{i\pi c}{L},$$

которого при

$$\bar{t} = t / T_1, \quad \bar{z} = z / z_0, \quad \bar{P} = P / P_0, \quad \bar{\theta} = \theta / \theta_0, \quad c = L / 2,$$

$$T_1 = \frac{2L^2}{\pi} \sqrt{\frac{m}{EI}}$$

можно представить в безразмерном виде

$$\frac{\partial^2 \bar{z}_i}{\partial \bar{t}^2} + \pi_1 z_i = \pi_2 \bar{P} \sin(\pi_3 \bar{\theta} \bar{t}) \sin(i\pi / 2), \quad (6.44)$$

$$\pi_1 = \frac{T_1^2 i^4 \pi^4 EI}{mL^4}, \quad \pi_2 = \frac{2T_1^2 P_0}{mLz_0}, \quad \pi_3 = \theta_0 T_1. \quad (6.45)$$

Безразмерные параметры подобия (6.45) позволяют провести сравнительный анализ между моделью и натурой.

## 6.7. Моделирование балки на вибрационную нагрузку

### 6.7.1. Испытание модели балки на вибрационную нагрузку

Рассматривается метод определения частот собственных колебаний конструкций с использованием вибратора (рис. 6.6). Вибратор состоит из двух неуравновешенных масс, которые вращаются в вертикальной плоскости в противоположных направлениях со скоростью  $\theta = n \cdot 2\pi / 60$  рад/с где  $n$  – угловая скорость задана в оборотах в минуту.

Неуравновешенные грузы, расположенные симметрично относительно вертикальной оси  $OO$ , при вращении создают центробежные силы  $mr\theta^2$ , равнодействующая которых равна  $P(t) = 2m_0r\theta^2 \sin \theta t$ . Эти силы  $P(t)$  вызывают вынужденные колебания конструкции экспериментальной модели, которые фиксируются вибродатчиками. Постепенно увеличивая скорость вращения дисков, можно определить число оборотов в секунду, при котором амплитуда вынужденных колебаний начинает неуклонно возрастать, что ведёт к резонансу. Поскольку это явление происходит при совпадении частот, это позволяет определить частоту собственных колебаний модели. Конструкцию, представленную на рис.6.6, можно рассматривать как систему с одной степенью свободы (рис.6.6, b), где сосредоточенная масса  $m = 0,5m_1L + m_2$ ,

где  $m_1$  — распределённая масса балки,

$m_2$  — масса вибратора.

Дифференциальное уравнение движения системы с учётом затухания имеет вид

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} + kw = P \sin \theta t, \quad (6.46)$$

$$P = 2m_0r\theta^2, \quad k = 48EI / L^3.$$

Выбирая для аргумента  $t$ , функции  $X$  и других параметров уравнения характерные значения

$$t_0, w_0, m_0, c_0, k_0, P_0, \theta_0, \quad (6.47)$$

определим соответствующие безразмерные величины

$$\begin{aligned} \bar{t} &= t / t_0, \quad \bar{w} = w / w_0, \quad \bar{m} = m / m_0, \quad \bar{c} = c / c_0, \\ \bar{k} &= k / k_0, \quad \bar{P} = P / P_0, \quad \bar{\theta} = \theta / \theta_0, \end{aligned} \quad (6.48)$$

которые позволяют (6.46) представить в безразмерном виде

$$\bar{m} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2} + \pi_1 \bar{c} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} + \pi_2 \bar{k} \bar{w} = \pi_3 \bar{P} \sin(\pi_4 \bar{\theta} \bar{t}), \quad (6.49)$$

$$\pi_1 = \frac{c_0 t_0}{m_0}, \quad \pi_2 = \frac{k_0 t_0^2}{m_0}, \quad \pi_3 = \frac{P_0 t_0^2}{m_0 w_0}, \quad \pi_4 = \theta_0 t_0.$$

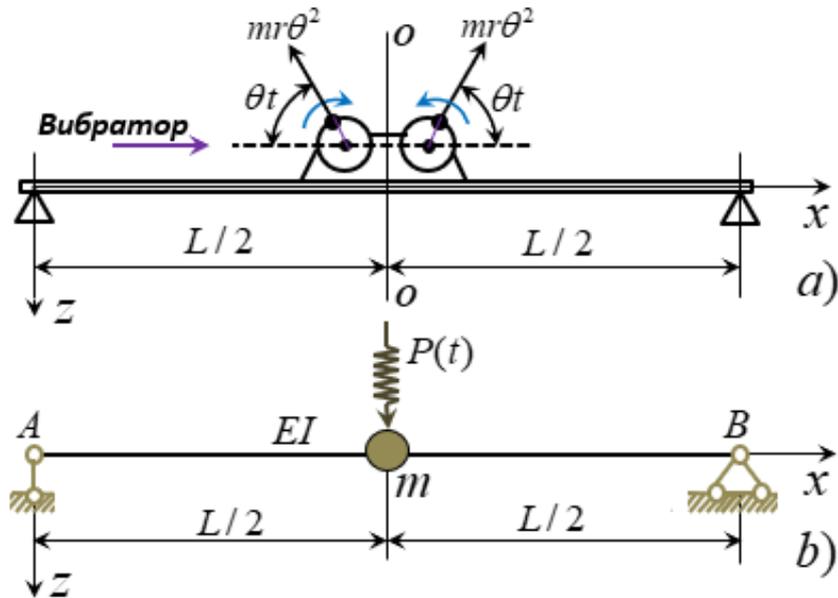


Рисунок 6.6. Вибрационное воздействие на балку

Если характерным размерным величинам (6.47) задавать соответствующие значения

$$t_0 = T, \quad w_0 = w_{st} = P/k, \quad m_0 = m, \quad c_0 = c, \\ k_0 = k, \quad P_0 = P, \quad \theta_0 = \omega = \sqrt{k/m}, \quad (6.50)$$

то уравнение (6.49) приобретает вид

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2} + \pi_1 \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} + \pi_2 \bar{w} = \pi_3 \sin(\pi_4 \bar{\theta} \bar{t}), \quad (6.51)$$

$$\pi_1 = \frac{cT}{m}, \quad \pi_2 = \frac{kT^2}{m}, \quad \pi_3 = \frac{PT^2}{m w_{st}}, \quad \pi_4 = \omega T. \quad (6.52)$$

где  $T, \omega$  – период и частота свободных колебаний

Безразмерное уравнение (6.51) описывает динамический процесс как для модели, так и для природы. Следовательно, коэффициенты подобия (6.52) для модели и природы должны быть одинаковыми. Эти безразмерные числа подобия (6.52)

позволяют провести сравнительный анализ параметров задачи, а также, используя данные, полученные на модели, прогнозировать результаты для натур. Например, зная период свободных колебаний, полученный в эксперименте на модели, можно с помощью коэффициента подобия  $\pi_2$ , определить период свободных колебаний для натур.

## **6.8. Моделирование здания**

### **6.8.1. Моделирование трёхэтажного здания без сейсмоизоляции**

Современные системы сейсмоизоляции представляют собой один из наиболее эффективных и перспективных подходов к активной защите зданий и сооружений от сейсмических воздействий. Этот активный метод защиты предполагает снижение сейсмических нагрузок на здания путём регулирования их динамических характеристик в процессе колебаний во время землетрясений.

Принцип сейсмоизоляции основан на сдвиге основного периода свободных колебаний сооружения за пределы характерных периодов сейсмических воздействий.

Все современные системы сейсмозащиты реализуют единый концептуальный подход, предусматривающий разделение конструкции на две части с размещением между ними специального сейсмоизолирующего слоя [147,158,159,160-163,168,170,246].

Как известно, проведение натуральных экспериментов сопряжено с определёнными трудностями, поэтому не всегда удаётся провести испытания непосредственно на натуре. В таких случаях эксперименты необходимо проводить на модели. Чтобы перенести параметры, полученные при испытаниях модели, на натуре, требуется использовать физическое моделирование, основанное на теории подобия. Для решения этой задачи существуют два подхода: анализ размерностей и анализ дифференциальных уравнений. В данном случае мы рассматриваем второй метод, при котором для получения критериев подобия дифференциальные уравнения приводятся к безразмерному виду. Подобные объекты описываются

одной системой дифференциальных уравнений и имеют одинаковые условия однозначности.

Физическое моделирование находит широкое применение в проектировании и строительстве объектов с новыми конструктивными решениями, направленными на повышение сейсмостойкости. Основой физического моделирования являются теория подобия и анализ размерностей, при этом необходимыми условиями являются геометрическое, временное и физическое подобие, а также совпадение начальных и граничных условий модели и природы. Если физическая модель подобна оригиналу, то результаты эксперимента можно перевести на природу, используя безразмерные константы подобия, которые выражают отношение одноименных величин в модели и натуре. Эти константы изменяются в зависимости от соотношения размеров природы и модели. Проведение модельных испытаний позволяет более точно оценить динамические характеристики будущей конструкции и внести нужные корректировки в процессе проектирования.

В качестве объекта исследования в данной работе рассматривается физическая модель трёхэтажного каркасного здания без сейсмоизоляции.

Система со многими степенями свободы.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{W}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{W}} + \mathbf{K}\mathbf{W} = \mathbf{P} \sin \theta t, \quad (6.53)$$

где  $\ddot{\mathbf{W}}, \dot{\mathbf{W}}, \mathbf{W}, \mathbf{P}$  – векторы ускорений, скоростей, перемещений и нагрузки.

$\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$  – матрицы масс, затухания и жёсткости

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & m_2 & \\ 0 & & m_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ 0 & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ 0 & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_3 \end{Bmatrix},$$

Уравнение (6.53) в матричной форме допускает представление в безразмерных величинах

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\bar{\mathbf{Z}}} + \bar{\mathbf{C}}\dot{\bar{\mathbf{Z}}} + \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{Z}} = \bar{\mathbf{P}} \sin \mathcal{G}\bar{t}$$

Для трехмассовой системы (рис.6.7) с применением безразмерных параметров (6.48) система дифференциальных уравнений (6.53) принимает следующую форму

$$\begin{aligned} \frac{m_0 w_0}{T_1^2} \bar{m}_1 \frac{\partial^2 \bar{w}_1}{\partial \bar{t}^2} + \frac{c_0 w_0}{T_1} \bar{c}_{11} \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \bar{t}} + k_0 w_0 \bar{k}_{11} \bar{w}_1 + k_0 w_0 \bar{k}_{12} \bar{w}_2 &= 0, \\ \frac{m_0 w_0}{T_1^2} \bar{m}_2 \frac{\partial^2 \bar{w}_2}{\partial \bar{t}^2} + \frac{c_0 w_0}{T_1} \bar{c}_{22} \frac{\partial \bar{w}_2}{\partial \bar{t}} + k_0 w_0 \bar{k}_{21} \bar{w}_1 + k_0 w_0 \bar{k}_{22} \bar{w}_2 + k_0 w_0 \bar{k}_{23} \bar{w}_3 &= 0, \\ \frac{m_0 w_0}{T_1^2} \bar{m}_3 \frac{\partial^2 \bar{w}_3}{\partial \bar{t}^2} + \frac{c_0 w_0}{T_1} \bar{c}_{33} \frac{\partial \bar{w}_3}{\partial \bar{t}} + k_0 w_0 \bar{k}_{32} \bar{w}_2 + k_0 w_0 \bar{k}_{33} \bar{w}_3 &= P_0 \bar{P}_3 \sin \theta_0 \bar{\theta} T_1 \bar{t}, \end{aligned} \quad (6.54)$$

где  $\bar{t} = t / T_1$ ,  $\bar{w}_i = w_i / w_0$ ,  $\bar{c}_{ii} = c_{ii} / c_0$ ,  $\bar{k}_{ij} = k_{ij} / k_0$ ,  $\bar{P}_3 = P_3 / P_0$ .

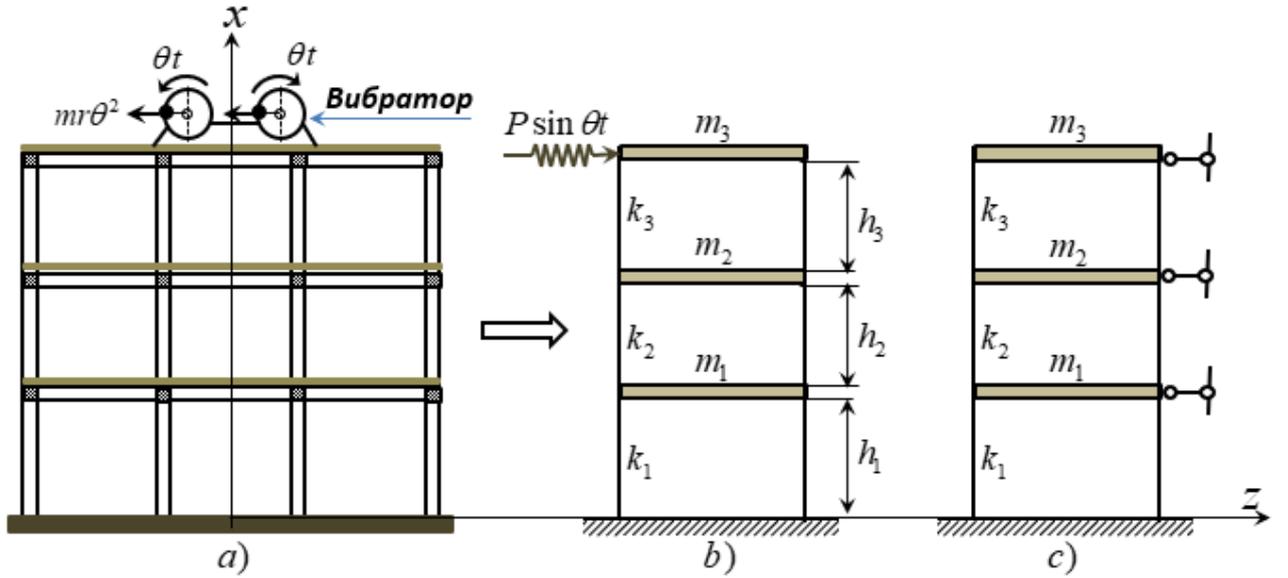


Рисунок 6.7. Моделирование здания от действия гармонической нагрузки

Здесь предполагается, что характерные параметры  $t_0 = T_1, w_0, c_0, k_0, P_0$  имеют наибольшие значения для соответствующих величин. Поделив все члены системы уравнений (6.54) на  $m_0 w_0 / T_1^2$ , получаем

$$\begin{aligned} \bar{m}_1 \frac{\partial^2 \bar{w}_1}{\partial \bar{t}^2} + \frac{T_1 c_0}{m_0} \bar{c}_{11} \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \bar{t}} + \frac{T_1^2 k_0}{m_0} \bar{k}_{11} \bar{w}_1 + \frac{T_1^2 k_0}{m_0} \bar{k}_{12} \bar{w}_2 &= 0, \\ \bar{m}_2 \frac{\partial^2 \bar{w}_2}{\partial \bar{t}^2} + \frac{T_1 c_0}{m_0} \bar{c}_{22} \frac{\partial \bar{w}_2}{\partial \bar{t}} + \frac{T_1^2 k_0}{m_0} \bar{k}_{21} \bar{w}_1 + \frac{T_1^2 k_0}{m_0} \bar{k}_{22} \bar{w}_2 + \frac{T_1^2 k_0}{m_0} \bar{k}_{23} \bar{w}_3 &= 0, \\ \bar{m}_3 \frac{\partial^2 \bar{w}_3}{\partial \bar{t}^2} + \frac{T_1 c_0}{m_0} \bar{c}_{33} \frac{\partial \bar{w}_3}{\partial \bar{t}} + \frac{T_1^2 k_0}{m_0} \bar{k}_{32} \bar{w}_2 + \frac{T_1^2 k_0}{m_0} \bar{k}_{33} \bar{w}_3 &= \frac{T_1^2 P_0}{m_0 w_0} \bar{P}_3 \sin(\theta_0 T_1 \bar{\theta} \bar{t}). \\ \bar{m}_1 \frac{\partial^2 \bar{w}_1}{\partial \bar{t}^2} + \pi_1 \bar{c}_{11} \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \bar{t}} + \pi_2 (\bar{k}_{11} \bar{w}_1 + \bar{k}_{12} \bar{w}_2) &= 0, \end{aligned}$$

$$\bar{m}_2 \frac{\partial^2 \bar{w}_2}{\partial \bar{t}^2} + \pi_1 \bar{c}_{22} \frac{\partial \bar{w}_2}{\partial \bar{t}} + \pi_2 (\bar{k}_{21} \bar{w}_1 + \bar{k}_{22} \bar{w}_2 + \bar{k}_{23} \bar{w}_3) = 0, \quad (6.55)$$

$$\bar{m}_3 \frac{\partial^2 \bar{w}_3}{\partial \bar{t}^2} + \pi_1 \bar{c}_{33} \frac{\partial \bar{w}_3}{\partial \bar{t}} + \pi_2 (\bar{k}_{32} \bar{w}_2 + \bar{k}_{33} \bar{w}_3) = \pi_3 \bar{P}_3 \sin(\pi_4 \bar{\theta} \bar{t}),$$

где параметры подобия записываются в виде

$$\pi_1 = \frac{c_0 T_1}{m_0}, \quad \pi_2 = \frac{k_0 T_1^2}{m_0}, \quad \pi_3 = \frac{T_1^2 P_0}{m_0 w_0}, \quad \pi_4 = \theta_0 T_1. \quad (6.56)$$

Можно заметить, что параметры подобия (6.56) совпадают с параметрами подобия для системы с одной степенью свободы (6.49).

Далее рассмотрим моделирование сейсмоизолированного здания.

## 6.9. Моделирование сейсмоизолированного здания

Рассматривается трёхэтажная модель с сейсмоизоляцией. Вопросы, касающиеся расчётов зданий с сейсмоизоляцией, подробно рассмотрены в работах [89,91-93,95,99,147,158-163,168,170,171]. Для модели, представленной на рис. 6.8, а, которая включает суперструктуру, сейсмоизоляцию и субструктуру, в дополнение к системе уравнений (6.53), записывается уравнение, описывающее движение массы, связанной с сейсмоизоляцией.

$$m_b \ddot{w}_b + f_b - k_1 w_1 - c_1 \dot{w}_1 = 0, \quad (6.57)$$

здесь  $f_b$  – восстанавливающая сила сейсмоизоляции,

$k_1, c_1$  – коэффициенты жёсткости и демпфирования первого этажа.

Следовательно, здесь мы имеем систему с четырьмя степенями свободы.

Восстанавливающая сила  $f_b$ , в зависимости от перемещения изоляции, в общем имеет нелинейный характер изменения (рис.6.9). Согласно [336] нелинейный закон изменения восстанавливающей силы в (6.57) может быть заменён эквивалентной линейной модели на основе эффективной упругой жёсткости и эффективного вязкого затухания

$$f_b = k_{eff} w_b + c_{eff} \dot{w}_b, \quad (6.58)$$

$$k_{eff} = f_2 / \Delta_2 = |f_2 = f_0 + k_{12}\Delta_2, k_{12} = (f_2 - f_0) / \Delta_2| = k_{12} + f_0 / \Delta_2.$$

$$c_{eff} = 2\xi_{eff} M \omega_{eff}, \quad \omega_{eff} = 2\pi / T_{eff}, \quad T_{eff} = 2\pi \sqrt{N / k_{eff} g},$$

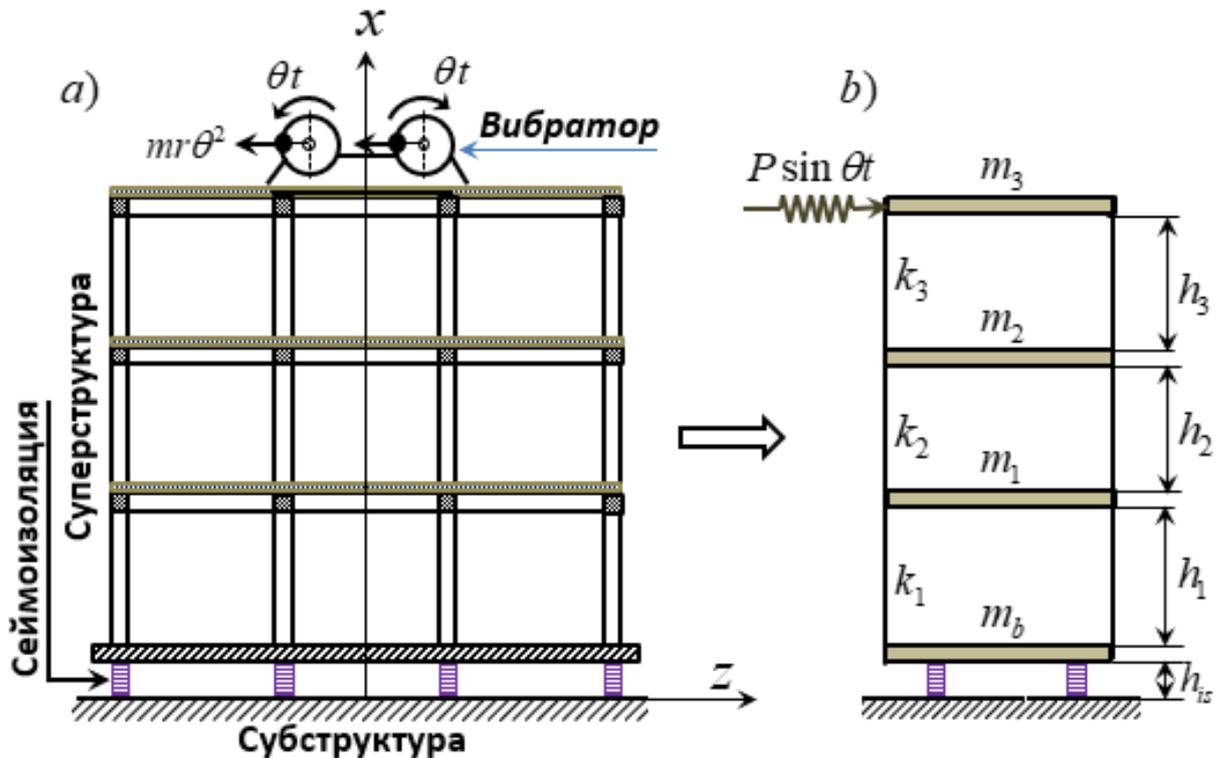


Рисунок 6.8. Моделирование сейсмоизолированного здания

здесь  $w_b, \dot{w}_b$  – относительные перемещение и скорость массы фундаментной

плиты  $m_b$ ,

$M$  – масса суперструктуры,

$k_{eff}, \xi_{eff}, T_{eff}$  – эффективные коэффициенты жёсткости, затухания и

основной период свободных колебаний изоляции,

$N = Mg$  – вес суперструктуры.

Диссипативная энергия, равная площади петли гистерезиса  $E = 4f_0(\Delta_2 - \Delta_1)$ .

Эффективный параметр вязкого затухания сейсмоизоляции

$$\xi_{eff} = \frac{4f_0(\Delta_2 - \Delta_1)}{2\pi k_{eff} \Delta_2^2}.$$

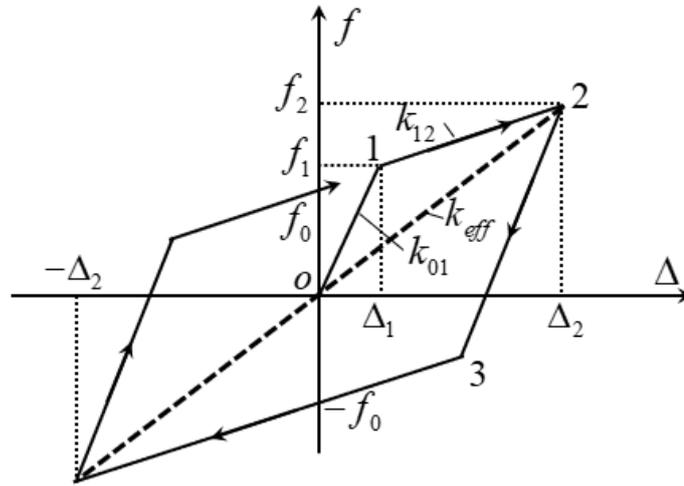


Рисунок 6.9. Билинейный график "  $f - \Delta$  "

Уравнение (6.57) с учётом (6.58) представляется в виде

$$m_b \ddot{w}_b + k_{eff} w_b + c_{eff} \dot{w}_b - k_1 w_1 - c_1 \dot{w}_1 = 0, \quad (6.59)$$

Введём дополнительные характерные величины  $k_{is}, c_{is}$ , соответствующие сейсмоизоляции, и уравнение (6.59) представим в безразмерном виде

$$\begin{aligned} \frac{m_0 \bar{m}_b w_0}{T_1^2} \frac{\partial^2 \bar{w}_b}{\partial \bar{t}^2} + k_{is} \bar{k}_{eff} w_0 \bar{w}_b + \frac{c_{is} \bar{c}_{eff} w_0}{T_1} \frac{\partial \bar{w}_b}{\partial \bar{t}} - k_0 \bar{k}_1 w_0 \bar{w}_1 - \frac{c_0 \bar{c}_1 w_0}{T_1} \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \bar{t}} &= 0, \\ \bar{m}_b \frac{\partial^2 \bar{w}_b}{\partial \bar{t}^2} + \frac{T_1^2 k_{is}}{m_0} \bar{k}_{eff} \bar{w}_b + \frac{T_1 c_{is}}{m_0} \bar{c}_{eff} \frac{\partial \bar{w}_b}{\partial \bar{t}} - \frac{T_1^2 k_0}{m_0} \bar{k}_1 \bar{w}_1 - \frac{T_1 c_0}{m_0} \bar{c}_1 \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \bar{t}} &= 0, \\ \bar{m}_b \frac{\partial^2 \bar{w}_b}{\partial \bar{t}^2} + \pi_{2b} \bar{k}_{eff} \bar{w}_b + \pi_{1b} \bar{c}_{eff} \frac{\partial \bar{w}_b}{\partial \bar{t}} - \pi_2 \bar{k}_1 \bar{w}_1 - \pi_1 \bar{c}_1 \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \bar{t}} &= 0, \end{aligned} \quad (6.60)$$

$$\pi_{2b} = \frac{T_1^2 k_{is}}{m_0}, \quad \pi_{1b} = \frac{T_1 c_{is}}{m_0}, \quad \pi_2 = \frac{T_1^2 k_0}{m_0}, \quad \pi_1 = \frac{T_1 c_0}{m_0}. \quad (6.61)$$

Как следует из уравнения (6.60), в модели с сейсмоизоляцией, помимо параметров подобия (6.56), появляются дополнительные параметры  $\pi_{1b}$  и  $\pi_{2b}$ . Если в результате эксперимента на модели с сейсмоизоляцией были получены записи свободных колебаний, то, используя  $\pi_{1b}$  или  $\pi_{2b}$  в зависимости от заданных характеристик, мы можем определить период свободных колебаний для натур.

## 6.10. Моделирование плит

Рассматриваются колебания тонкой упругой прямоугольной плиты размерами в плане  $a \times b$ , толщиной  $h$ , и где  $a \geq b$ , массой единицы площади  $\mu$ . Дифференциальное уравнение изгиба плиты, написанное в рамках известных допущений имеет вид [247]

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q^*}{D}; \quad (6.62)$$

при поперечных колебаниях

$$q^*(x, y, t) = q(x, y, t) - \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (6.63)$$

Краевые условия для уравнения (6.62), сформулированные в перемещениях, при  $x = const$ :

1. Шарнирное опирание

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0; \quad (6.64)$$

2. Жёсткое защемление

$$w = 0, \quad \theta_x = \frac{\partial w}{\partial x} = 0. \quad (6.65)$$

Введём безразмерные переменные и параметры

$$\bar{t} = t / T_{11}, \quad \bar{x} = x / a, \quad \bar{y} = y / a, \quad \bar{w} = w / w_0, \quad \bar{q} = q / q_0, \quad \bar{D} = D / D_0,$$

и уравнения (6.62), с учётом (6.63), представим в безразмерном виде

$$\begin{aligned} \frac{w_0}{a^4} \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^4} + 2 \frac{w_0}{a^4} \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}^2} + \frac{w_0}{a^4} \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{y}^4} + \mu_0 \frac{w_0 \bar{\mu}}{T_1^2 D_0 \bar{D}} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2} &= \frac{q_0 \bar{q}}{D_0 \bar{D}}, \\ \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^4} + 2 \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{y}^4} + \pi_1 \frac{\bar{\mu}}{\bar{D}} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2} &= \pi_2 \frac{\bar{q}}{\bar{D}}, \end{aligned} \quad (6.66)$$

$$\pi_1 = \frac{\mu_0 a^4}{D_0 T_{11}^2}, \quad \pi_2 = \frac{q_0 a^4}{D_0 w_0}, \quad D_0 = \frac{Eh}{12(1-\nu^2)}, \quad T_{11}^2 = \frac{4a^4 b^4}{\pi^2(a^2 + b^2)} \frac{\mu}{D}.$$

Граничные условия (6.64) и (6.65) также представляются в безразмерном виде

$$1. \quad \bar{w} = 0, \quad \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} = 0; \quad 2. \quad \bar{w} = 0, \quad \bar{\theta}_x = \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} = 0. \quad (6.67)$$

Следует отметить, что общее решение (6.64) зависит от безразмерных независимых переменных и от безразмерных параметров

$$\bar{w} = \bar{w}(\bar{t}, \bar{x}, w_0, E, h, \nu)$$

Из безразмерного уравнения (6.64) следует, что исследование свободных колебаний плиты с граничными условиями (6.67) описывается одним коэффициентом подобия  $\pi_1$ . При построении модели плиты в масштабе  $1:k$  из того же материала, что и натура, получим

$$\left( \frac{\mu_0 a^4}{D_0 T_{11}^2} \right)_n = \left( \frac{\mu_0 a^4}{D_0 T_{11}^2} \right)_m, \quad \rightarrow \quad T_{11,n}^2 = T_{11,m}^2 \frac{\mu_{0,n} a_n^4 D_{0,m}}{\mu_{0,m} a_m^4 D_{0,n}},$$

$$\frac{\mu_{0,n}}{\mu_{0,m}} = k, \quad \frac{a_n^4}{a_m^4} = k^4, \quad \frac{D_{0,m}}{D_{0,n}} = \frac{1}{k^3}, \quad T_{11,n} = k T_{11,m}.$$

Далее рассмотрим второй вариант преобразования уравнений к безразмерному виду [46]. Для этого уравнения (6.62) представим в виде

$$\left( \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \frac{q^*}{D}, \quad (6.68)$$

и учитывая, что при сложении двух изгибающих моментов

$$M_x = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad M_y = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right),$$

где  $\nu$  – коэффициент Пуассона, имеем

$$M = \frac{M_x + M_y}{(1 + \nu)} = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad (6.69)$$

из (6.68) и (6.69) получим

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} = -q^*, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{M}{D}. \quad (6.70)$$

Таким образом, в замен одного дифференциального уравнения 4-го порядка с неизвестной функцией  $w(x, y, t)$ , мы будем рассматривать систему из двух уравнений второго порядка с неизвестными функциями  $w(x, y, t)$  и  $M(x, y, t)$ . Здесь мы предположим, что на плиту действует распределённый мгновенный импульс  $S(x, y)$  и  $q(x, y, t) = 0$ , начальные условия записываются в виде

$$t = 0, \quad w = 0, \quad M = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{S}{\mu}. \quad (6.71)$$

Вводя безразмерные независимые переменные:  $\bar{x} = x/a$ ,  $\bar{y} = y/a$ ,  $\bar{t} = t/T_{11}$ , из (6.70) и (6.71) получим

$$\frac{\partial^2 m}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 m}{\partial \bar{y}^2} = -\bar{q} + \bar{\mu}f, \quad \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} = -m, \quad (6.72)$$

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{w} = 0, \quad m = 0, \quad \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} = \frac{\bar{S}}{\bar{\mu}}. \quad (6.73)$$

где безразмерные переменные и параметры представляются в виде

$$m = \frac{MT_{11}}{S_0 a^2}, \quad \bar{w} = \frac{wDT_{11}}{S_0 a^4}, \quad f = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2},$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu a^4}{DT_{11}^2}, \quad \bar{S} = \frac{S(x, y)}{S_0} = 1, \quad T_{11} = \frac{2a^2 b^2}{\pi(a^2 + b^2)} \sqrt{\frac{\mu}{D}}. \quad (6.74)$$

Система уравнений (6.72), с учётом начальных и граничных условий, описывают динамические процессы как в модели, так и в натуре. Если исследуется динамическое поведение плиты от действия динамической нагрузки, где  $S(x, y) = 0$ , заменив в (6.74)  $S_0$  на  $q_0 T_{11}$ , получим

$$m = \frac{M}{q_0 a^2}, \quad \bar{w} = \frac{wD}{q_0 a^4}, \quad \bar{q} = \frac{q}{q_0} = 1.$$

Например, для квадратной плиты основной период свободных колебаний равняется

$$T_{11} = \frac{2a^2b^2}{\pi(a^2 + b^2)} \sqrt{\frac{\mu}{D}} = \frac{a^2}{\pi h} \sqrt{\frac{12\gamma(1-\nu^2)}{Eg}},$$

тогда отношение периодов свободных колебаний натуре к модели определяется

$$\frac{T_{11,n}}{T_{11,m}} = \left(\frac{a_n}{a_m}\right)^2 \frac{h_m}{h_n} \frac{1}{\pi} = k, \quad \rightarrow \quad T_{11,n} = kT_{11,m}, \quad k > 1.$$

### 6.11. Модель, установленная на виброплатформе

Рассматривается сейсмоизолированная модель, установленная на виброплатформе (рис.6.10, а). Предполагается, что металлическая виброплатформа массой  $m_1$  опирается на четырёх стойках с жёстко закреплёнными концами. Расчётная модель этой системы представлена на рис.6.10, б.

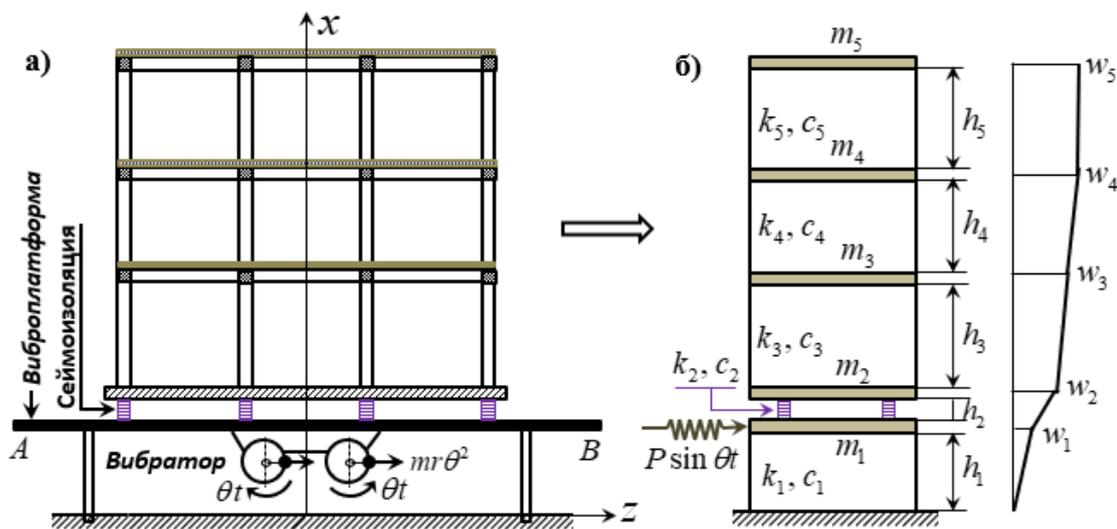


Рисунок 6.10. Система «виброплатформа-изоляция-модель»

Это создаёт систему с пятью степенями свободы. Система дифференциальных уравнений, описывающая движение системы, может быть представлена в соответствующем виде, учитывая динамические характеристики виброплатформы, сейсмоизоляции и других компонентов модели.

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{w}_1 + c_{11} \dot{w}_1 + c_{12} \dot{w}_2 + k_{11} w_1 + k_{12} w_2 &= P \sin \theta t, \\
m_2 \ddot{w}_2 + c_{21} \dot{w}_1 + c_{22} \dot{w}_2 + c_{23} \dot{w}_3 + k_{21} w_1 + k_{22} w_2 + k_{23} w_3 &= 0, \\
m_3 \ddot{w}_2 + c_{32} \dot{w}_2 + c_{33} \dot{w}_3 + c_{34} \dot{w}_4 + k_{32} w_2 + k_{33} w_3 + k_{34} w_4 &= 0, \\
m_4 \ddot{w}_4 + c_{43} \dot{w}_3 + c_{44} \dot{w}_4 + c_{45} \dot{w}_5 + k_{43} w_3 + k_{44} w_4 + k_{45} w_5 &= 0, \\
m_5 \ddot{w}_5 + c_{54} \dot{w}_4 + c_{55} \dot{w}_5 + k_{54} w_4 + k_{55} w_5 &= 0.
\end{aligned} \tag{6.75}$$

Коэффициенты затухания и жёсткости приобретают следующие значения

$$\begin{aligned}
c_{11} &= c_1, \quad c_{12} = -c_2 = -c_{eff}, \quad k_{11} = k_1 + k_2, \quad k_{12} = -k_2 = -k_{eff}, \\
c_{21} &= c_{12}, \quad c_{22} = c_2 + c_3, \quad c_{23} = -c_3, \quad k_{21} = k_{12}, \quad k_{22} = k_2 + k_3, \quad k_{23} = -k_3, \\
c_{32} &= -c_3, \quad c_{33} = c_3 + c_4, \quad c_{34} = -c_4, \quad k_{32} = -k_3, \quad k_{33} = k_3 + k_4, \quad k_{34} = -k_4, \\
c_{43} &= -c_4, \quad c_{44} = c_4 + c_5, \quad c_{45} = -c_5, \quad k_{43} = -k_4, \quad k_{44} = k_4 + k_5, \quad k_{45} = -k_5, \\
c_{54} &= -c_5, \quad c_{55} = c_5, \quad k_{54} = -k_5, \quad k_{55} = k_5.
\end{aligned} \tag{6.76}$$

Для виброплатформы  $AB$ , которая опирается стойках с изгибной жёсткостью  $EI_1$ , коэффициент жёсткости которых равняется  $k_1 = n \cdot 12EI_1 / h_1^3$ ,

где  $n$  – число стоек.

Если предположить, что один конец стоек шарнирно закреплён, то  $k_1 = n \cdot 3EI_1 / h_1^3$ .

Период свободных колебаний самой виброплатформы будет равняться

$$T_1 = 2\pi / \omega = 2\pi \sqrt{m_1 / k_1},$$

где  $m_1$  – масса платформы.

В (6.76) характеристики сейсмоизоляции учитываются коэффициентами  $k_2 = k_{eff}$  и

$$c_2 = c_{eff}.$$

Коэффициенты жёсткости и затухания модели определяются по следующим формулам

$$k_i = n \cdot 12EI / h_i^3, \quad c_i = 2\xi\omega_i m_i, \quad \omega_i = \sqrt{k_i / m_i}, \quad i = 3, 4, 5,$$

где  $\omega_i$  – парциальные частоты свободных колебаний модели.

Систему уравнений (6.75), без учёта побочных коэффициентов затухания, представим в безразмерном виде

$$\begin{aligned}
\frac{m_0 \bar{m}_1 w_0}{T_1^2} \frac{\partial^2 \bar{w}_1}{\partial \bar{t}^2} + \frac{c_0 \bar{c}_{11} w_0}{T_1} \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \bar{t}} + k_0 \bar{k}_{11} w_0 \bar{w}_1 + k_0 \bar{k}_{12} w_0 \bar{w}_2 &= P_0 \bar{P} \sin \theta_0 \bar{\theta} T_1 \bar{t}, \\
\frac{m_0 \bar{m}_2 w_0}{T_1^2} \frac{\partial^2 \bar{w}_2}{\partial \bar{t}^2} + \frac{c_0 \bar{c}_{22} w_0}{T_1} \frac{\partial \bar{w}_2}{\partial \bar{t}} + k_0 \bar{k}_{21} w_0 \bar{w}_1 + k_0 \bar{k}_{22} w_0 \bar{w}_2 + k_0 \bar{k}_{23} w_0 \bar{w}_3 &= 0, \\
\frac{m_0 \bar{m}_3 w_0}{T_1^2} \frac{\partial^2 \bar{w}_3}{\partial \bar{t}^2} + \frac{c_0 \bar{c}_{33} w_0}{T_1} \frac{\partial \bar{w}_3}{\partial \bar{t}} + k_0 \bar{k}_{32} w_0 \bar{w}_2 + k_0 \bar{k}_{33} w_0 \bar{w}_3 + k_0 \bar{k}_{34} w_0 \bar{w}_4 &= 0, \\
\frac{m_0 \bar{m}_4 w_0}{T_1^2} \frac{\partial^2 \bar{w}_4}{\partial \bar{t}^2} + \frac{c_0 \bar{c}_{44} w_0}{T_1} \frac{\partial \bar{w}_4}{\partial \bar{t}} + k_0 \bar{k}_{43} w_0 \bar{w}_3 + k_0 \bar{k}_{44} w_0 \bar{w}_4 + k_0 \bar{k}_{45} w_0 \bar{w}_5 &= 0, \\
\frac{m_0 \bar{m}_5 w_0}{T_1^2} \frac{\partial^2 \bar{w}_5}{\partial \bar{t}^2} + \frac{c_0 \bar{c}_{55} w_0}{T_1} \frac{\partial \bar{w}_5}{\partial \bar{t}} + k_0 \bar{k}_{54} w_0 \bar{w}_4 + k_0 \bar{k}_{55} w_0 \bar{w}_5 &= 0, \\
\bar{m}_1 \frac{\partial^2 \bar{w}_1}{\partial \bar{t}^2} + \pi_1 \bar{c}_{11} \frac{\partial \bar{w}_1}{\partial \bar{t}} + \pi_2 (\bar{k}_{11} \bar{w}_1 + \bar{k}_{12} \bar{w}_2) &= \pi_3 \bar{P}_3 \sin(\pi_4 \bar{\theta} \bar{t}), \\
\bar{m}_2 \frac{\partial^2 \bar{w}_2}{\partial \bar{t}^2} + \pi_1 \bar{c}_{22} \frac{\partial \bar{w}_2}{\partial \bar{t}} + \pi_2 (\bar{k}_{21} \bar{w}_1 + \bar{k}_{22} \bar{w}_2 + \bar{k}_{23} \bar{w}_3) &= 0, \\
\bar{m}_3 \frac{\partial^2 \bar{w}_3}{\partial \bar{t}^2} + \pi_1 \bar{c}_{33} \frac{\partial \bar{w}_3}{\partial \bar{t}} + \pi_2 (\bar{k}_{32} \bar{w}_2 + \bar{k}_{33} \bar{w}_3 + \bar{k}_{34} \bar{w}_4) &= 0, \\
\bar{m}_4 \frac{\partial^2 \bar{w}_4}{\partial \bar{t}^2} + \pi_1 \bar{c}_{44} \frac{\partial \bar{w}_4}{\partial \bar{t}} + \pi_2 (\bar{k}_{43} \bar{w}_3 + \bar{k}_{44} \bar{w}_4 + \bar{k}_{45} \bar{w}_5) &= 0, \\
\bar{m}_5 \frac{\partial^2 \bar{w}_5}{\partial \bar{t}^2} + \pi_1 \bar{c}_{55} \frac{\partial \bar{w}_5}{\partial \bar{t}} + \pi_2 (\bar{k}_{54} \bar{w}_4 + \bar{k}_{55} \bar{w}_5) &= 0,
\end{aligned} \tag{6.77}$$

$$\bar{t} = t / T_1, \quad \bar{w}_i = w_i / w_0, \quad \bar{m}_i = m_i / m_0, \quad \bar{k}_{ij} = k_{ij} / k_0, \quad \bar{c}_{ii} = c_{ii} / c_0.$$

Параметры подобия  $\pi_i$  имеют вид (6.56) и (6.61). Таким образом, с увеличением степеней свободы, число параметров подобия не изменяется.

## **Выводы по шестой главе**

1. Согласно последовательной реализации теории подобия, система дифференциальных уравнений, учитывающая начальные и граничные условия, приводится к безразмерному виду, что позволяет сформировать математическую модель задачи как для натурального объекта, так и для модели.

2. Решение статической задачи позволяет сделать вывод, что, получив прогиб из эксперимента на модели, можно спрогнозировать величину прогиба для натурального объекта.

3. На основе результатов решения динамической задачи можно утверждать, что, получив период свободных колебаний из эксперимента на модели, можно определить основной период свободных колебаний балки в натуре без необходимости решения дифференциального уравнения.

4. Используя теорию подобия, были получены результаты моделирования плит и фрагмента многоэтажного здания как с учётом, так и без учёта сейсмоизоляции. Определены коэффициенты подобия, которые позволяют перенести данные с модели на оригинал объекта.

## Заключение

Данная работа посвящена моделированию динамических задач при расчёте сейсмоизолированных зданий методом сосредоточенных деформаций, что является одним из актуальных направлений современной строительной механики и теории сейсмостойкости сооружений. В условиях повышенной сейсмической опасности особую значимость приобретает разработка эффективных методов расчёта, позволяющих достоверно оценивать напряжённо-деформированное состояние зданий и сооружений с учётом реальных динамических воздействий.

В работе разработана математическая модель сейсмоизолированного здания, основанная на представлении несущих элементов в виде системы сосредоточенных масс, жёсткостей и демпфирующих связей, реализованной в рамках метода сосредоточенных деформаций. Сформулированы уравнения движения сооружения при сейсмическом воздействии, учитывающие инерционные, упругие и демпфирующие характеристики системы, а также нелинейные свойства элементов сейсмоизоляции.

Реализованы численные алгоритмы решения динамических уравнений движения, основанные на современных методах интегрирования по времени. Выполнен спектральный и прямой динамический анализ отклика сейсмоизолированных зданий при различных типах сейсмических воздействий. Проведено сравнение результатов расчётов с традиционными методами проектирования, что позволило оценить эффективность применения сейсмоизоляции.

На основе выполненных численных экспериментов установлено, что применение систем сейсмоизоляции приводит к существенному снижению сейсмических усилий, перемещений и ускорений, а также к повышению надёжности и эксплуатационной безопасности зданий. Полученные результаты могут быть использованы при вариантном проектировании и расчёте сейсмостойких зданий и сооружений в сейсмоопасных районах.

Работа имеет научную и практическую значимость и может быть использована в научно-исследовательской деятельности, а также при подготовке

специалистов в области строительства и сейсмостойкого проектирования.

Основные научные результаты диссертации:

1. Разработаны математическая модель и алгоритм обеспечивают комплексный анализ динамического поведения сейсмоизолированных зданий при различных типах нагрузок, включая сейсмические воздействия, задаваемые акселерограммами реальных землетрясений [1-А], [2-А], [7-А], [9-А], [10-А], [13-А], [15-А], [16-А], [17-А], [18-А], [19-А], [22-А], [26-А], [37-А], [47-А], [48-А], [50-А], [51-А], [60-А], [61-А], [64-А], [68-А], [72-А], [73-А].

2. Применение фрикционно-маятниковых опор в качестве сейсмоизолирующей системы обеспечивает значительное уменьшение внутренних силовых факторов в конструктивных элементах по сравнению с традиционными несущими системами без сейсмозащиты [1-А], [2-А], [15-А], [16-А], [18-А], [19-А], [20-А], [23-А], [27-А], [34-А], [35-А], [39-А], [42-А], [47-А], [48-А], [61-А], [75-А], [79-А].

3. Разработанный алгоритм и компьютерная программа позволяют проводить численные эксперименты для анализа динамических характеристик зданий различных конструктивных схем с сейсмоизолирующим поясом при различных внешних воздействиях. Предложенная методика предоставляет возможность исследовать физическую модель фрагмента каркасного здания [4-А], [5-А], [8-А], [11-А], [14-А], [21-А], [28-А], [32-А], [33-А], [43-А], [44-А], [53-А], [63-А], [66-А], [83-А].

4. Разработаны математическая модель и компьютерная программа для исследования НДС модели сейсмоизолированного здания с учётом нелинейной работе резинометаллических опор. Показано, что применение сейсмоизоляции существенно снижает ускорение и относительный межэтажный сдвиг, однако при этом увеличивает абсолютное перемещение здания по сравнению с аналогичным объектом без сейсмоизоляции [1-А], [22-А], [23-А], [26-А], [27-А], [29-А], [32-А], [33-А], [38-А], [42-А], [47-А], [50-А], [55-А], [56-А], [68-А], [72-А], [74-А], [75-А], [82-А].

5. На основе метода последовательных аппроксимаций разработан вычислительный алгоритм для анализа динамической задачи с учётом сухого трения, позволивший исследовать влияние фрикционных сил на поведение конструкции. Исследовано влияние силы трения на динамическое поведение объекта [1-А], [6-А], [27-А], [35-А], [36-А], [50-А], [51-А], [55-А].

6. Метод сосредоточенных деформаций успешно адаптирован для решения динамических задач расчёта сейсмоизолированных зданий при сейсмических воздействиях. Разработанный программно-алгоритмический комплекс обеспечивает комплексное исследование как свободных, так и вынужденных колебаний защищённых конструкций при различных видах динамических нагрузок. Полученные результаты численного моделирования достоверно подтверждают высокую эффективность резинометаллических сейсмоизолирующих опор [1-А], [11-А], [12-А], [13-А], [15-А], [37-А], [39-А], [40-А], [41-А], [47-А], [53-А], [64-А], [65-А], [77-А], [78-А], [80-А], [81-А].

7. Предлагается динамическая расчётная модель многоэтажного каркасного здания с системой сейсмоизоляции, учитывающая продольных, поступательных, изгибных и крутильных перемещений масс методом сосредоточенных деформаций. Решение задачи о колебаниях сейсмоизолированного высотного здания, полученное на основе МСД, выявило возникновение высокочастотных горизонтальных колебаний при учёте крутильных воздействий на основание. Применение данного подхода позволяет проводить комплексный анализ динамического поведения сооружений при сложных многокомпонентных сейсмических воздействиях [1-А], [9-А], [10-А], [12-А], [19-А], [15-А], [22-А], [26-А], [30-А], [31-А] [36-А], [39-А], [42-А], [77-А], [78-А], [81-А].

8. Экономическая эффективность систем сейсмоизоляции становится особенно значительной при землетрясениях, превосходящих расчётные параметры, поскольку они существенно снижают повреждения несущих конструкций и дорогостоящего оборудования, что приводит к значительному уменьшению затрат на последующие восстановительные и усиливающие мероприятия [1-А], [24-А], [32-А], [38-А], [57-А], [58-А].

9. Применяя теорию подобия, были получены результаты моделирования плит и фрагмента многоэтажного здания как с учётом, так и без учёта сейсмоизоляции. Определены коэффициенты подобия, которые позволяют перенести данные с модели на оригинал объекта [1-А], [3-А], [6-А], [16-А], [18-А]. [22-А], [34-А], [54-А].

10. Создание эффективных сейсмостойких конструкций для сложных инженерно-геологических условий Таджикистана требует усовершенствования современных методов расчёта на сейсмические воздействия. В условиях г. Душанбе наиболее оптимальным решением доказано применение резинометаллических опор в качестве эффективной системы сейсмозащиты [1-А], [3-А], [6-А], [16-А], [20-А], [25-А], [49-А], [76-А], [82-А], [84-А],

## Рекомендации по практическому использованию результатов

Предложенные методики расчёта и разработанные компьютерные программы позволяют исследовать динамическое поведение многоэтажных зданий с учётом сейсмоизоляции и без неё при различных воздействиях, включая сейсмические. Эти материалы диссертации могут быть использованы конструкторами - расчётчиками проектных организаций при разработке проектов многоэтажных зданий различных конструктивных систем с учётом сейсмоизоляции и без неё, а также в научно-исследовательских работах.

Разработанный программный комплекс, реализующий метод сосредоточенных деформаций и прямой динамический анализ, внедрён в проектную практику ОАО НИПИ «САНИИОСП» и ГУП НИПИ «Душанбешахрсоз» для выполнения сравнительных расчётов каркасных зданий на сейсмические воздействия с учётом и без учёта сейсмоизоляции. Перспективное применение данной методики позволит оптимизировать проектные решения многоэтажных зданий по параметрам прочности и жёсткости, что обеспечить снижение стоимости строительства и сокращение сроков выполнения монтажных работ.

Разработанные компьютерные программы в дальнейшем будут использованы при расчёте и проектирование многоэтажных зданий различных конструктивных систем, включая здания, выполненные из пластинчатых систем. Научные результаты диссертационного исследования внедрены в образовательный процесс Таджикского технического университета имени академика М.С. Осими при подготовке магистрантов и докторантов PhD, а также применяются при экспертной оценке рабочих проектов многоэтажных каркасных зданий [приложение №1].

Получены авторские свидетельства на семь, разработанные компьютерных программ и малый патент № TJ 1453 от 04 декабря 2023 года [приложение №2]:

1. Программа численного моделирования сейсмоизолированного здания при многокомпонентном воздействии методом сосредоточенных деформаций;

2. Программа численного моделирования зданий с резинометаллическими опорами;

3. Программа численного решения динамической задачи сейсмоизолированного здания со скользящим поясом;

4. Программа численного решения статических и динамических задач балок методом сосредоточенных деформаций;

5. Программа расчета многоэтажных зданий на сейсмические воздействия методом сосредоточенных деформаций;

6. Программа расчёта многоэтажных зданий на сейсмические воздействия с учётом динамического гасителя;

7. Программа расчета балок на упругом основании методом сосредоточенных деформаций.

8. Малый патент № ТЈ 1453 от 04 декабря 2023 года на изобретение стенда для моделирования сейсмического воздействия на физической модели здание и сооружение.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Абдурашидов, К.С. Сейсмостойкость сооружений [Текст] / К.С. Абдурашидов, Я.М. Айзенберг, Т.Ж. Жунусов и др. - М.: Наука, 1989. - 192 с.

[2]. Абдурауфов, Х.Ш. Экспериментальные исследования моделей сооружений на динамические воздействия [Текст] / Х.Ш. Абдурауфов, П.А. Ясунов, Ф.Ф. Хакимов // Материалы республиканской научно-практической конференции «Повышение сейсмической безопасности городов и населённых пунктов», Душанбе, 2017. - С. 102 - 109.

[3]. Абрамов, Б.М. Динамический гаситель колебаний, вызываемых периодическими ударами [Текст] / Б.М. Абрамов, А.Б. Абрамов // Механика машин. - 1969. - Вып.20. - С. 103 -117.

[4]. Абу Лейл, М.А. Расчёт характеристик динамического взаимодействия фундамента с грунтом при сейсмическом или техногенном воздействии [Текст]: дисс. на соиск. учен. степ. к.т.н. / М.А. Абу Лейл. - Ростов-на-Дону, 2004. - 177с.

[5]. Айзенберг, Я.М. Сооружения с выключающимися связями для сейсмических районов [Текст] / Я.М. Айзенберг // М.: Стройиздат, 1976. - 229 с.

[6]. Айзенберг, Я.М. Методические рекомендации по проектированию сейсмоизоляции с применением резинометаллических опор [Текст] / Я.М. Айзенберг, В.И. Смирнов, Р.Т. Акбиев. - М.: РАСС, 2008. - 46 с.

[7]. Айзенберг, Я.М. и др. Адаптивные системы сейсмической защиты / Я.М. Айзенберг сооружений. - М.: Наука, 1978. - 248 с.

[8]. Айзенберг, Я.М. Сейсмоизоляция. Теория и реальное поведение при землетрясениях: сейсмоизоляция зданий и сооружений [Текст] / Я.М. Айзенберг // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2006. - №4. - С. 28 - 33.

[9]. Айзенберг, Я.М. Сейсмоизоляция высоких зданий [Текст] / Я.М. Айзенберг // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - М., 2004. - вып. 1. - С. 28 - 32.

[10]. Айзенберг, Я.М. Сейсмоизоляция и адаптивные системы сейсмозащиты [Текст] / Я.М. Айзенберг, М.М. Деглина, Х.Н. Мажиев // М.: Наука, 1983. - 141 с.

[11]. Акимов П. А. Дискретно-континуальные методы расчета строительных конструкций: дис. ... докт. техн. наук : 05.23.17 / П.А.Акимов; Москов. гос. стр. ун-т. - Москва, 2005. - 460 с

[12]. Алабужев, П.М. Теория подобия и размерностей. Моделирование. [Текст] / П.М. Алабужев, В.В. Геронимус, Л. М. Минкевич, Б.А. Шеховцов. - М.: Высшая школа, 1968. - 206 с.

[13]. Алексеев, А.М. О демпфировании колебаний импульсно-динамическим гасителем [Текст] / А.М. Алексеев // Проблемы прочности. -1972. - № 2. - С. 52-54.

[14]. Альберт, И.У. Методы количественной оценки надёжности системы «Основание - Фундамент - Сооружение» с устройствами сейсмоизоляции и сейсмозащиты [Текст]: дисс. док. техн. наук/ И.У. Альберт. - СПб. - 2011. - 195 с.

[15]. Аронов, Р.И. Испытание сооружений [Текст] / Р.И. Аронов. - М.: «Высш. школа», 1974.-187 с.

[16]. Баженов, В.Г. Численное моделирование задач взаимодействия сооружений с двухслойным грунтовым основанием при сейсмических воздействиях [Текст]/ В.Г. Баженов, Н.С. Дюкина, С.В. Зефилов, П.В. Лаптев Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сбор., 2005, вып. 67. - С. 162-167.

[17]. Бакл, И.Г. Сейсмическая изоляция: история, применение, производительность-мировой обзор [Текст] / И.Г. Бакл, Р.Л. Мейс // [Электронный ресурс] 160-201с., buckle1990.en.ru (дата обращения 29.12.2023).

[18]. Баренблатт, Г.И. Анализ размерностей [Текст] / Г.И. Баренблатт. - М.: МФТИ, 1987. -168 с.

[19]. Барштейн, М.Ф. Динамический расчёт зданий и сооружений [Текст] / М.Ф. Барштейн, В.А. Ильичев, Б.Г. Коренев и др. – М.: Стройиздат, 1984. –148 с.

[20]. Бартел, Краутер. Оптимизация временных характеристик динамического поглотителя колебаний [Текст] / К. Бартел // Труды Американского общества

инженеров – механиков. Конструирование и технология машиностроения. – 1971. – т. 93. – № 3. – С. 34–38.

[21]. Баскаков, С.И. Радиотехнические цепи и сигналы [Текст] / С.И. Баскаков. – М.: Высшая школа, 2000. – 462 с.

[22]. Бат, Маркус. Спектральный анализ в геофизике [Текст] / Маркус Бат. – М.: Недра, 1980. – 535 с.

[23]. Батэ, К. Численные методы анализа и метод конечных элементов [Текст] / К. Батэ, Р. Вильсон. - М. Стройиздат. 1982. – 447с.

[24]. Беляев, В.С. Устройства для сейсмоизоляции зданий, промышленных объектов и их оборудования [Текст] / В.С. Беляев, В.Д. Гуськов, В.Г. Долбенков, Ю.Л. Рутман // Вестник ИНЖЭКОНА. Серия технические науки. – 2007. – № 6 (19). – С.114–120.

[25]. Бенерджи, П. Метод граничных элементов в прикладных науках [Текст] / П. Бенерджи, Р. Баттерфилд. – М.: Мир, 1984. – 494с.

[26]. Бидерман, В.Л. Теория механических колебаний [Текст] / В.Л. Бидерман. – М.: «Высшая школа», 1980. – 408 с.

[27]. Бирбраер, А.Н. Расчёт конструкций на сейсмостойкость [Текст] / А.Н. Бирбраер. – СПб.: Наука, 1998. – 255 с.

[28]. Бирбраер, А.Н. Прочность и надёжность конструкций АЭС при особых динамических воздействиях [Текст] / А.Н. Бирбраер, С.Г. Шульман. - М.: Энергоатомиздат, 1989. - 304с.

[29]. Богданова, Г.А. Применение динамических гасителей колебаний с демпферами сухого трения в системах сейсмозащиты эксплуатируемых зданий [Текст]: автореф. дисс. канд. техн. наук / Богданова. – СПб, 2000. – 23с.

[30]. Болотин, В.В. Методы теории вероятностей и теории надёжности в расчётах сооружений [Текст] / В.В. Болотин. - М.: Стройиздат. 1982.

[31]. Болотин, В.В. Применение статистических методов для оценки прочности конструкций при сейсмических воздействиях [Текст] / В.В. Болотин // Инженерный сборник, т.27., М., Изд-во АН СССР, 1960. - С.55-65.

[32]. Болотин, В.В. Статистическое моделирование в расчётах на сейсмостойкость [Текст] / В.В. Болотин // Строительная механика и расчёт сооружений. 1981. - №1. - С. 60-64.

[33]. Болотин, В.В. Развитие нелинейных моделей для анализа динамической реакции, повреждения и разрушения конструкций при экстремальных воздействиях [Текст] / В.В. Болотин, В.П. Чирков, В.П. Радин, О.В. Трифонов // Изв. вузов. Строительство – 2005, №3. – С.4 – 11.

[34]. Бреббия, К. Методы граничных элементов [Текст] / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел // М.: Мир, 1987. – 524с.

[35]. Бубис, А.А. Методика расчёта здания с системой сейсмоизоляции в виде резинометаллических опор [Текст] / А.А. Бубис, А. Я. Юн, С.О. Петряшев, Н.О. Петряшев // Сейсмостойкое строительство. Безопасн. сооружений, 2012. – № 2. – С. 31–35.

[36]. Буйносов, А.П. Моделирование упрочнения стали бандажей при термообработке колёсных пар электровозов [Текст] / А.П. Буйносов, И.О. Шепелева // Научно - технический вестник Поволжья. – 2015. – № 2. – С. 86–89.

[37]. Быховский, В.А. К вопросу о надёжности и оптимальности сейсмостойкого строительства [Текст] / В. А. Быховский, И.И. Гольденблат // В кн. Сейсмостойкость зданий и инженерных сооружений. М., 1967.– С. 4 – 9.

[38]. Варданян, Х.Г. Исследование поведения слоисто резинометаллических опор сейсмоизоляции при сейсмических воздействиях [Текст]: Дисс. канд. техн. наук/ Х.Г. Варданян. – Ереван: 2017. – 167с.

[39]. Васидзу, К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности [Текст] / К. Васидзу // -М.: Мир, 1987. - 542с.

[40]. Васильев, А.П. Работа закладных деталей при совместном воздействии сдвигающих и нормальных сил [Текст] / А.П. Васильев, Н.И. Катин, Б.А. Шитиков // Промышленное строительство. – 1971. – № 7. – С. 19-22.

[41]. Ветошкин, В.А. Синтезированная модель сейсмического воздействия [Текст] / В.А. Ветошкин, // Расчёт сейсмостойкости энергетического оборудования. Сборник статей. Труды ЦКТИ. – 1984. – С. 41–52.

[42]. Веников, В. А. Теория подобия и моделирования (применительно к задачам электроэнергетики) [Текст] / В. А. Веников // – М.: Высшая школа, 1976. – 479 с.

[43]. Власов, В.З. Балки, плиты, оболочки на упругом основании [Текст] / В.З. Власов, Н.Н. Леонтьев // М.: Физматгиз, 1966.

[44]. Вознесенский, Е.А. Динамические свойства грунтов и их учет при анализе вибраций фундаментов разного типа [Текст] / Е.А. Вознесенский, // Геоэкология. 1993. №5. - С.37-65

[45]. Габбасов, Р.Ф. Численное построение разрывных решений задач строительной механики [Текст] / Р.Ф. Габбасов, А.Р. Габбасов, В.В. Филатов. - М.: Издательства АСВ, 2008. - 277с.

[46]. Габбасов, Р.Ф. Численное решение некоторых динамических задач строительной механики [Текст] / Р.Ф. Габбасов, Д.Н. Низомов // Строительная механика и расчёт сооружений. - М.: Стройиздат, 1985, №6. - С.51-54.

[47]. Габбасов, Р.Ф. Численное решение динамических задач теории пластин. – XI [Текст] / Р.Ф. Габбасов, Д.Н. Низомов // Internationaler Kongreß über Anwendungen der Mathematik in den Ingenieurwissenschaften. – Weimar, 1987. - С.22-25.

[48]. Галлагер, Р. Метод конечных элементов. Основы [Текст] / Р. Галлагер. - М.: Мир. - 1984. - 428 с.

[49]. Годунов, С.К. Разностные схемы [Текст] / С.К. Годунов, В.С. Рябенский // М.: Наука, 1973.

[50]. Голованов, А.И. Метод конечных элементов в механике деформируемых твёрдых тел [Текст] / А.И. Голованов, Д.В. Бережной // Казань, 2001. - 301с.

[51]. Гольденблат, И.И. Расчёт конструкций на действие сейсмических и импульсивных сил [Текст] / И.И. Гольденблат, Н.А. Николаенко. – М.: Госстройиздат. 1961. – 320 с.

[52]. Горбунов-Посадов, М.И. Расчёт конструкций на упругом основании [Текст] / М.И. Горбунов-Посадов, Т.А. Маликова, В.И. Соломин. - М.: Стройиздат, 1984. - 679с.

[53]. Городецкий, А.С. Численная реализация метода конечных элементов [Текст] / А.С. Городецкий. - Сопротивление материалов и теории сооруж., в. XX.- К.: Будивельник, 1973. - С. 31-42.

[54]. Горшков, А.Г. Динамические контактные задачи для абсолютно жестких тел и упругого полупространства [Текст] / А.Г. Горшков, Д.В. Тарлаковский //Препринт, МАИ, 1989.- 49с.

[55]. Готовский, Д. С. Дискретные математические модели в процессах динамического взаимодействия сложных технических сооружений с упругопластическими сейсмоизоляторами [Текст]/ Д. С. Готовский // дисс. канд. техн. наук, Иркутск, 2011. -141с.

[56]. Гухман, А.А. Введение в теорию подобия [Текст] / А.А. Гухман. – М.: «Высшая школа»,1973. – 296 с.

[57]. Гухман, А.А. Сущность теории подобия [Текст] / А.А. Гухман, Е.А. Ермакова. – М.: МИХМ, 1959. - 36 с.

[58]. Дарков, А.В. Строительная механика [Текст] / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Высшая школа, 1986. – 607 с.

[59]. Дарков, А.В. Сопротивление материалов [Текст] / А.В. Дарков, Г.С. Шапиро. - М.: «Высшая школа», 1969. – 734 с.

[60]. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики [Текст] / Б.П. Демидович, И.А. Марон. - М.: 1970. - 664с.

[61]. Денисов, Б.Е. Мощные виброплатформы для исследования сейсмостойкости на моделях [Текст] / Б.Е. Денисов, Ю.Е. Тябликов // В сб.: «Сейсмостойкость зданий и инженерных сооружений». – М.: Стройиздат, 1972. – С.171–181.

[62]. Деркачёв, А.А. Методы регуляризации некорректных задач теории сейсмических нагрузок [Текст] / А.А. Деркачёв. - Душанбе: «Дониш», 1972.-352с.

[63]. Дергачев, А.А. Современные проблемы инженерной сейсмологии и теории сейсмостойкости [Текст] / А.А. Дергачев, С.Х. Негматуллаев. - Душанбе, «Дониш», 1975- 145с.

[64]. Джинчвелашвили, Г.А. Эффективность применения сейсмоизолирующих опор при строительстве зданий и сооружений [Текст] / Г.А. Джинчвелашвили, О.В. Мкртычев // Транспортное строительство. - М., 2003. - №9. - С.15 –19.

[65]. Додонов, М.И. Развитие и применение метода сосредоточенных деформаций к расчёту проёмных диафрагм многоэтажных зданий [Текст] / М.И. Додонов // Строительная механика и расчёт сооружений, 1984. - № 6. - С. 65 - 69.

[66]. Додонов, М.И. Расчёт изгибаемых пластин методом сосредоточенных деформаций [Текст] / М.И. Додонов // Строител. механика и расчёт сооружений, 1986. – №2. – С. 22–25.

[67]. Додонов, М.И. Развитие расчётных моделей дисков сборных железобетонных перекрытий при действии на них горизонтальной (ветровой) нагрузки [Текст] / М.И. Додонов, И. Каландарбеков // ВНИИИС Госстроя СССР, Ред. Журнал. Строительство и архитектура, 1983. - серия 11. - вып. 9. - № 4058. - 20 с.

[68]. Додонов, М.И. Расчёт железобетонных стержневых элементов по деформированной схеме [Текст] / М.И. Додонов Т.А. Мухамедиев, В.Х. Кунижев, Г.Д. Адыракаева // Строительная механика и расчёт сооружений, 1987. – №4. – С.13 – 16.

[69]. Дроздов, П.Ф. Конструирование и расчёт несущих систем многоэтажных зданий [Текст] / П.Ф. Дроздов // Издание 2-е перераб. и доп. - М.: Стройиздат, 1977, 223с.

[70]. Дроздов, П.Ф. Проектирование и расчёт многоэтажных гражданских зданий и их элементов [Текст] / П.Ф. Дроздов, М.И. Додонов, Л.Л. Панышин, Р.Л. Саруханян. -М.: Стройиздат, 1986. –351с.

[71]. Дукарт, А.В. Задачи теории ударных гасителей колебаний [Текст] / А.В. Дукарт. - М.: АСВ, 2006. - 205 с.

[72]. Дюкина, Н.С. Численное моделирование взаимодействия заглубленных сооружений с грунтовым основанием при сейсмических воздействиях [Текст]: -

дисс. на соиск. учен. степ. кан. физ. мат наук/ Н.С. Дюкина. - Нижний Новгород, 2009. - 118с.

[73].Елизаров, С.В. Особенности применения метода случайного моделирования в задачах расчёта сейсмоизоляции сооружений [Текст] / С.В. Елизаров // Сборник трудов Международной конференции: Проблемы прочности материалов и сооружений на транспорте. - 2008. - С. 100 - 104.

[74].Ержанов, С.Е. Расчёт сейсмоизолирующей системы с демпфером сухого трения [Текст] / С.Е. Ержанов // Сейсмостойкое строительство, 1980. – Сер. 14. – вып. 6. – С. 5 – 7.

[75].Жунусов, Т.Ж. Экспериментальные исследования железобетонного каркаса с безбалочными перекрытиями из сейсмоизолирующих опорах [Текст] / Т.Ж. Жунусов, Ю.Г. Шахнович И.Г. Горовиц, А.Н. Королёв // – Экспресс – информ. – ВНИИИС Госстроя СССР, 1984. – Сер. 14. – вып. 7.– С. 15 – 20.

[76].Жунусов, Т.Ж. Исследования каркасного здания на сейсмоизолирующих опорах [Текст] / Т.Ж. Жунусов, Ю.Г. Шахнович, И.Г. Горовиц, А.Н. Королёв. – Бетон и железобетон, 1985. – №7. – С. 42 – 43.

[77].Завриев, К.С. и др. Основы теории сейсмостойкости зданий и сооружений [Текст] / К.С. Завриев, А.Г. Назаров // М.: Стройиздат, 1970. - 224 с.

[78]. Закон Республики Таджикистан «О сейсмической безопасности» [Текст] / Душанбе, 2017. - 22 с.

[79].Зенкевич, О.К. Метод конечных элементов в технике [Текст] / О.К. Зенкевич, // - М.: Мир, 1975. - 240с.

[80].Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация [Текст] / О., К. Зенкевич, Морган. - М.: Мир, 1986. – 318 с

[81].Зенкевич, О.К. Метод конечных элементов: от интуиции к общности [Текст] / О.К. Зенкевич // Сб. переводов «Механика», М.: Мир, №6, 1970. - С. 90-103.

[82].Золотухин, Ю.Д. Испытание строительных конструкций [Текст]/ Ю.Д.Золотухин. - Минск, Выс. школа, 1983. - 208 с.

[83].Йованович, П. Статика сооружений в матричной форме [Текст] / П. Йованович. - М.: Стройиздат, 1984. - 271с.

[84].Каландарбеков, И. Железобетонные диски перекрытий многоэтажных каркасных зданий из плит безопалубочного формования [Текст]: дисс. канд. техн. наук/ И. Каландарбеков. - М., 1985. - 209 с.

[85].Каландарбеков, И. Развитие метода сосредоточенных деформаций применительно к расчётам конструкций с учётом податливости соединений [Текст]: дисс. докт. техн. наук/ И. Каландарбеков. - М., 2009. - 425 с.

[86].Каландарбеков, И. Метод сосредоточенных деформаций в решении динамических задач плоских стержневых конструкций [Текст] / И. Каландарбеков //Докл. АН Республики Таджикистан. - 2006. - Т.50. - №5. - С. 483 - 490.

[87].Каландарбеков, И. Применение метода сосредоточенных деформаций к динамическим нелинейным задачам [Текст] / И. Каландарбеков //Известия АН Республики Таджикистан. Отд. физ.-мат., хим. и геол. наук - 2007. - №3(128). - С. 69 - 78.

[88].Каландарбеков, И. Решение динамической задачи пластинчатой системы. [Текст]/ И. Каландарбеков//Вестник Московского государственного строительного университета, №4, 2008. - С. 88-92.

[89].Каландарбеков, И. Метод сосредоточенных деформаций в решении задач теории сейсмостойкости [Текст] / И. Каландарбеков//Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. Москва, № 1, 2009. - С. 22-24.

[90].Каландарбеков, И. Исследование сейсмической реакции здания методом сосредоточенных деформаций [Текст] / И. Каландарбеков //Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. Москва, № 3, 2009. - С. 27-28.

[91].Каландарбеков, И.К. Сравнительный анализ различных типов сейсмоизоляции в многоэтажных зданиях [Текст] / И.К. Каландарбеков, Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков // Известия АН РТ. Отд. физ - мат., хим., геолог. и техн. наук, 2016. - №4 (165). - С. 58 – 64.

[92].Каландарбеков, И.К. Иновационные методы защиты зданий от землетрясений [Текст] / И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков, Д.Н. Низомов //

Известия Академия наук Республики Таджикистан, Душанбе. – 2018, №1(170). – С. 64 – 72.

[93]. Каландарбеков, И.И. Сейсмоизоляция как средств защиты зданий от землетрясений [Текст] / И.И. Каландарбеков, И.К. Каландарбеков, Д.Н. Низомов // Наука и инновация, ТГНУ, 2017. - С. 133 - 136.

[94]. Каландарбеков, И. Исследование влияния сухого трения в здании со скользящим поясом [Текст]/ И. Каландарбеков, Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков М.Б. Марамов // Научно-технический журнал Машиноведение - Бишкек, Республика Кыргызистан, 2022. - С. 93- 104.

[95]. Каландарбеков, И.И. Численное моделирование зданий с учётом сейсмоизоляции [Текст]: дисс. канд. техн. наук / И.И. Каландарбеков. - Душанбе, 2019. - 209 с.

[96]. Каландарзода, И.И. Критерии подобия как результат преобразования дифференциальных уравнений для моделирования строительных конструкций [Текст] / И.И. Каландарзода // Наука и инновация. Серия геологических и технических наук. ТНУ Душанбе, 2025. № 3. - С. 99-106. ISSN: 2664-1534

[97]. Каландарбеков, И.И. Исследование свободных колебаний сейсмоизолированного здания на основе линейной модели [Текст] / И.И. Каландарбеков // Наука и инновация. Серия геологических и технических наук. ТНУ Душанбе, 2025, № 2. - С. 92-98. ISSN: 2664-1534

[98]. Каландарбеков, И.И. Динамический расчёт рам методом сосредоточенных деформаций [Текст]/ И.И. Каландарбеков // Известия НАН Таджикистана. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. Душанбе: НАНТ, 2024, № 3 (196). - С. 67-74.

[99]. Каландарбеков, И.И. Моделирование каркасных зданий с элементами сейсмоизоляции на основе теории подобия [Текст]/ И.И. Каландарбеков // Доклады НАНТ 2023, том 66. № 7-8. - С. 434-438.

[100]. Каландарбеков, И.И. Исследование динамической модели здания с дискретными параметрами при гармоническом колебании основания [Текст]/ И.И.

Каландарбеков // Политехнический вестник. Серия: Инженерные исследования. Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2022, № 3 (59). - С. 121-127.

[101]. Каландарбеков, И.И. О некоторых полученных результатах экспериментальных исследований физической модели здания из железобетона. [Текст]/ И.И. Каландарбеков // Научный журнал. Политехнический вестник, Серия инженерные исследования. Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2022, №1 (57). - С.142-148. ISSN 2520-2227

[102]. Каландарбеков, И.И. Анализ точности и сходимости метода сосредоточенных деформаций [Текст]/ И.И. Каландарбеков // Известия НАНТ. Отделение физико - математических, химических, геологических и технических наук. - Душанбе: НАНТ, 2022, № 3(188) – С.143-151. ISSN 0002-3485

[103]. Карман, Т. Математические методы в инженерном деле [Текст] / Т. Карман, М. Био. - М.: Гостехиздат, 1946. - 423 с.

[104]. Карпенко, Н.И., построению общей методики расчёта статически неопределимых стержневых железобетонных конструкций на основе метода конечных элементов [Текст] / Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиев, М.А. Сапожников // Строительная механика и расчёт сооружений. - 1990. - №2. - С. 55 - 61.

[105]. Карпилевский, В.С. SCAD OF-FICE. Интегрированная система анализа конструкций [Текст] / В.С. Карпилевский, Э.З. Криксунов, М. А. Микитаренко и др. - М.: АСВ, 2003. - 255с.

[106]. Квартальный информационно - аналитический «Сборника средних сметных цен в строительстве в Республики Таджикистан» [Текст] / №4. - 2021. - 477с.

[107]. Кибец, А.И. Моделирование нелинейных нестационарных задач динамики пространственных конструкций МКЭ [Текст]: дисс. на соиск. уч. степени д. ф.- м.н./ А.И. Кибец, Нижний Новгород, 2001. - 347 с.

[108]. Килимник, Л.Ш. Анализ работы зданий со скользящим поясом с использованием многомассовой расчётной модели [Текст] / Л.Ш. Килимник, Л.Л. Солдатова, Л.И. Ляхина // Строительная механика и расчёт сооружений, 1986. - №6. - С. 69 -73.

[109]. Кирпичев, М.В. Беседы о механике [Текст] / М.В. Кирпичев. - М.-Л.: Гостехиздат, 1951. - 360 с.

[110]. Кирпичев, М.В. Теория подобия [Текст] / М.В. Кирпичев. - М.: Изд-во АН СССР, 1953. - 96 с.

[111]. Кирпичев, М.В. Математические основы теории подобия [Текст] / М.В. Кирпичев, П.К. Конаков. - М.: Изд-во АН СССР, 1949. - 103 с.

[112]. Киселев, Ф.Б. Численное моделирование в задачах механики грунтов [Текст]: дисс. на соиск. учён. степени к.ф.-м.н. / Ф.Б. Киселев. - Москва, 2006. - 135с

[113]. Клайн, С. Дж. Подобие и приближенные методы [Текст] / С. Дж Клайн. - М.: «Мир», 1968. – 302 с.

[114]. Клаф, Р. Динамика сооружений [Текст] / Р. Клаф, Дж. Пензиен. - М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.

[115]. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Текст] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: «Наука», 1976. – 543 с.

[116]. Коренев, Б.Г. Динамический расчёт сооружений на специальные воздействия [Текст] / Б.Г. Коренев И.М. Рабинович. - М: Стройиздат, 1981. – 232 с.

[117]. Коренев, Б.Г. Динамические гасители колебаний. Теория и технические приложения [Текст] / Б.Г. Коренев, Л.М. Резников. - М.: Наука, 1988. – 304 с.

[118]. Колесников, А.О. Совершенствование метода расчёта колебаний свайного фундамента с учётом взаимодействия ростверка с грунтом [Текст]: дисс. на соискание учений степени к.т.н. / А.О. Колесников. - Новосибирск, 2005.

[119]. Коромышкин, В.В. Влияние динамического гасителя на распределение областей параметрического и комбинационного резонанса простейшей системы с периодически изменяющейся жёсткостью [Текст] / В.В. Коромышкин // Труды Московского института электронного машиностроения. – 1974. – Вып. 39. – С. 51 – 60.

[120]. Котляр, Н.Л. Исследование деформаций стыков соединений каркасных конструкций. Исследование прочности и расчёт конструкций многоэтажных

зданий [Текст] / Н.Л. Котляр, Б.В. Соловьёв-Холмогоров// М.: МНИИТЭП, 1970. - С. 171-185.

[121]. Крамаренко, Н.В. Обзор способов вывода критериев подобия в механике [Текст] / Н.В. Крамаренко. – Вестник Самарского государственного технического университета, 2021, т.25, №1.- С. 163-192.

[122]. Крауч, С. Метод граничных элементов в механике твёрдого тела [Текст] / С. Крауч, А. Старфилд. - М.: Мир, 1987.-328с.

[123]. Кузнецов, С. В. Волны Лэмба в анизотропных средах: шестимерный формализм Коши // Математическое моделирование. - 2017. - Т. 29, № 10. - С. 86 - 94.

[124]. Кузнецова, И.О. Сейсмоизоляция – способ проектирования сооружений с заданными параметрами предельных состояний и сценариев накопления повреждений [Текст] / И.О. Кузнецова, А.М. Уздин, С.А. Шульман, Ван Хайбинь // Избранные статьи профессора О. А. Савинова и ключевые доклады, представленные на VI Савиновских чтениях. – 2010. – С. 105 – 120.

[125]. Ле Тхи Тху Хуэн. Исследование сейсмоизолируемого здания с применением заменяемых резинометаллических сейсмоизоляторов [Текст] / Ле Тхи Тху Хуэн. - дисс. канд. техн. наук, МГСУ. – М., 2010. – 135 с.

[126]. Ляхов, Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах [Текст] / Г.М. Ляхов. - М.: Наука. 1982. -288с.

[127]. Мажиев, К.Х. Исследование конструкций и материалов сейсмоизолирующего устройства для повышения сейсмостойкости зданий и сооружений [Текст]: автореф. дисс. на соис. учён. степ. канд. техн. наук / К.Х. Мажиев. - Ростов – на – Дону, 2016. – 23с.

[128]. Мамин, А.Н. Сопротивление перекрытий из плит безопалубочного формования кручению и деформированию в плоскости [Текст]: автореф. дисс. канд. техн. наук/ А.Н. Мамин. - М. -1986. - 20с.

[129]. Масленников, А.М. Динамический расчёт систем с сейсмоизолирующим скользящим поясом с нелинейным демпфированием [Текст]

/ А.М. Масленников, Нгуен Куок Донг// Промышленное и гражданское строительство, 2010. – №5. – С. 57 – 58.

[130].Медведев, С.В. Инженерная сейсмология [Текст] / С.В. Медведев //М.: Госстройиздат, 1962. —284 с.

[131].Мкртычев, О.В. Анализ влияния грунтовых условий на эффективность сейсмоизоляции в виде резинометаллических опор [Текст] / О.В. Мкртычев, А.А. Бунов // Промышленное и гражданское строительства, 2014, №6. - С. 71-74.

[132].Мкртычев, О.В. Проблемы учёта нелинейностей в теории сейсмостойкости. (гипотезы и заблуждения) [Текст] / О.В. Мкртычев, Г.А. Джинчвелашвили. - Монография. МГСУ, 2012, 192с.

[133].Мкртычев, О.В. Надёжность железобетонных зданий с системой сейсмоизоляции в виде резинометаллических опор при землетрясении [Текст] / О.В. Мкртычев, А.А. Бунов. - М.: Издательство АСВ, 2016. - 121 с.

[134].Мкртычев, О.В. Методика моделирования наиболее неблагоприятных акселерограмм землетрясений [Текст]/ О.В. Мкртычев, А.А. Решетов // Промышленное и гражданское строительства, 2013, №9. - С. 24-26.

[135].Мондрус, В. Л. Статистические характеристики сейсмических волн в случайно-неоднородной упругой среде: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.03 / В.Л. Мондрус; Моск. инж. - строит. ин-т им. В. В. Куйбышева. - Москва, 1988. -179 с.

[136].Назаров, А.Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил [Текст] / А. Г. Назаров. - Ереван, 1959. - 286 с.

[137].Назаров, А.А. Основы теории подобия и моделирования [Текст] / А.А. Назаров // Терминология. Сборник рекомендуемых терминов/ вып 88. М.: Наука, 1973. -50с.

[138].Негматуллаев, С.Х. Системы активной сейсмозащиты зданий и сооружений и возможности их экспериментального исследования на полигоне Ляур [Текст] / С.Х., Негматуллаев, А.И. Золотарёв. – Душанбе, Дониш, 1986. – 80 с.

[139].Немирович-Данченко, М.М. Модель гипопругой хрупкой среды и ее применение в сейсмике [Текст]: дисс. на соискание учен. степени д.ф.-м.н. / М.М. Немирович-Данченко, Новосибирск, 2004. - 217с.

[140].Немчинов, К.Ш. Опыт гашения колебаний конструкций зданий и их элементов [Текст] / К.Ш. Немчинов // Строительная мех. и расчёт сооружений. – 1984. – №1. – С. 68 – 70.

[141].Низомов, Д.Н. Метод граничных уравнений в решении статических и динамических задач строительной механики [Текст]/Д.Н. Низомов - М.: Издательство АСВ, 2000. - 282с.

[142].Низомов, Д.Н. Численное моделирование задачи взаимодействия сооружения с основанием [Текст] / Д.Н. Низомов // Известия АН РТ, т.55, № 9, 2012. - С. 733-741.

[143].Низомов, Д. Н. Численное решение динамических задач по расчёту систем с конечным числом степеней свободы [Текст] / Д.Н. Низомов // Сб. науч. тр. «Строительство и архитектура» - Душанбе, ТПИ. - Вып. 1, 1992. - С. 21 - 26.

[144].Низомов, Д.Н. О численном решении динамической задачи пластинки [Текст] / Д.Н. Низомов // Доклады АН РТ, 1985, №8. – С. 483-485.

[145].Низомов, Д.Н. Численные методы решения динамических задач строительной механики [Текст] / Д.Н. Низомов// Известия АН РТ - Душанбе, 1993, № 1. - С. 62-72.

[146].Низомов, Д. Н. Методы прямого интегрирования дифференциальных уравнений движения дискретных систем [Текст] / Д.Н. Низомов // Сб. науч. трудов. «Строительство и архитектура», вып. 2 - Душанбе, ТПИ, 1992. - С. 39 - 46.

[147].Низомов, Д.Н. Численное моделирование динамических задач по расчёту сейсмоизолированных зданий [Текст] / Д.Н. Низомов // Материалы международной научной конференции. - НАНТ, Душанбе, 14-15 сентября 2020. - С. 62-70.

[148].Низомов, Д.Н. Анализ сейсмического риска многоэтажного здания на основе расчёта с учётом упругопластических деформаций [Текст] / Д.Н. Низомов // В сб.: Снижение сейсмического риска зданий и сооружений г. Алма - Аты при

сильных землетрясениях, 2007. - С. 194-200.

[149]. Низомов, Д.Н. Метод сосредоточенных деформаций в решении статических и динамических задач строительной механики [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков // Душанбе: Ирфон. - 2005. - 289 с.

[150]. Низомов, Д.Н. Метод сосредоточенных деформаций в решении одномерных динамических задач [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков // ДАН Республики Таджикистан. - 2006. - Т.49. - №3. - С. 284-288.

[151]. Низомов, Д.Н. Динамический расчёт многоэтажных зданий на основе метода сосредоточенных деформаций [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков // Известия АН Республики Таджикистан. - 2007. - №1(126). - С. 98-106.

[152]. Низомов, Д.Н. Метод сосредоточенных деформаций в решении статических задач теории упругости [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков // Известия АН Республики Таджикистан. - 2007. - №2 (127). - С. 98-106.

[153]. Низомов, Д.Н. Численное моделирование динамической системы «платформа - модель - здания» [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Вестник гражданских инженеров. - Санкт - Петербург, 2018. - №3(68). - С. 66 - 72.

[154]. Низомов, Д.Н. Метод сосредоточенных деформаций. [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков // Душанбе, Издательство «Дониш», 2015. - 436с.

[155]. Низомов, Д.Н. Сравнительный анализ методов сосредоточенных деформаций и конечных элементов [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков // Известия АН РТ, отдел. физ- мат, хим, геол. и техн. наук, №1(158), 2015. - С. 84-92.

[156]. Низомов, Д.Н. Исследование реакции виброплатформы при действии динамической нагрузки общего вида [Текст] / Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, // Материалы республиканской научно-практической конференции «Повышение сейсмической безопасности городов и населённых пунктов» (г. Душанбе, Комитет по архитектуре и строительству при Правительстве РТ), Душанбе, 2017. - С. 49 - 55.

[157]. Низомов, Д.Н. Спектры сейсмических колебаний на воздействие в виде заданной акселерограммы [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Доклады АН РТ, 2017. - Т. 60. - №3 - 4. - С. 151-156.

[158]. Низомов, Д.Н. Численное моделирование динамических задач по расчёту зданий с учётом сейсмоизоляции [Текст] / Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, И. Каландарбеков. - Душанбе, «Дониш», 2025. - 286с.

[159]. Низомов Д.Н. Численный анализ модели сейсмоизолированного многоэтажного здания [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков, А.А. Ходжибоев // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - Москва, 2017. - №3. - С. 16 - 20.

[160]. Низомов, Д.Н. Численное моделирование сейсмоизолированных зданий с сухим трением [Текст] / Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // - ДАН РТ, 2018, т.61, №1. - С. 47-53.

[161]. Низомов, Д.Н. Исследование свободных колебаний сейсмоизолированных зданий с учётом кручения и поворота инерционных масс [Текст] / Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, И.К. Каландарбеков // Научный журнал. Душанбе, Политехнический вестник, Серия инженерные исследования, №4(44). - 2018. - С. 165 -170.

[162]. Низомов, Д.Н. Сравнительный анализ методов сейсмоизоляции на примере системы с одной степенью свободы [Текст] / Д.Н. Низомов, В.М.Аброимов // Политехнический вестник. Серия Инженерные исследования. №2 (46) - 2019. - С. 138-143.

[163]. Низомов, Д.Н. Исследование сейсмических колебаний сейсмоизолированных зданий при многокомпонентном сейсмическом воздействии. [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Труды института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии. Выпуск 3. Душанбе, 2020. - С. 249-255.

[164]. Низомов, Д.Н. Динамические характеристики железобетонных высотных сооружений [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков, Ш.Ш. Шарипов, И.И. Каландарбеков // Политехнический вестник. Серия инженерных

исследования. - Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2020, №4(52). - С. 117-122.

[165]. Низомов, Д.Н. Об оценке зависимости между коэффициентом допускаемых повреждений и пластичности в рамках спектральной теории сейсмостойкости [Текст]/ Д.Н., Низомов, И. Каландарбеков, Ш.Ш. Шарипов, И.И. Каландарбеков // Политехнический вестник. Серия инженерных исследования, - Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2020, №4(52). - С. 117-122.

[166]. Низомов, Д.Н. О методах расчёта несущих систем многоэтажных зданий на основе дискретных моделей. [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Известия НАНТ. Отделение физико - математических, химических, геологических и технических наук. - Душанбе: НАНТ, 2021, № 4(185). - С. 110-117.

[167]. Низомов, Д.Н. Экспериментальные исследования на модели сейсмоизолированного здания. [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Научный журнал. Политехнический вестник, Серия инженерные исследования. Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2022, №2 (58). - С. 152-157.

[168]. Низомов, Д.Н. Математическое моделирование зданий с учётом работы резинометаллических опор. [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Вестник ТТУ. - Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2022, №1. - С. 121- 127.

[169]. Низомов, Д.Н. Моделирование статических и динамических задач балок. [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Политехнический вестник. Серия: Инженерные исследования. - №4 (60) - 2022. Душанбе: - С. 122-125.

[170]. Низомов, Д.Н. Моделирование сейсмоизолированных зданий на основе теории подобия [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Известия НАНТ. Отделение физико - математических, химических, геологических и технических наук. - Душанбе: НАНТ, 2023, № 1(190). - С.109-116.

[171]. Низомов, Д.Н. Численное моделирование сейсмоизолированных зданий [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, И.К. Каландарбеков //

Известия НАНТ. Отделение физико – математических, химических, геологических и технических наук. - Душанбе: НАНТ, 2023, № 2(191). - С.133-140.

[172]. Низомов, Д.Н. Исследование напряженно-деформированного состояния плоской задачи теории упругости методом сосредоточенных деформаций. [Текст] / Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков, Д.Дж. Исвалиев, И.И. Каландарбеков // Доклады национальной академии наук Таджикистана. 2024. - том 67. - №9-10. - С. 471-478.

[173]. Низомов, Д.Н. Численное решение динамической задачи пластин методом сосредоточенных деформаций [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, Д.Дж. Исвалиев, И.И. Каландарбеков // Политехнический вестник. Серия: Инженерные исследования. - №4 (68) - 2024. - С. 184-188.

[174]. Низомов, Д.Н. Численное решение динамической задачи дисков перекрытий методом сосредоточенных деформаций. [Текст] / Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, Д.Дж. Исвалиев, И.И. Каландарбеков // Политехнический вестник. Серия: Инженерные исследования. - №3 (67) - 2024. - С. 96-101.

[175]. Низомов, Д.Н. Численное решение задачи со скользящим поясом в системе «платформа - модель здания». [Текст] / Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Международной научно-практической конференции «Новые направления развития науки в технических отраслях» Таджикский технический университет им. акад. М.С.Осими. Душанбн, 10-11 октября 2024 г. - С. 152-160.

[176]. Низомов, Д.Н. Исследование системы «виброплатформа-модель здания» от действия вибрационной нагрузки. [Текст] / Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков, Р.Ш. Каримов // Труды института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии. Выпуск 5. - 2024. - С. 200-208.

[177]. Низомов, Д.Н. Исследование задачи теории сейсмоизоляции на основе нелинейной модели BOUC-WEN. [Текст] / Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Труды института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии. Выпуск 5. - 2024. - С. 220 -229.

[178]. Низомов, Д.Н. Моделирование задач строительной механики на основе теории подобия. [Текст] / Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Доклады НАН Таджикистана. - 2023. Т.66.- № 1-2. - С. 80-88.

[179]. Низомов, Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И. Международная научно-техническая конференции на тему «Сейсмическая безопасность зданий и сооружений». [Текст] / Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Оценка реакции изолированной суперструктуры на сейсмические воздействия Ташкентский архитектурно-строительный университет, 25-26.10.2023, Узбекистан, Ташкент, 2023. - С. 38- 42.

[180]. Низомов, Д.Н. Моделирование изгиба плит с защемлёнными краями методом сосредоточенных деформаций [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, И.К. Каландарбеков // Известия НАН Таджикистана. Отделение физико - математических, химических, геологических и технических наук. - Душанбе: НАНТ, 2024, № 2 (195). - С. 25-31.

[181]. Низомов, Д.Н. Моделирование системы «платформа - модель здания» [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // Моделирование системы «платформа – модель здания». НАУКА и ТЕХНИКА. Минск. Республика Белорус. 2025, 24(4). – С. 297-306.

[182]. Низомов, Д.Н. Амплитудные спектры различных землетрясений. [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарзода// Политехнический вестник, Серия «Инженерные исследования». Душанбе, №2 (70), 2025. - С. 188-195.

[183]. Низомов, Д.Н. Модели и методы анализа динамических задач взаимодействия здания с грунтовым основанием при сейсмическом воздействии. [Текст] / Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарзода // Политехнический вестник, Серия «Инженерные исследования». Душанбе, №3 (71), 2025. - С. 144-151.

[184]. Низомов, Д. Н. Численное моделирование системы «платформа-модель здания» с сейсмоизолирующим поясом [Текст]/ Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков // «Вестник гражданских инженеров» - Санкт-Петербург,

2025, № 3 (110). - С. 60-67.

[185]. Низомов, Д.Н. Построение спектров кинематических реакций. [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков, А.Ш. Шарифзода // Сб. трудов Инженерной Академии, 2025. - С. 148-155.

[186]. Низомов, Д.Н. Численное моделирование обратного преобразования Фурье [Текст]/ Д.Н.Низомов, И.К.Каландарбеков, И.И.Каландарбеков // Доклады НАНТ 2025, том 68, №5. - С. 496-504.

[187]. Низомов, Д.Н. Экспериментальные исследования моделей железобетонных балок на основе теории подобия [Текст]/ Д.Н.Низомов, И.К.Каландарбеков, У.М.Махмадиев, И.И.Каландарбеков, И.Ш.Ашуров// Доклады НАНТ 2025, том 68, №6. - С. 578-587.

[188]. Низомов, Д.Н. Моделирование сейсмоизолированных зданий. [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, Р.Ш. Каримов, И.И. Каландарбеков, А.М. Сангинов// Труды института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии. Вып. 6, 2025. - С. 211-217.

[189]. Низомов, Д.Н. Теория подобия и моделирование при исследовании строительных конструкций зданий и сооружений. [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков, // Труды института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии. Вып. 6, 2025. - С. 218-224.

[190]. Низомов, Д.Н. Моделирование взаимодействия здания с основанием методом сосредоточенных деформаций. [Текст]/ Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков, // Труды института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии. Вып. 9, 2025. - С. 307-311.

[191]. Низомов, Д.Н. Численное построение спектров сейсмических колебаний [Текст]/ Д.Н.Низомов, И.К.Каландарбеков, И.И.Каландарбеков// Доклады НАНТ 2025, том 68, №6. - С. 588-597.

[192]. Ньюмарк, Н. Основы сейсмостойкости строительства [Текст] / Н. Ньюмарк, Э. Розенблюэт //Пер. с англ. Г. Ш. Подольского; под. ред. Я. М. Айзенберга. – М. Стройиздат, 1980. – 344 с.

[193]. Оден, Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных

сред. [Текст] / Дж. Оден // М.: Мир, 1976. - 464с.

[194]. Окамота, Ш. Сейсмостойкость инженерных сооружений [Текст] / Ш.Окамота// – М.: Стройиздат, 1980. – 344с.

[195]. Омаров, Х.М. Оптимальные параметры систем активной сейсмозащиты сооружений с резинометаллическими опорами [Текст]: дисс. на соис. учен. степ. канд. техн. наук/ Ш. Окамота. – Махачкала, 2015. – 152 с.

[196]. Ормонбеков, Т., Слоистые эластомерные конструкции [Текст] / Т. Ормонбеков, У. Бегалиев, Г.Максимов // - Бишкек, Издательский центр «МОК», 2004. - 144 с.

[197]. Основы теории сейсмостойкости зданий и сооружений [Текст] / К.С. Завриев, А.Г. Назаров и др. - М.: Стройиздат, 1970.

[198]. Основы теории подобия и моделирования. Терминология. [Текст] / Сборник рекомендуемых терминов / Вып. 88. М.: Наука, 1973. 50 с.

[199]. Островская, Н.В. Метод расчёта и оптимизации параметров пластических демпферов в системах сейсмоизоляции [Текст]: дисс. на соиск. учён. степ. канд. техн. наук/ Н.В. Островская. - Санкт - Петербург, 2015. - 127 с.

[200]. Остроумов, Б.В. Исследования, разработка и внедрение высотных сооружений с гасителями колебаний [Текст]: дисс. док. техн. наук/ Б.В. Остроумов. - М., 2003. - 425с.

[201]. Павлык, В.Г. Принцип проектирования сейсмостойких зданий с повышенными диссипативными свойствами [Текст] / В.Г. Павлык // Материалы Всесоюзного совещания по проектированию и строительству сейсмостойких зданий и сооружений. - Фрунзе. - 1971. - С. 210 -218.

[202]. Пановко, Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара [Текст] / Я.Г. Пановко // Л., Машиностроение. – 1976. – 321 с.

[203]. Пановко, Я.Г. Введение в теорию механических колебаний [Текст] / Я.Г. Пановко. – М., Наука. – 1991. – 224 с.

[204]. Пастернак, П.Л. Основы нового метода расчёта фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели [Текст] / П.Л. Пастернак. - М.: Госстройиздат, 1964.

[205]. Поляков, В.С. К вопросу об эффективности динамического гасителя колебаний при сейсмических воздействиях [Текст] / В.С. Поляков // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1980. – №5. – С. 49 – 53.

[206]. Поляков, С.В. Сейсмостойкие конструкции зданий [Текст] / С.В. Поляков. - М., Высшая школа, 1983. - 304 с.

[207]. Поляков, С.В. Современные методы сейсмозащиты зданий [Текст] / С.В. Поляков, Л.Ш. Килимник, А.В. Черкашин - М.: Стройиздат, 1989. - 320 с.

[208]. Поляков, Л.П. Моделирование строительных конструкций [Текст] / Л.П. Поляков, В.М. Файнбурд. - Киев, Будивельник, 1975. - 160 с.

[209]. Пособие по проектированию жилых зданий [Текст] /. Вып. 3. Часть 1, 2. Конструкции жилых зданий (к СНиП 2.08.01- 85). - М., 1986.

[210]. Проектирование железобетонных сборно-монолитных конструкций. [Текст] / Справочное пособие к СНиП 2.08.01- 85. - М., Стройиздат, 1991.

[211]. Прис, Б.В. Моделирование железобетонных конструкций [Текст] / Б.В. Прис, Д.Д. Дэвис. - Минск, Вышэйшая школа, 1974. - 222 с.

[212]. Рабинович, И.М. Расчёт сооружений на импульсивные воздействия [Текст] / И.М. Рабинович, А.П. Сеницын, О.В. Лужин, В.М. Теренин // - М.: Стройиздат, 1970. - 304 с.

[213]. Ратникова, Л.И. Методы расчёта сейсмических волн в тонкослоистых средах [Текст] / Л.И. Ратникова. - М. Наука, 1973. - 124с.

[214]. Резников, Л.М. Эффективность динамического гасителя колебаний при нестационарных случайных воздействиях [Текст] / Л.М. Резников, Г.М. Флишман // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1981. – № 1. – С. 56 – 59.

[215]. Рекомендация по проектированию гасителей колебаний для защиты

зданий и сооружений, подверженных горизонтальным динамическим воздействиям от технологического оборудования и ветра [Текст] / - М.: Огройиздат, 1978. - 67с.

[216].Рекомендации по проектированию зданий с сейсмоизолирующим скользящим поясом и динамическими гасителями колебаний [Текст] / М.,1984. – 55 с.

[217].Ржаницын, А.Р. Расчёт сплошных конструкций методом упругих сосредоточенных деформаций [Текст] / А.Р. Ржаницын //Стр. мех. и расч. соор., 1980. – № 5.– С. 15 – 20.

[218].Ржаницын, А. Р. Строительная механика [Текст] / А.Р. Ржаницын. - М.: Высшая школа, 1982. - 400с.

[219].Розин, Л.А. Основы метода конечных элементов в теории упругости [Текст] / Л.А. Розин. - Л., 1972. -77с.

[220].Рутман, Ю.Л. Определение оптимальных параметров демпфирования в системах сейсмоизоляции [Текст] / Ю.Л. Рутман, Н.В. Ковалева, Г.В. Давыдова //Инженерно – строительный журнал. – СПбГПУ, 2013. – №5 (40). – С. 107 – 115.

[221].Савинов, О.А. Сейсмоизоляция сооружений. [Текст] / О.А. Савинов //Избранные статьи и доклады. Динамические проблемы строительной механики. – СПб., 1993. – С.155 – 178.

[222].Савинов, О.А. Об учёте грунтовых условий в расчётах на сейсмостойкость крупных инженерных сооружений [Текст] / О.А. Савинов, А.М. Уздин. - Москва: Стройиздат, 1984. – 255 с.

[223].Савинов, О.А. О некоторых особенностях применения систем сейсмоизоляции зданий и сооружений [Текст] / О.А. Савинов, Т.А. Сандович //Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, сборник научных трудов. – 1982. – т. 161. – С. 26 – 39.

[224].Сагдиев, Т.Г. К методике экспериментального исследования сейсмостойкости каменно-набросной плотины Нурекской ГЭС на модели с помощью сейсмозрывного воздействия [Текст] /Т.Г.Сагдиев, Г.С.Селезнев// Инженерная сейсмология, № 1-2, 1964. - С. 80-85.

[225]. Самарский, А.А. Численные методы. [Текст] / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.

[226]. Самарский, А.А. Теория разностных схем [Текст] / А.А. Самарский. - М. Наука, 1983.

[227]. Саргсян, А.Е. Оценка сейсмостойкости и сейсмоустойчивости сооружений с сейсмоизолирующими опорами [Текст] / А.Е. Саргсян, Г.А. Джинчвелашвили // Транспортное строительство. – 1998. – №11. – С.19 – 23.

[228]. Саргсян, А.Е. Строительная механика [Текст] / А.Е. Саргсян // Высшая школа, Москва, 2004

[229]. Свинцово-резиновая опора [Текст] / 2008 [Электронный ресурс]. [https://ru.wikipedia.org/wiki/свинцово\\_резиновая\\_опора](https://ru.wikipedia.org/wiki/свинцово_резиновая_опора) - резиновая опора (дата обращения 23.08.2023).

[230]. Седов, Л.И. Методы подобия и размерности в механике [Текст] / Л.И. Седов. – М.: Наука, 1977. – 440 с.

[231]. Сеймов, В.М. Динамические контактные задачи [Текст] / В.М. Сеймов. - Киев: Наукова Думка, 1970. -283с.

[232]. Селезнев, Г.С. Экспериментальные исследования динамических свойств плотин из местных материалов [Текст] / Г.С.Селезнев, Р.С.Шусер // Инженерная сейсмология, № 1-2, 1964. - С. 98-105.

[233]. Семёнов, П.Г. О землетрясениях и их наблюдении [Текст] / П.Г. Семёнов, В.А. Нечаев. - Сталинабад: АН Тадж. ССР, 1954. - 32с.

[234]. Сеницын, А. П. Метод конечных элементов в динамике сооружений: [Текст] / А. П. Сеницын. - М: Стройиздат, 1978. - 231с.

[235]. Складнев, Н.Н. Основные направления развития норм проектирования сооружений для сейсмических районов [Текст] / Н.Н. Складнев, Я.М. Айзенберг // Строительная механика и расчёт сооружений, 1988, №4. - С. 4-7.

[236]. Складнев, Н.Н. Состояние и пути развития расчётов на сейсмостойкость [Текст] / Н.Н. Складнев, А.М. Курзанов // Строительная механика и расчёт сооруж., 1990, №4. - С.3-9.

[237]. Складнев, Н.Н. Развитие методов расчёта на сейсмостойкость [Текст] / Н.Н. Складнев и др. //Сборник научных трудов. – М. – 1987. – 167 с.

[238]. Смирнов, А.Ф. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений [Текст] / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лащеников, Н.Н. Шапошников. - М.: Стройиздат, 1984. - 416с.

[239]. Смирнов, А.Ф. Расчёт сооружений с применением вычислительных машин [Текст] / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лащеников, Н.Н. Шапошников. - М.: Стройиздат, 1964. - 380с.

[240]. Смирнов, В.И. Испытания высоко демпфирующих резинометаллических опор для применения в сейсмоизолированном здании гостинично –туристического комплекса «Sea Plaza» в г. Сочи. Сейсмостойкое строительство. [Текст] / В.И. Смирнов // Безопасность сооружений. – 2009. – №4. – С. 40 – 48.

[241]. Смирнов, В.И. Испытания зданий с системами сейсмоизоляции динамическими нагрузками и реальными землетрясениями [Текст] / В.И. Смирнов //Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – М., 2009. – № 4.– С. 23 – 28.

[242]. Смирнов, В.И. Демпфирование как элемент сейсмозащиты сооружений [Текст] / В.И. Смирнов, Е.А. Никитина //Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2007. – № 4. – С. 44 – 47.

[243]. Смирнов, В.И. Сейсмоизоляция для вновь проектируемых и усиления существующих зданий [Текст] / В.И. Смирнов //Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2004. - № 4. - С. 49 -54.

[244]. Снеддон, И. Преобразование Фурье [Текст] / /И. Снеддон// – М.: ИЛ, 1955.- 667 с.

[245]. Солодовник, Н.В. Совершенствование методов расчёта свайных фундаментов в сейсмических районах Краснодарского края [Текст]: дисс. на соискание степени к.т.н./ Н.В. Солодовник, Новочеркасск, 2006.

[246]. СП. Здания сейсмостойкие и сейсмоизолированные. Правила проектирования. [Текст] / Центр исследований сейсмостойкости сооружений

ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. Институт ОАО НИЦ Строительство. - М.: Мин. Регион России, 2013. - 45с.

[247]. Тимошенко, С.П. Сопротивление материалов [Текст]/ С.П.Тимошенко //М.: Наука. - т.1. -1965. - 363 с., т.2. -1965. - 480с.

[248]. Тимошенко, С.П. Статические и динамические проблемы теории упругости [Текст] /. С.П. Тимошенко. – Киев, «Наукова думка», 1975. – 564 с.

[249]. Тимошенко, С.П. Колебания в инженерном деле [Текст] / С.П.Тимошенко. – М.: Физматгиз, 1959. – 439 с.

[250]. Тимошенко, С.П. Механика материалов [Текст] / С.П.Тимошенко, Дж. Гере. – М.: «Мир», 1976. – 669 с.

[251]. Трекин, Н.Н. Пространственная работа несущих элементов каркасной системы с учётом нелинейности и податливости узловых сопряжений [Текст]: дис. докт. техн. наук / Н. Н. Трекин. – М., 2003. – 440с.

[252]. Турчак, Л.И. Основы численных методов [Текст] / Л.И.Турчак. – М.: «Наука», 1987. - 319 с.

[253]. Тяпин, А.Г. Исследование сейсмических нагрузок со стороны грунта на фундаментные конструкции в зависимости от их податливости [Текст] / А.Г. Тяпин // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. №1, 2007. - С. 12- 15.

[254]. Тяпин, А.Г. Моделирование распределения контактных сил по подошве и заглубленным стенкам фундамента в конечно-элементных динамических расчётах с частой сеткой [Текст] / А.Г. Тяпин // Строительная механика и расчёт сооружений, №2, 2006. - С. 17-21.

[255]. Тяпин, А.Г. Сочетание двух моделей в расчётах сейсмической реакции сооружения, взаимодействующего с грунтовым основанием [Текст] / А.Г. Тяпин // Строительная механика и расчёт сооружений. №1, 2006. - С.43-47.

[256]. Тяпин, А.Г. Расчёт жёстких фундаментов на волновые воздействия, распространяющиеся в грунте [Текст] / А.Г. Тяпин // Строительная механика и расчёт сооружений. 1983. №6.- С. 48-51.

[257]. Тяпин, А.Г. Расчёт сооружений на сейсмические воздействия с учётом взаимодействия с грунтовым основанием [Текст] / А.Г. Тяпин. - М. Изд. АСВ.

2013. 399с.

[258]. Уздин, А.М., Основы теории сейсмостойкости и сейсмостойкого строительства зданий и сооружений [Текст] / А.М. Уздин, Т.А. Сандович, М.С. Аль Насер. - СПб.: Издательство ВНИИГ, 1993. - 176 с.

[259]. Угодчиков, А.Г. О численных методах и результатах решения нестационарных задач теории упругости и пластичности [Текст] / А.Г. Угодчиков, В.Г. Баженов, А.И. Рузанов // Численные методы механики сплошной среды, СО АН СССР, Новосибирск, т.16, №4, 1985. - С.129-149.

[260]. Филин, А.П. Прикладная механика твёрдого деформируемого тела [Текст] / А.П. Филин // М.: Наука. - том I. - 1975. - 832с., том II. - 1978. - 616с.

[261]. Фахриддинов, У. Сейсмозащита многоэтажных кирпичных зданий в районах высокой сейсмической опасности [Текст]: дисс. д – ра. техн. наук/ У. Фахриддинов. – М., 2005. – 283 с.

[262]. Филоненко-Бородич, М.М. Некоторые приближенные теории упругого основания [Текст] / М.М. Филоненко-Бородич // Учёные записки МГУ, вып.46, 1940.

[263]. Филатов, В.В. Развитие теории и разработка численной методики расчёта составных стержней и пластин [Текст]: автореф. дис. д – ра. техн. наук / В.В. Филатов. - М.: МГСУ, 2015, 38 с.

[264]. Харкевич, А.А. Спектры и анализ [Текст] / В.Л. Харкевич - М.: Либроком, 2009. – 24 с.

[265]. Хачиян, Э.Е. Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения [Текст] / Э.Е. Хачиян. - Ереван: Айастан, 1973. - 328с.

[266]. Хемминг, Р.В. Численные методы для научных работников и инженеров [Текст] / Р.В.Хемминг - М.: «Наука», 1972. - 400 с.

[267]. Хечумов, Р.А. Применение метода конечных элементов к расчёту конструкций. [Текст] / Р.А. Хечумов, Х. Кеплер, В.И. Прокопьев. - М: Изд-во АВС, 1994. - 353с.

[268]. Холл, Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] / Дж. Холл, Дж. Уатт - М.: «Мир», 1979. - 312 с.

[269]. Черепинский, Ю.Д. К сейсмостойкости зданий на кинематических опорах [Текст] / Ю.Д. Черепинский. – Основания, фундаменты и механика грунтов, 1973. - №3. - С. 18 - 21.

[270]. Черепинский, Ю.Д. Сейсмоизоляция зданий. Строительство на кинематических опорах [Текст] / Ю.Д. Черепинский. // (Сборник статей). - М.: Blue Apple, 2009. - 47 с.

[271]. Черепинский, Ю.Д. Проблемы сейсмостойкости зданий с использованием сейсмоизолирующих конструктивных решений [Текст] / Ю.Д. Черепинский, М.Н. Гусев//Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2006. - №5. - С. 53 - 55.

[272]. Чистяков, Е.А. Учёт податливости стыковых соединений дискретного типа в расчётах конструктивных систем крупнопанельных зданий [Текст] / Е.А. Чистяков, С.А. Зенин, Р.Ш.Шарипов, О.В.Кудинов// Строительные науки. - 2017. - №2. - С. 123-127.

[273]. Чухлатый, М.С. Численное исследование напряженно-деформированное состояние системы «здание-фундамент-грунт» [Текст]: дисс. на соискание степени к.т.н./ М.С. Чухлатый. - Тюмень, 2004. - 111с.

[274]. Чылбак, А.А. Расчёт и рациональное проектирование сейсмоизоляции существующих и строящихся зданий (в условиях Республики Тыва): [Текст] /дисс. канд. техн. наук/ А.А. Чылбак, - СПб, 2009. - 143 с.

[275]. Шаблинский, Г.Э. Натурные динамические исследования строительных конструкций [Текст] / Г.Э., Шаблинский, Д.А. Зубков. - М.: Издательство АСВ, 2009. - 216 с.

[276]. Шапиро, Г.А. Вибрационные испытания зданий [Текст] / Г.А. Шапиро. - М.: Стройиздат, 1972. -160 с.

[277]. Шаповалов, Л.А. Моделирование в задачах механики элементов конструкций [Текст] / Л.А. Шаповалов. - М.: Машиностроение, 1990. - 288 с.

[278]. Шапошников, Н.Н. Расчёт пластинок на изгиб по методу конечного элемента [Текст] / Н.Н. Шапошников // Труды МИИТ, вып. 260, М.: Изд. литературы по строительству. - 1968. - С. 134 - 144.

[279]. Шапошников, Н.Н. Некоторые свойства матриц реакций для прямоугольника и использование их для решения задач по методу конечного элемента [Текст] / Н.Н. Шапошников // Яр. МИИТ, 1973, вып. 422. - С. 183 - 192.

[280]. Шапошников Н.Н. Расчёт пластинок и коробчатых конструкций методом конечных элементов. [Текст] / Н.Н. Шапошников, А.С. Волков. - Исследования по теории сооружений, 1976, в. XXI. - М.: Стройиздат. - С. 134 - 146.

[281]. Шапошников, Н.Н. Вычислительная механика. [Текст] / Н.Н. Шапошников, В.И. Иванов-Дятлов, А.С. Трубаев. - Часть 2. - М.: МИИТ, 2005. - 72 с.

[282]. Шапошников, Н.Н. Расчёт конструкций на действие подвижной нагрузки с использованием метода конечных элементов [Текст] / Н.Н. Шапошников, С.К., Кашаев, В.Б. Бабаев, А.А. Долганов // Строительная механика и расчёт сооружений. - 1986. - №1. - С. 50-54.

[283]. Шапошников, Н.Н. О построении автоматизированной системы по расчёту зданий как пространственной системы [Текст] / Н.Н. Шапошников, М. Мадмаров, В.А. Ожерельев // Строительная механика и расчёт сооружений. - 1984. - №3. - С. 13-17.

[284]. Шахсуворян, Л.В. О возможности применения упругих подушек для повышения сейсмостойкости зданий [Текст] / Л.В. Шахсуворян, Н.Л. Оганесян // В кн.: Исследования по сейсмостойкости зданий. - Ереван, 1966. - С. 113 - 138.

[285]. Шеин, А.И. Метод сеточной, аппроксимации элементов в задачах строительной механики нелинейных стержневых систем. [Текст]: дисс. на соис. учен. степ. докт. техн. наук/ А.И. Шеин. - М., 2004. - 363с.

[286]. Экспериментальное исследование здания на сейсмоизолирующих опорах при действии динамических нагрузок (Япония) [Текст] // Экспресс -

Информ /ВНИИИС, 1984. - Сер. 14. - Вып.17. - С. 8 - 10.

[287]. Юсупов, А.К. Проектирование сейсмостойких зданий на кинематических опорах [Текст] / А.К. Юсупов. - Махачкала: Лотос, 2006. - 423 с.

[288]. Ярёмченко, В.Г. Сейсмостойкость зданий со средствами сейсмоизоляции элементами сухого трения [Текст]: автореф. дисс. канд. техн. наук/ В.Г. Ярёмченко. - М., 1984. - 21с.

[289]. Ahmad S. Horizontal impedance of square foundation in layered soil [Text] / S. Ahmad, A.K. Rupani // Soil dynamics and earthquake engineering. Vol.18. 1999. - P. 59-69.

[290]. Argyris, J. H. Energy theorems and structural analysis [Text] / J. H. Argyris, Part XI General theory. -Aircraft Engineering, 1954, v.26, October. - PP. 347 - 356; November. - P. 383 -387, 394, 1955, v.27, February. - P. 42 - 58; March. - P. 80 - 94; April, P. 125 -134; May. - PP. 145 - 158.

[291]. ASCE STAND ART. [Text] / Seismic Analysis of Safety Related Nuclear Structures. Approved September, 1986.

[292]. Bardet, J.P. A Computer Program for Equivalent- linear Earthquake site Response Analyses of Layered Soil Deposits [Text] / J.P. Bardet, K. Ichii and Lin C.H. EERA // University of Southern California, Department of Civil Engineering, 2000.

[293]. Bouchon, M. A fast implementation of boundary integral equation methods to calculate the propagation of seismic in waves in laterally varying layered media [Text] / M. Bouchon, C.A. Schultz and M.N. Toksoz // Bulletin of the seismological society of America. Vol.85. №6. 1995. - P. 1679-1687

[294]. Bouc, R. Forced vibrations of mechanical systems with hysteresis [Text] / R. Bouc, Proceedings of the 4th Conference on Nonlinear Oscillations, Prague, Czechoslovakia (1967). - PP. 315 – 321.

[295]. Carcione, J.M. Wave simulation in 3-D anisotropic viscoelastic media [Text] / J.M. Carcione, G. Seriani, E. Priolo // 62th Annual international meeting and exposition, society of exploration geophysicists, Expanded abstracts. 1992. - P. 1251-1254.

[296]. Chalhoub, M.S. Effect of bulk compressibility on the stiffness of cylindrical

base isolation bearings. [Text] / M.S. Chalhoub, J.M. Kelly // Int. J. Solids Struct, 1990. – PP. –743 – 760.

[297]. Chamindalal, Sujeewa Lewangamage, Design Criteria for Seismic Isolation Rubber Bearings, [Text] / Sujeewa Lewangamage Chamindalal, Abe Masato, Fujino Yozo, Yoshida Junji. // 2004. – [Электронный ресурс]. [http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13\\_183.pdf](http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13_183.pdf) (дата обращения 23.07.2022).

[298]. Chopra, A.K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. [Text] / A.K. Chopra // – New Jersey: Prentice – Hall, 2006. – 794p.

[299]. Chris, Gannon. How do base isolators work [Text] / Gannon Chris, Dr. Bill Robinson. [Электронный ресурс]. <https://www.sciencelearn.org.nz/resources/1022-how-do-base-isolators-work> LORE (дата обращения 23.07.2023).

[300]. Courant R. Variational method for the solution of problems of equilibria and vibrations [Text] /. - Bulletin of the American Mathematical Society, 1943; v.49; p. 1-23; Ruse T. A, Rizzo F. J. A direct formulation and numerical solution of the general transient electrodynamic problem // J. Math. Analysis and Appl., v.22, 1968. - PP. 341-355.

[301]. Curtis, J.A. Response of two – degree of freedom to white noise base excitation [Text] / J.A. Curtis, T.R. Boykin // The Journal of the Acoustical Society of America, 1961. – V.33. – N5. – PP. 655 – 663.

[302]. European standard. Draft pre-normative. [Text] / 15129 – Anti – Seismic Devices. JCS. 91. 120. 25. April, 2007. – 152 p.

[303]. Eskola, L. Geophysical interpretation using integral equations. [Text] / L. Eskola. - London: Chapman and Hall, 1992. - 191p.

[304]. Faria, E.L. Finite-difference modeling in transversely isotropic media [Text] / E.L. Faria, P.L. Stoffa // Geophysics. Vol.59. No.2. 1994. - P. 282-289.

[305]. Gupta, V.P. Absorber system for earthquake excitations [Text] / V.P. Gupta, A.R. Chandrasekaran // Proc.4 WCEE, Chile, 1969. – v.2. – №3. – PP. 139 –148.

[306]. Gordon, P. A Review of Seismic Isolation for Buildings [Text] / P. Gordon, Warn and Keri, L. Ryan // Historical Development and Research Needs. ISSN 2075–5309. Buildings, 2012. – 2. – PP. 300 – 325.

[307]. Higashino, M. Response Control and Seismic Isolation of Buildings [Text] / M. Higashino, S. Okamoto. – New York: Taylor & Francis, 2006. – 484 p.

[308]. Hirokazu, I. Optimum design of resilient sliding isolation system to protect equipments [Text] / I. Hirokazu, T. Taghikhany // Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering. – 2004. – Reference paper. – P.1362.

[309]. Hermann, L. R. Finite element bending analysis for plates, [Text] / L. R. Hermann. - Journal of Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of civil Engineers, 1967, v. Em5, October. - P. 13 - 26.

[310]. Jennings, P. C. Simulated Earthquake Motions for Design Purposes [Text] / P. C. Jennings, G. W. Housner, N.C. Tsai, Proc, of IV-WCEE., 1969.

[311]. Kalandarbekov, I.K. Studies of free oscillations of buildings taking into account seismic isolation [Text] / I.K. Kalandarbekov, J.N. Nizomov, I.I. Kalandarbekov // International conference «30 years after the Spitak earthquake: experience and perspective. Yerevan, Armenia, 3-7 December 2018». - PP. 75-76.

[312]. Kani, N. Current State of Seismic – Isolation Design [Text] / N. Kani, // The 14th World Conference on Earthquake Engineering. October, 2008. – 8 p.

[313]. Kelly, J.M. Earthquake resistant design with rubber [Text] / J.M. Kelly. – London: Springer – Verl., 1997. – 243 p.

[314]. Kelly, J.M. Design of seismic isolated structures: from theory to practice. [Text] / J.M. Kelly, F. Naeim. – Toronto: John Wiley & Sons, 1999. – 296 p.

[315]. Krebes, E.S., Quiroga-Goode G. A standard finite-difference scheme for the time-domain computation of anelastic wavefields [Text] / E.S. Krebes // Geophysics. Vol.59. No.2. 1994. - P. 290-296.

[316]. Li, X. Three-dimensional earthquake site response on a CM-2 [Text] / X. Li, J. Bielak and O. Ghattas // In Proc. 10th World Conf. on Earthquake Engineering. 1992

[317]. Lee, D. M. Base isolation – an historical development, and the influence of higher mode responses [Text] / D. M. Lee, I. C. Mediand // Bulletin of the New Zealand national society for earthquake engineering, vol. 11, no. 4, December 1978. – PP. 219 – 233.

[318]. Martelli, A. Seismic isolation: present application and perspectives [Text] / A. Martelli, M. Forny // International Workshop on Base Isolated High – Rise Buildings, 2006. – PP.1 – 26.

[319]. Morrow, C.T. Random response of two coupled resonators without loading [Text] / C.T. Morrow, B.A. Troesch, H.R. Spencer // The journal of the Acoustical Society of America. v.33, 1961. – PP. 46 – 55.

[320]. Naeim, F. Design of Seismic Isolated Structures: From Theory to Practice, [Text] / F. Naeim, J.M. Kelly // John Wiley and Sons, Inc., New York, 1999. – 296 p.

[321]. Nielsen P., If F., Berg P. and Scingard O. Using the pseudospectral method on curved grids for 2D elastic forward modeling [Text] / // Geophysical Prospecting. Vol.43. 1995. - P.369-395.

[322]. Orszag, S.A. Comparison of pseudospectral and spectral approximation [Text] / S.A. Orszag // Stud. Appl. Math. No.51. 1972. - P.253-259.

[323]. Pekin, O. A construction method providing high earthquake-resistance in reinforced concrete building [Text] / O. Pekin et.al. // Proc. VIWCEE, New – Deli, v.5. – № 2, 1977. – PP. 323 – 328.

[324]. Pian, T. H. H. Formulation of solid continua. -Jn: [Text] / T. H. H. Pian // Recent advances in matrix methods of structural analysis and design. Ed. by R. H. Gallagher, Y. Yamada, J. T. Oden. -The University of Alabama in Huntsville Press, 1971. - P. 49 - 83.

[325]. Robinson, W.H. A lead – rubber shear damper. [Text] / W.H. Robinson Bull // N. Z. Natl. Soc. Earthq. Eng., 1977. – 3. – PP. 93 – 101.

[326]. Sajal Kani Deb. Seismic base isolation – An overview [Text] / Kani Sajal // Current Science, vol.87, No 10, 25 November 2004. – PP. 1426 –1430.

[327]. Seismic Rubber Bearings products. [Text] / [Электронный ресурс]. [http://www.3lgm.gov.my/rpec/prd\\_seismic.htm](http://www.3lgm.gov.my/rpec/prd_seismic.htm) (дата обращения 21.08.2022).

[328]. Skinner, R.I., An Introduction to Seismic Isolation; [Text] / R.I. Skinner, W.H. Robinson, G.H. Mc. Verry // John Wiley and Sons Inc.: New York, NY, USA, 1993.

[329].Schoenberg, I J. Cardinal interpolation and spline function [Text] / I J. Schoenberg // J. Approx.TH, 1962, 2. - P. 67-206.

[330].Schmalholz, S.M. Buckling versus folding: importance of viscoelasticity [Text] / S.M. Schmalholz, Y. Podladchikov // Geophysical research letters. Vol.26. No.17. 1999. - PP.2641- 2644.

[331].Stevenson, J.D. Structural damping values as a function of dynamic response stress and deformation levels [Text] / J.D. Stevenson // Nucl. Engng and Des. 1980. V.60. - P.211-238.

[332].Takemiya, H. Embedment effect on soil-structure interaction [Text] / H. Takemiya // State-of-the-art in earthquake engineering / Eds. O. Ergiınay, M. Erdik. Ankara: Turkish National Committee on Earthquake Engineering. 1981. - P. 200-214.

[333].Tal-Ezer, PI. An accurate and efficient scheme for wave propagation simulation in linear viscoelastic media [Text] / PI. Tal-Ezer, J.M. Carcione, D. Kosloff // Geophysics. Vol.33. 1990. - P.1366-1379.

[334].The Technical Regulators for the Design, Assessment and Seismic Retrofit of Buildings, Chapter 10 «Isolated Buildings» (Norme Techniche per - Progetto, La Valutazionee L’Adeguamento Sismico Degli Edifice, Ordinanza 3274 DEL PCM, 20.03.2003. – 20 p.

[335].Turner M. J., Clough R. W, Martin G, Topp J. L. Stiffness and deflection analysis of complex structures [Text] / M. J. Turner, R. W. Clough, G. Martin, J. L. Topp .-Journal of Aeronautical Sciences, 1956, v.23, No.9. - P. 805 - 824.

[336].Uniform Building Code, [Text] / International conference of building officials, Whittier; California, USA, 1997. – 1079 p.

[337]. Wen, Y. K. Method for random vibration of hysteretic systems [Text] / Y.K.Wen // Journal of the Engineering Mechanics Division, 102 (2). – 1976. – PP. 249 – 263.

[338].Zayas V., Low S.S., Mahin S.A. “The FPS Earthquake resisting System, Experimental Report.” Report No. UCB/EERC-87/01, [Text] / V. Zayas, S.S. Low, S.A. Mahin //Earth Engineering Research Center, University of California, Berkeley,1987. – 18 p.

[339]. Zienkiewicz, O. C. The finite element method: form intuition to generality [Text] / O. C. Zienkiewicz, - Applied Mechanics Reviews, 1970, v.23, №.3. - P. 249 - 256.

[340].Zahradnik, J. Finite-difference schemes for elastic waves based on the integration approach [Text] / J. Zahradnik, P. O'leary, J. Sochacki // Geophysics. Vol.59. No.6. 1994. - P.928-937.

## **Основные результаты работы опубликованы в следующих изданиях**

### ***Монография***

[1-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное моделирование динамических задач по расчёту зданий с учётом сейсмоизоляции/ Д.Н.Низомов, И.К.Каландарбеков, И.И.Каландарбеков//Душанбе, Дониш, 2025. – 286с.

### ***Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК при Президенте Республики***

#### ***Таджикистан, ВАК Российской Федерации***

[2-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное построение спектров сейсмических колебаний [Текст]/ Д.Н.Низомов, И.К.Каландарбеков, И.И.Каландарбеков// Доклады НАНТ 2025, том 68, №6. - С. 588-597.

[3-А]. **Каландарбеков, И.И.** Экспериментальные исследования моделей железобетонных балок на основе теории подобия [Текст]/ Д.Н.Низомов, И.К.Каландарбеков, У.М.Махмадиев, И.И.Каландарбеков, И.Ш.Ашуров// Доклады НАНТ 2025, том 68, №6. - С. 578-587.

[4-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное моделирование обратного преобразования Фурье [Текст]/ Д.Н.Низомов, И.К.Каландарбеков, И.И.Каландарбеков // Доклады НАНТ 2025, том 68, №5. - С. 496-504.

[5-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное моделирование системы «платформа-модель здания»с сейсмоизолирующим поясом [Текст]/ Низомов Д. Н., Каландарбеков И. К., Каландарбеков И. И. // «Вестник гражданских инженеров»- Санкт-Петербург, 2025, № 3 (110). - С. 60-67. doi: 10.23968/1999-5571-2025-22-3-60-67.

[6-А]. **Каландарзода, И.И.** Критерии подобия как результат преобразования дифференциальных уравнений для моделирования строительных конструкций [Текст] / Каландарзода И.И. // Наука и инновация. Серия геологических и технических наук ТНУ Душанбе. 2025, № 3. - С. 99-106. ISSN: 2664-1534

[7-А]. **Каландарзода, И.И.** Модели и методы анализа динамических задач взаимодействия здания с грунтовым основанием при сейсмическом воздействии. [Текст] / Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарзода И.И. // Политехнический вестник, Серия «Инженерные исследования». Душанбе, №3 (71), 2025. - С. 144-151.

[8-А]. **Каландарзода, И.И.** Амплитудные спектры различных землетрясений. [Текст] / Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарзода И.И. // Политехнический вестник, Серия «Инженерные исследования». Душанбе, №2 (70), 2025. - С. 188-195.

[9-А]. **Каландарбеков, И.И.** Исследование свободных колебаний сейсмоизолированного здания на основе линейной модели [Текст] / Каландарбеков И.И. // Наука и инновация. Серия геологических и технических наук. ТНУ, Душанбе. 2025, № 2. - С. 92-98. ISSN: 2664-1534

[10-А]. **Каландарбеков, И.И.** Моделирование системы «платформа – модель здания» [Текст] / Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И. // Моделирование системы «платформа – модель здания». *НАУКА и ТЕХНИКА*. Минск. Республика Беларусь. 2025, 24(4):297-306. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2025-24-4-297-306>

[11-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное решение статической задачи по расчёту дисков перекрытий методом сосредоточенных деформаций. [Текст] / Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Исвалиев Д.Дж., Каландарбеков И.И. // Политехнический вестник, Серия «Инженерные исследования». Душанбе, №1 (69). - 2025. - С. 134-137.

[12-А] **Каландарбеков, И.И.** Динамический расчёт рам методом сосредоточенных деформаций [Текст] / Каландарбеков И.И. // Известия НАН Таджикистана. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. Душанбе: НАНТ, 2024, № 3 (196). - С. 67-74.

[13-А]. **Каландарбеков, И.И.** Моделирование изгиба плит с защемленными краями методом сосредоточенных деформаций [Текст] / Низомов Д.Н.,

Каландарбеков И.И., Каландарбеков И.К. // Известия НАН Таджикистана. Отделение физико – математических, химических, геологических и технических наук. – Душанбе: НАНТ, 2024, № 2 (195). – С. 25-31. ISSN 0002-3485

[14-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное моделирование динамических задач полой оболочки [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И., Джонмамадова М.Т., Мамаднабиева А.П. // Научный журнал. Политехнический вестник, (серия инженерные исследования) - Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2024, №1 (59). – С. 127-130. ISSN 2520-2227

[15-А]. **Каландарбеков, И.И.** Моделирование сейсмоизолированных зданий [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.И., Каландарбеков И.К. // Известия НАНТ. Отделение физико – математических, химических, геологических и технических наук. – Душанбе: НАНТ, 2023, № 2(191) – С.133-140. ISSN 0002-3485

[16-А]. **Каландарбеков, И.И.** Моделирование каркасных зданий с элементами сейсмоизоляции на основе теории подобия [Текст]/ Каландарбеков И.И.// Доклады НАНТ. 2023, том 66. № 7-8. - С. 434-438.

[17-А]. **Каландарбеков, И.И.** Проблема сейсмической безопасности глинобитных домов на территории Республики Таджикистан [Текст]/ Каландарбеков И., Каландарбеков И.И., Шарифзода А.Ш. // Научный журнал. Политехнический вестник, Серия инженерные исследования. - Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, №2 (62) – 2023. – С. 214-219. ISSN 2520-2227

[18-А]. **Каландарбеков, И.И.** Моделирование сейсмоизолированных зданий на основе теории подобия [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И. // Известия НАНТ. Отделение физико – математических, химических, геологических и технических наук. – Душанбе: НАНТ, 2023, № 1(190). – С.109-116. ISSN 0002-3485

[19-А]. **Каландарбеков, И.И.** Исследование динамической модели здания с дискретными параметрами при гармоническом колебании основания [Текст]/ Каландарбеков И.И.//Политехнический вестник. Серия: Инженерные исследования. Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2022, № 3 (59). - С. 121-127.

[20-А]. **Каландарбеков, И.И.** О некоторых полученных результатах экспериментальных исследований физической модели здания из железобетона. [Текст]/ Каландарбеков И.И. // Научный журнал. Политехнический вестник, Серия инженерные исследования. Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2022, №1 (57). – С.142-148. ISSN 2520-2227

[21-А]. **Каландарбеков, И.И.** Анализ точности и сходимости метода сосредоточенных деформаций [Текст]/ Каландарбеков И.И. // Известия НАНТ. Отделение физико – математических, химических, геологических и технических наук. – Душанбе: НАНТ, 2022, № 3(188). – С. 143-151. ISSN 0002-3485

[22-А]. **Каландарбеков, И.И.** Моделирование в задачах строительной механики [Текст] / Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И. // Политехнический вестник. Серия: Инженерные исследования. - №3 (59) – 2022. Душанбе: – С.127-130. ISSN 2520-2227

[23-А]. **Каландарбеков, И.И.** Экспериментальные исследования на модели сейсмоизолированного здания. [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И. // Научный журнал. Политехнический вестник, Серия инженерные исследования. Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2022. №2 (58). – С. 152-157. ISSN 2520-2227

[24-А]. **Каландарбеков, И.И.** Экономическая эффективность сейсмоизолированного здания. [Текст]/ Давлатзода К.К., Каландарбеков И., Саидов Ф.Ю., Каландарбеков И.И. // Научный журнал. Политехнический вестник, Серия Интеллект. Инновации. Инвестиции. Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2022. №1(57). – С. 60- 65. ISSN 2520-2227

[25-А]. **Каландарбеков, И.И.** Исследование задачи взаимодействия здания с основанием в условиях высокой сейсмичности. [Текст]/ Каландарбеков И.К., Махмадиев У.М., Каландарбеков И.И. // Политехнический вестник, Серия инженерные исследования. - Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, – 2022. №1 (57). - С. 132-141. ISSN 2520-2227

[26-А]. **Каландарбеков, И.И.** Математическое моделирование зданий с учётом работы резинометаллических опор. [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И. // Вестник ТТУ. - Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2022, №1. - С. 121- 127. ISSN 2520-2227

[27-А]. **Каландарбеков, И.И.** Исследование влияния сухого трения в здании со скользящим поясом [Текст]/ Каландарбеков И., Низомов Д.Н., Каландарбеков И.И., Марамов М.Б // Научно-технический журнал Машиноведение - Бишкек, 2022. - С. 93- 104. ISSN 1694-7657.

[28-А]. **Каландарбеков, И.И.** О методах расчёта несущих систем многоэтажных зданий на основе дискретных моделей [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И. Известия НАНТ. Отделение физико – математических, химических, геологических и технических наук. – № 4(185) - 2021. – С.110-117. ISSN 0002-3485

[29-А]. **Каландарбеков, И.И.** Об учёте податливости стыковых соединений в расчётах элементов многоэтажных зданий [Текст]/ Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И., Низомов Д.Н. // Политехнический вестник. Серия: Инженерные исследования. - №2(54) – 2021. Душанбе: – С.135-141. ISSN 2520-2227

[30-А]. **Каландарбеков, И.И.** Об оценке зависимости между коэффициентом допускаемых повреждений и пластичности в рамках спектральной теории сейсмостойкости [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Шарипов Ш.Ш., Каландарбеков И.И. // Политехнический вестник. Серия инженерных исследования. ТТУ им. акад. М.С. Осими. - Душанбе, 2020, №4(52). - С. 117-122. ISSN 2520-2227

[31-А]. **Каландарбеков, И.И.** Динамические характеристики железобетонных высотных сооружений [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Шарипов Ш.Ш., Каландарбеков И.И. // Политехнический вестник. Серия инженерных исследования. - Душанбе: ТТУ им. акад. М.С. Осими, 2020, №4(52). - С. 117-122. ISSN 2520-2227

[32-А]. **Каландарбеков, И.И.** Оценка напряженно – деформированного состояния конструкций зданий по результатам остаточной прочности [Текст] / Каландарбеков И.И., Валиев Х.Ш., Джонмамадова М. // Наука и инновация, ТНУ, серия геологической и технической науки. - Душанбе: ТНУ, 2020, №2. - 66-73. ISSN 2664-1534

[33-А]. **Каландарбеков, И.И.** Оценка напряженно – деформированного состояния конструкций зданий по результатам визуального обследования [Текст] / Каландарбеков И.И., Валиев Х.Ш., Джонмамадова М.// Наука и инновация, ТНУ, серия геологической и технической науки.-Душанбе: ТНУ, 2020, №1. - С. 85-92. ISSN 2664-1534

[34-А]. **Каландарбеков, И.И.** Инновационные методы защиты зданий и сооружений от землетрясений [Текст] /И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков, Д.Н. Низомов //Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. - 2018. - №1(170). – С. 64 - 72.

[35-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное моделирование сейсмоизолированных зданий с сухим трением [Текст] /Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков //Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2018. - том 61. - №1. – С. 47 - 53.

[36-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное моделирование динамической системы «платформа-модель здания» [Текст] /Д.Н. Низомов, И.К. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков //Вестник гражданских инженеров. Санкт – Петербург, 2018. - №3(68). – С. 66 - 72.

[37-А]. **Каландарбеков, И.И.** Дискретная динамическая модель расчёта рам методом сосредоточенных деформаций [Текст] /Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, И. Каландарбеков //Вестник Таджикского технического университета. Серия инженерных исследований. - 2017. - №2(38). – С. 96-101.

[38-А]. **Каландарбеков, И.И.** Сейсмоизоляция как средство защиты зданий от землетрясений [Текст] /Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, И. Каландарбеков //Наука и инновация. Серия естественных наук. – 2017. - №2. – С. 133 - 136.

[39-А]. **Каландарбеков, И.И.** Спектры сейсмических колебаний на воздействие в виде заданной акселерограммы [Текст] /Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, И. Каландарбеков // Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2017. - том 60. - №3-4. – С. 151-156.

[40-А]. **Каландарбеков, И.И.** Расчёт неразрезных балок от действия статических нагрузок методом сосредоточенных деформаций [Текст] /Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, И. Каландарбеков //Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отдел. физико-математ., хим., геолог. и технич. наук. - 2016. - №1(162). – С. 85-91.

[41-А]. **Каландарбеков, И.И.** Расчёт неразрезных балок от действия динамических нагрузок методом сосредоточенных деформаций [Текст] /Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, И. Каландарбеков //Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отдел. физико-математ., хим., геолог. и технич. наук. - 2016. - №2(163). – С. 63-68.

[42-А]. **Каландарбеков, И.И.** Сравнительный анализ различных типов сейсмоизоляции в многоэтажных зданиях [Текст] /Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, И. Каландарбеков //Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. - 2016. - №4 (165). – С. 58-64.

### *Статьи в скопусах*

[43-А]. **Kalandarbekov, I.I.** Lightweight and ultra-high ductility engineered geopolymer composite for marine application: Design and material characterization [Text]/Jun Li <sup>a b</sup>, Lingzhi Li <sup>a</sup>, Lei Su <sup>a</sup>, Mahfouz Ahmadi <sup>c</sup>, Iftikhor Kalandarbekov <sup>d</sup>, Kequan Yu <sup>a</sup>, Fei Wang <sup>a</sup>// ELSEVIER, Case Studies in Construction Materials. Volume 22, July 2025, e04857, Scopus Q1

[44-A]. **Kalandarbekov, I.I.** Investigation of shrinkage and mechanical properties in iron sand high-strength engineered cementitious composites: effects of water-to-binder ratio and fiber volume fraction [Text]/ Zhi Zhangb, Nauman Ahmadb, Ajad Shresthab, Ziwei Caib, Iftikhor Kalandarbekov, Kequan Yu, Lingzhi Li// ELSEVIER, Case Studies in Constuction Materials. – China -2024, Scopus Q1

[45-A]. **Qalandarbekov, I.** Nature-based solutions for a sustainable future impact of phytotechnology on the environmental footprint and water resources [Text]/ Smuleac L., Davlatzoda S., Jurakhonzoda R., Qalandarbekov I. // Norwegian Journal of development of the International Science № 140, Norway-2024. - P.92-96

[46-A]. **Kalandarbekov, I.I.** Mathematical model construction of the isotropic filtration process based on darcy's law [Текст]/ I.I. Kalandarbekov, Laura Smuleac., R. Jurakhonzoda, U. Rasulov // Research Journal of Agricultural Science, 54 (1), 2022; ISSN: 2668-926X

#### *Статьи в материалах конференции и других журналов*

[47-A]. **Каландарбеков, И.И.** Моделирование сейсмоизолированных зданий методом сосредоточенных деформаций. [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И.// Международная научно-практическая конференция по передовым технологиям в инженерии (2025). Ташкентский государственный транспортный университет, 8–10 октября 2025 г., г. Ташкент, Республика Узбекистан.

[48-A]. **Каландарбеков, И.И.** Методы сейсмозащиты зданий. [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И.// Международная научно-практическая конференция, г. Ташкент, 25 апреля, 2025.

[49-A]. **Каландарбеков, И.И.** Теоретические основы и инженерное применение теории подобия при моделировании строительных конструкций. [Текст]/ Каландарбеков И.К., Махмадиев У.М., Каландарбеков И.И.// Республиканская конференция. Таджикский технический университет им. акад. М.С.Осими, 17-18 апреля 2025, г. Душанбе. - С. 152-158.

[50-А]. **Каландарбеков, И.И.** Исследование колебания модели здания со скользящим поясом. [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И., Фарходов Р.С., Рахимов С.С. // Республиканская конференция. Таджикский технический университет им. акад. М.С.Осими, Душанбе, 17-18 апреля 2025. - С. 147-152.

[51-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное решение динамической задачи зданий с сейсмоизолирующим скользящим поясом [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И.// Международная научно-техническая конференция на тему «сейсмическая безопасность зданий и сооружений, энергоэффективность, инновационные технологии в современном строительстве. Ташкентский государственный транспортный университет, 22–23 октября 2024 г., г. Ташкент, Республика Узбекистан, 2024. – С. 50 - 57.

[52-А]. **Каландарбеков, И.И.** Экспериментальные исследования модели железобетонных балок [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Махмадиев У.М., Каландарбеков И.И.// Международная научно – практическая конференция Архитектура и градостроительство Таджикистана: вчера, сегодня, завтра, посвящённая 60-летию образования архитектурной специальности. Душанбе, 2022. - С. 213-216.

[53-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное моделирование динамических задач пологих оболочек методом конечных разностей [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И., Джонмамадова М.Т.// Международная научно-теоретическая конференция «Развитие науки и образования в условиях глобализации на примере горных условий: проблемы, новые подходы и актуальные исследования», посвящённой 30 – летию сессии Верховного совета Республики Таджикистан и 30 -летию Хорогского государственного университета им. М. Назаршоева. Хорог, 2022. - С. 32-36.

[54-А]. **Каландарбеков, И.И.** Методы расчёта балок на упругом основании. [Текст]/ Каландарбеков И., Каландарбеков И.И., Саидов Ф. Ю.// Международная научно – практическая конференция Архитектура и градостроительство

Таджикистана: вчера, сегодня, завтра, посвящённая 60-летию образования архитектурной специальности. Душанбе, 2022. - С. 193-196.

[55-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное решение динамической задачи по расчёту зданий со скользящим поясом [Текст]/ Каландарбеков И., Низомов Д.Н., Каландарбеков И.И.// Международная научно – практическая конференция Архитектура и градостроительство Таджикистана: вчера, сегодня, завтра, посвящённая 60-летию образования архитектурной специальности. Душанбе, 2022. - С. 210-213.

[56-А]. **Каландарбеков, И.И.** Экспериментальные исследования системы “платформа-модель здания” с элементами сейсмоизоляции. [Текст]/ Каландарбеков И., Низомов Д.Н., Каландарбеков И.И., Каримов Р.Ш., Сангинов А. М.// Международная научно – практическая конференция Архитектура и градостроительство Таджикистана: вчера, сегодня, завтра, посвящённая 60-летию образования архитектурной специальности. Душанбе, 2022. - С. 217-220.

[57-А]. **Каландарбеков, И.И.** Сравнительный анализ расчёта железобетонной ребристой плиты по зарубежным нормам [Текст]/ Каландарбеков И., Каландарбеков И.И., Насер Ахмад, Собит Масъуд, Гулов А.Н. Приоритетные направления развития науки и образования. Сб. статей XVIII международной научно-практической конференции. Пенза: МЦНЦ «Наука и Просвещение», 2021. - С. 14-19. УДК 001.1 ББК 60 ISBN 978-5-00159-845-9

[58-А]. **Каландарбеков, И.И.** Анализ расчёта сечений железобетонных изгибаемых элементов по классическим методам [Текст]/ Каландарбеков И., Каландарбеков И.И., Джонмамадова М.Т., Собит Масъуд, Гулов А.Н.// Современная наука и молодые учёные. Сб. статей VI международной научно-практической конференции. Состоявшейся 20 мая 2021г.- Пенза: МЦНЦ «Наука и Просвещение», 2021. - С. 35-40. УДК 001.1 ББК 60 ISBN 978-5-00159-866-4

[59-А]. **Каландарбеков, И.И.** Сравнительный анализ расчёта железобетонной многопустотной плиты по разным методам [Текст]/ Каландарбеков И.,

Каландарбеков И.И., Марамов М.Б., Назаров А.М.// Молодые учёные России: сборник статей VII Всероссийской научно-практической конференции. В 2 ч. Ч.1. - Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение», 2021. – С. 42-47. УДК 001.1 ББК 60 ISBN 978-5-00159-900-5 Ч.1

[60-А]. **Каландарбеков, И.И.** Математическое моделирование высотных сооружений [Текст]/ Каландарбеков И., Шарипов Ш.Ш., Каландарбеков И.И.// Материалы международной научно-практической конференции «Электроэнергетика Таджикистана. Проблемы энергосбережения, энергоэффективности и использования возобновляемых источников энергии», 19 мая 2021 года: Филиал ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» в г. Душанбе, 2021. - С.155-158.

[61-А]. **Kalandarbekov, I.I.** Studies of free oscillations of buildings taking into account seismic isolation [Текст] /I.K.Kalandarbekov, D.N.Nizomov, I.I.Kalandarbekov //International conference «30 years after the Spitak earthquake: experience and perspective». Yerevan, Armenia, 3-7 December, 2018. - PP. 75 - 76.

[62-А]. **Каландарбеков, И.И.** Исследование свободных колебаний динамической модели здания с учётом виброгасителя [Текст] /Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков //Материалы международной научно - практической конференции «Опыт, проблемы и перспективы повышения качества строительных работ на основе лучших отечественных и зарубежных практик (Часть 1), Душанбе, 2018. – С. 61- 67.

[63-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное решение динамической задачи системы «здание-виброгаситель» [Текст] /Д.Н. Низомов, И. Каландарбеков, И.И. Каландарбеков //Материалы Международной научно-практической конференции «Вода - важный фактор для устойчивого развития» посвящённой международному десятилетию действия «Вода для устойчивого развития, 2018-2028» 21 апреля 2018г., Душанбе, 2018. – С. 274 - 278.

[64-А]. **Каландарбеков, И.И.** Математическое моделирование динамических задач методом сосредоточенных деформаций [Текст] /Д.Н. Низомов, И.

Каландарбеков, И.И. Каландарбеков //Современные проблемы математики и её приложений. Материалы международной конференции, посвящённой 70-летию со дня рождения Илолова М., Душанбе, 14-15 марта 2018г., Душанбе. – С. 177 - 180.

[65-А]. **Каландарбеков, И.И.** Исследование реакции виброплатформы при действии динамической нагрузки общего вида [Текст] /Д.Н. Низомов, И.И. Каландарбеков //Материалы республиканской научно-практической конференции «Повышение сейсмической безопасности городов и населённых пунктов» (г. Душанбе, Комитет по архитектуре и строительству при Правительстве РТ), Душанбе, 2017. – С. 49 - 55.

[66-А]. **Каландарбеков, И.И.** Амплитудный спектр акселерограммы землетрясения Фукусима [Текст] /И.И. Каландарбеков //Материалы второй международной научно-практической конференции «Роль молодых учёных в развитии науки, инноваций и технологий» (г. Душанбе, Академии наук Республики Таджикистан). Душанбе, Таджикистан, 2017. – С. 108 -111.

[67-А]. **Каландарбеков, И.И.** Динамические исследования модели зданий с использованием виброплатформы [Текст] /Д.Н. Низомов, Каландарбеков И.И. //Материалы республиканской научно-практической конференции «Повышение сейсмической безопасности городов и населённых пунктов» (г. Душанбе, Комитет по архитектуре и строительству при Правительстве Республики Таджикистан), Душанбе, 2017. – С. 42 - 48.

[68-А]. **Каландарбеков, И.И.** Моделирование зданий с учётом нелинейной работы сейсмоизоляции [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И.// Материалы VIII международной научно-практической конференции «Перспективы развития науки и образования в XXI веке», Душанбе, 2016. - С. 234-238.

[69-А]. **Каландарбеков, И.И.** Моделирование зданий с учётом нелинейной работы сейсмоизоляции [Текст] / Низомов Д.Н., Каландарбеков И.И., Каландарбеков И. //Материалы VIII международной научно-практической

конференции «Перспективы развития науки и образования в XXI веке» (г. Душанбе, ТТУ им. акад. М.С. Осими), Душанбе, 2016. - С. 234-238.

[70-А]. **Каландарбеков, И.И.** Моделирование взаимодействия здания с основанием методом сосредоточенных деформаций. [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И.// Труды института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии. Вып. 9, 2025. – С. 307-311.

[71-А]. **Каландарбеков, И.И.** Теория подобия и моделирование при исследовании строительных конструкций зданий и сооружений. [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И.// Труды института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии. Вып. 6, 2025. – С. 218-224.

[72-А]. **Каландарбеков, И.И.** Моделирование сейсмоизолированных зданий. [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каримов Р.Ш., Каландарбеков И.И., Сангинов А.М.// Труды института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии. Вып. 6, 2025. – С. 211-217.

[73-А]. **Каландарбеков, И.И.** Построение спектров кинематических реакций. [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И., Шарифзода А.Ш. // Сб. трудов Инженерной Академии, 2025. – С. 273-280.

[74-А]. **Каландарбеков, И.И.** Численное решение динамической задачи по расчёту сейсмоизолированного многоэтажного здания при различных воздействиях [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И., Марамов М.Б. // Научные труды Инженерной академии РТ. Душанбе, 2021. - С. 219-226.

[75-А]. **Каландарбеков, И.И.** Исследование свободных колебаний зданий с учётом сейсмоизоляции [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И. // Труды института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ, вып. 2. Душанбе: ИГССС, 2019. - С. 182-189.

**Патенты, авторские свидетельства и государственная регистрация  
информационных ресурсов**

[76-А]. **Каландарбеков, И.И.** Стенд барои моделсозии таъсири сейсмикӣ ба моделҳои физикии биноҳо ва иншоот [Текст]/ Махмадиев У.М., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И. // Нахустпатент ТҶ 1453, 16.05.23, № 2301836, дар феҳристи давлатии ихтироотҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон аз 04.12.2023 с. ба қайд гирифта шуд.

[77-А]. **Каландарбеков, И.И.** Программа численного решения статических и динамических задач балок методом сосредоточенных деформаций [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И. // Вазорати фарҳанги Ҷумҳурии Тоҷикистон, шӯъбаи ҳуқуқ, ҳифзи ҳуқуқи муаллиф ва ҳуқуқи вобаста. рақами қайди давлатӣ №129, 24.12.2021

[78-А]. **Каландарбеков, И.И.** Программа расчёта мно-гоэтажных зданий на сейсмические воздействия методом сосредоточенных деформаций [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И. // Вазорати фарҳанги Ҷумҳурии Тоҷикистон, шӯъбаи ҳуқуқ, ҳифзи ҳуқуқи муаллиф ва ҳуқуқи вобаста. рақами қайди давлатӣ №130, 24.12.2021

[79-А]. **Каландарбеков, И.И.** Программа расчёта мно-гоэтажных зданий на сейсмические воздействия с учётом динамического гасителя [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И. // Вазорати фарҳанги Ҷумҳурии Тоҷикистон, шӯъбаи ҳуқуқ, ҳифзи ҳуқуқи муаллиф ва ҳуқуқи вобаста. рақами қайди давлатӣ №131, 24.12.2021

[80-А]. **Каландарбеков, И.И.** Программа расчёта балок на упругом основании методом сосредоточенных деформаций [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И. // Вазорати фарҳанги Ҷумҳурии Тоҷикистон, шӯъбаи ҳуқуқ, ҳифзи ҳуқуқи муаллиф ва ҳуқуқи вобаста. рақами қайди давлатӣ №132, 24.12.2021

[81-А]. **Каландарбеков, И.И.** Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И. Программа численного моделирования сейсмоизолированного здания при многокомпонентном воздействии методом

сосредоточенных деформаций // Министерство культуры Республики Таджикистан. Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса №76 от 11 марта 2019г.

[82-А]. **Каландарбеков, И.И.** Программа численного моделирования зданий с резинометаллическими опорами [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И. // Министерство культуры Республики Таджикистан. Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса №77 от 11 марта 2019г.

[83-А]. **Каландарбеков, И.И.** Программа численного решения динамической задачи сейсмоизолированного здания со скользящим поясом [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И. // Министерство культуры Республики Таджикистан. Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса №78 от 11 марта 2019г.

[84-А]. **Каландарбеков, И.И.** Программа численного решения системы «Платформа-модель здания при вибрационной нагрузке [Текст]/ Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И. // Министерство культуры Республики Таджикистан. Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса №79 от 11 марта 2019г.

## **ПРИЛОЖЕНИЯ**

### **ПРИЛОЖЕНИЕ №1**

#### **МАТЕРИАЛЫ О ВНЕДРЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ**



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН  
ТАДЖИКСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени академика М.С. Осими

734042, Душанбе, просп. академиков Раджабовых, 10, Тел.: (+992 37) 221-35-11,  
Факс: (+992 37) 221-71-35, E-mail: rector.ttu@mail.ru, Web: www.ttu.tj

от «19» 11 2025г. № 24/1107

«УТВЕРЖДАЮ»



Ректор ТТУ им. акад. М.С. Осими  
И. профессор Давлатзода К.К.

11 2025г.

Акт

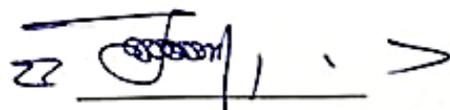
о внедрении научных результатов диссертационной работы Каландарзода Ифтихора Имомёра на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.23.00 - Строительства и архитектура (05.23.17 - Строительная механика) на тему: «Моделирование динамических задач по расчёту сейсмоизолированных зданий методом сосредоточенных деформаций» в учебном процессе при подготовке специалистов в университете

Мы, нижеподписавшиеся, комиссия Таджикского технического университета им. академика М. С. Осими в составе председателя комиссии — первого проректора, проректора по учебной работе к.т.н., доцента Маджидзода Т.С., членов комиссии: начальника УМУ, к.т.н., доцент Рахимзода Дж.Б., начальника УНИ, к.т.н. Бозорова Ш.А. и и.о. зав. кафедрой «Промышленное и гражданское строительство», к.т.н., Джурахонзода Д.Дж. составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы соискателя кафедры промышленное и гражданское строительство Таджикского технического университета им. академика М.С. Осими Каландарзода И.И. представленной на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.23.00 - Строительства и архитектура (05.23.17 - Строительная механика) используется в учебном процессе при подготовке специалистов по направлениям 1-700201 - Промышленное и гражданское строительство, 1-700201-05 - Проектирование зданий и сооружений и 1-700401-03 - Строительство и эксплуатация гидроэлектростанции.

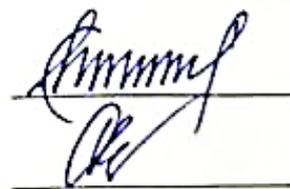
Результаты диссертационных исследований Каландарзода И.И. используются в лекционных курсах и практических занятиях по следующим специальным дисциплинам: строительная механика, динамика и устойчивость сооружений, аналитические и численные методы в проектировании плотин а также при выполнении учебных, научно-исследовательских работ бакалавров, магистров и выпускных квалификационных работ по специальности 1-700201- Промышленное и гражданское строительство.

В результате внедрения получен положительный эффект: более углубленного изучения численных методов строительной механики при расчёте зданий и сооружений и проведение экспериментальных исследований сейсмоизолированных зданий, направленных на повышение их устойчивости при различных внешних воздействиях.

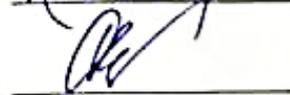
ПРЕДСЕДАТЕЛЬ КОМИССИИ,  
первый проректор, проректор по ученой работе  
к.т.н., доцент Маджидзода Т.С.



ЧЛЕНЫ КОМИССИИ:  
Начальник УМУ  
к.т.н. доцент Рахимзода Дж.Б.



Начальник УНИ  
к.т.н. Бозоров Ш.А.



И.о. зав. кафедрой ПГС  
к.т.н., Джурахонзода Д.Дж.





Утверждаю»  
Институт «САНИИОСП»  
Мализода Б.  
2025г.

### Акт внедрения

Диссертационная работа Каландарзода Ифтихора Имомёра на тему «Моделирование динамических задач сейсмоизолированных зданий методом сосредоточенных деформаций» отвечает направленности планов важнейших научно-исследовательских и проектных работ института на 2025-2030г.г.

Разработанные алгоритмы и компьютерные программы на основе метода сосредоточенных деформаций используются для сопоставительных расчетов на стадии вариантного проектирования многоэтажных каркасных зданий от сейсмического воздействия.

Разработанной Каландарзоде Ифтихором Имомёром, программа расчёта на основе метода сосредоточенных деформаций будет использована при проектировании с целью оценки сейсмической безопасности многоэтажных зданий различных конструктивных систем.

Главный инженер

Назарзода К.

ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН

\*\*\*

Мақомоти иҷроияи  
ҳокимияти давлатии  
шаҳри Душанбе  
\*\*\*

Корхонаи воҳиди давлатии  
«Пажӯҳишгоҳи илмӣ-тадқиқотӣ  
ва лоиҳакашии  
«Душанбешаҳрсоз»



РЕСПУБЛИКА ТАДЖИКИСТАН

\*\*\*

Исполнительный  
орган государственной власти  
города Душанбе  
\*\*\*

Государственное унитарное предприятие  
«Научно-исследовательский и  
проектный институт  
«Душанбешаҳрсоз»

734018 шаҳри Душанбе, кӯчаи Н. Қарабоев, 48, тел 233-32-21, 233-74-97 E-mail: dushanbeshahrsoz@mail.ru

№ 121 аз «5» 11 соли 2025



«Утверждаю»  
Директор ГУП НИПИ  
«Душанбешаҳрсоз»  
Гиёси М.Р.

«05» ноябри 2025г.

### Акт внедрения

Мы, нижеподписавшиеся, комиссия ГУП НИПИ «Душанбешаҳрсоз» в составе председателя комиссии - главный инженер Акрами А.А., членов комиссии: главный инженер проекта Урунов С.М. ведущий специалист конструкторского отдела Иброхимов М.Н. составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы соискателя Таджикского технического университета имени академика М.С.Осими Каландарзода Ифтихора Имомёра в части разработки компьютерной программы основанная на методе сосредоточенных деформаций используется для сравнительных расчетов многоэтажных зданий на статические и динамические нагрузки.

Предлагаемая методика расчёта Каландарзоде Ифтихорем Имомёром, на основе метода сосредоточенных деформаций в дальнейшем будет применяться на стадии вариантного проектирования многоэтажных зданий различных конструктивных систем при сейсмических воздействиях.

**Председатель комиссии,**  
главный инженер

Акрами А.А.

**члены комиссии**  
главный инженер проекта

Урунов С.М.

ведущий специалист конструкторского отдела

Иброхимов М.Н.

**АВТОРСКИЕ СВИДЕТЕЛЬСТВА И ПАТЕНТЫ**

ҶУМҲУРИИ  
ТОҶИКИСТОН



ИДОРАИ  
ПАТЕНТӢ

# НАХУСПАТЕНТ

№ ТҶ 1453

БА ИХТИРОИ

*Стенд барои моделсозии таъсири сейсмикӣ ба моделҳои физикии биноҳо ва иншоот*

Дорандаи нахустпатент Махмадиев Усмонали Муродалиевич

Сарзамин Ҷумҳурии Тоҷикистон

Муаллиф(он) Махмадиев У.М., Қаландарбеков И., Қаландарбеков И.И.

Аввалияти ихтироъ 16.05.2023

Таърихи рузи пешниҳоди ариза 16.05.2023

Аризаи № 2301836

Дар Феҳристи давлатии ихтироъҳои

Ҷумҳурии Тоҷикистон 04 декабри с. 2023 ба қайд гирифта шуд

Нахустпатент  
этибор дорад аз 16 май с. 2023 то 16 май с. 2033

ДИРЕКТОР

Исмоилзода М.



## ШАҲОДАТНОМА

дар бораи ба қайд гирифтани асарҳои илм,  
адабиёт ва санъат

"11" 03 2019

№76

Дода шул ба: Д.Н.Низомов, И. Каландарбеков,  
И.И.Каландарбеков

дар хусуси он ки онҳо муаллифони барномаи компютери  
«Программа численного моделирования сейсмо-  
изолированного здания при многокомпонентном воздействии  
методом сосредоточенных деформаций» мебошанд.

Забони асар: русӣ.

Асар иборат аст аз: 17 саҳифа.

Маълумоти иловагӣ: Тибқи моддаи 6-и Қонуни Ҷумҳурии  
Тоҷикистон «Дар бораи ҳуқуқи муаллиф ва ҳуқуқҳои вобаста ба он»  
барномаи мазкур объектҳои ҳуқуқи муаллиф мебошад.

Сарфори шӯбаи ҳуқуқи  
хуфзи ҳуқуқи муаллиф  
ва ҳуқуқҳои вобаста ба он  
Вазорати фарҳаг ва  
Ҷумҳурии Тоҷикистон



Н. Набизода



## CERTIFICATION

About registration of science  
Literature and art works

"11" 03 2019

№76

It's distributed to: J.N. Nizomov, I. Kalandarbtkov,  
I. I. Kalandarbtkov

That they are the authors of the computer program of the  
«Program of numerical modeling of seismo-isolated building  
under multicomponent exposure by the method of focused  
deformations».

Language of the work: russian.

It consists of: 17 pages.

Additional information: According to Article 6 of the Law on Copyright and  
related rights of the Republic of Tajikistan this program is subject of copyright.

Head of Department of law  
and copyright of Ministry of  
culture of the Republic of Tajikistan



N. Nabizoda



# ШАҲОДАТНОМА

дар бораи ба қайд гирифтани асарҳои илм,  
адабиёт ва санъат

"11" 03 2019

№ 77

Дода шуд ба: Д.Н.Низомов, И. Қаландарбеков,  
И.И.Қаландарбеков

дар хусуси он ки онҳо муаллифони барномаи компютери  
«Программа численного моделирования зданий с  
резинометаллическими опорами» мебошанд.

Забони асар: русӣ.

Асар иборат аст аз: 13 саҳифа.

Маълумоти иловагӣ: Тибқи молдаи 6-и Қонуни Ҷумҳурии  
Тоҷикистон «Дар бораи ҳуқуқи муаллиф ва ҳуқуқҳои вобаста ба он»  
барномаи мазкур объектҳои ҳуқуқи муаллиф мебошад.



Сардори шӯбаи ҳуқуқ,  
хифзи ҳуқуқи муаллиф  
ва ҳуқуқҳои вобаста ба он  
Вазорати фарҳанг  
Ҷумҳурии Тоҷикистон

Н. Набизода



# CERTIFICATION

About registration of science  
Literature and art works

"11" 03 2019

№ 77

It's distributed to: D.N. Nizomov, I. Kalandarbtkov,  
I. I. Kalandarbtkov

That they are the authors of the computer program of the  
«Program of numerical modeling of buildings with rubber-  
metal supports».

Language of the work: russian.

It consists of: 13 pages.

Additional information: According to Article 6 of the Law on Copyright and  
related rights of the Republic of Tajikistan this program is subject of copyright.



Head of Department of law  
and copyright of Ministry of  
culture of the Republic of Tajikistan

N. Nabizoda



# ШАҲОДАТНОМА

дар бораи ба қайд гирифтани асарҳои илм,  
адабиёт ва санъат

"11" 03 2019 № 79

а шуд ба: Д.Н.Низомов, И.К.Каландарбеков,  
И.И.Каландарбеков

хусуси он ки онҳо муаллифони барномаи компютери  
ограмма численного решения системы «Платформа-  
ль здания» при действиях вибрационной нагрузки»  
шанд.

ни асар: русӣ.

иборат аст аз: 13 саҳифа.

ҲУМОТИ ИЛОВАҒИ: Тибқи моддаи 6-и Қонуни Ҷумҳурии  
истон «Дар бораи ҳуқуқи муаллиф ва ҳуқуқҳои вобаста ба он»  
аз мазкур объектҳои ҳуқуқи муаллиф мебошад.



Н. Набизода



# CERTIFICATION

About registration of science  
Literature and art works

"11" 03 2019 № 79

It's distributed to: D.N. Nizomov, I.K. Kalandarbtkov,  
I. I. Kalandarbtkov

That they are the authors of the computer program of the  
«Program of numerical solution of the system «Platform-  
building model» under vibration loading».

Language of the work: russian.

It consists of: 13 pages.

Additional information: According to Article 6 of the Law on Copyright and  
related rights of the Republic of Tajikistan this program is subject of copyright.



Head of Department of Law  
and copyright of Ministry of  
culture of the Republic of Tajikistan  
N. Nabizoda



# CERTIFICATION

About registration of science  
Literature and art works

24 12 2021 № 129

It is distributed to: J. Nizomov, I. Qalandarbekov, I.I. Qalandarbekov that it is author of: Computer program «Program for the numerical solution of static and dynamic problems of beams by the method of concentrated deformations».

Genre of the work: literary

Language of the work: russian

It consists of: 93 kb

Additional information: According to Article 6 of the Law on Copyright and related rights of the Republic of Tajikistan this work is protected by of copyright.



Head of Department of law,  
and copyright of Ministry of  
culture of the Republic of Tajikistan  
 A. Olimshoev



# ШАХОДАТНОМА

дар бораи ба қайд гирифтани асарҳои илм.  
адабиёт ва санъат

24 12 2021 № 129

Дода шуд ба: Ҷ. Низоми, И. Қаландарбеков, И.И. Қаландарбеков дар қусуси он ки муаллифи Барномаи компютерии «Программа численного решения статических и динамических задач балок методом сосредоточенных деформаций» мебошанд.

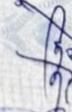
Жанри асар: адабӣ

Забони асар: русӣ

Асар иборат аст аз: 93 кб

Маълумоти иловагӣ: Тибқи молдаи 6-и Қонуни Ҷумҳурии Тоҷикистон "Дар бораи ҳуқуқи муаллиф ва ҳуқуқҳои воқеа ба он" асари мазкур объектҳои ҳуқуқи муаллиф мебошад.



A. Olimshoev  




## CERTIFICATION

About registration of science  
Literature and art works

24 12 2021 № 132

It is distributed to: J. Nizomov, I. Qalandarbekov, I.I. Qalandarbekov  
that it is author of: Computer program «Program for calculating multi-  
storey buildings for seismic effects, taking into account a dynamic  
vibration damper».

Genre of the work: literary

Language of the work: russian

It consists of: 55 kb

Additional information: According to Article 6 of the Law on Copyright and  
related rights of the Republic of Tajikistan this work is protected by of  
copyright.



Head of Department of law,  
and copyright of Ministry of  
culture of the Republic of Tajikistan *A. Olimshoev* A. Olimshoev



## ШАҲОДАТНОМА

дар бораи ба қайд гирифтани асарҳои илм,  
адабиёт ва санъат

24 12 2021 № 132

Дода шуд ба: Ч. Низомов, И. Қаландарбеков, И.И. Қаландарбеков  
дар хусуси он ки муаллифони Барномаи компютери «Программа  
расчета многоэтажных зданий на сейсмические воздействия с  
учетом динамического гасителя колебаний» мебошанд.

Жанри асар: адаби

Забони асар: русӣ

Асар иборат аст аз: 55 кб

Маълумоти иловагӣ: Тибқи моддаи 6-и Қонуни Ҷумҳурии  
Тоҷикистон “Дар бораи ҳуқуқи муаллиф ва ҳуқуқҳои воқаста  
ба он” асари мазкур объекти ҳуқуқи муаллиф мебошад.



Сардори шӯъбаи ҳуқуқ,  
ҳифзи ҳуқуқи муаллиф ва  
ҳуқуқҳои воқаста  
Вазорати фарҳанги  
Ҷумҳурии Тоҷикистон *A. Olimshoev* А. Олимшоев



## ШАҲОДАТНОМА

дар бораи ба қайд гирифтани асарҳои илм.  
адабиёт ва санъат

24 12 2021 № 130

Дода шуд ба: Ҷ. Низомов, И. Қаландарбеков, И.И. Қаландарбеков  
дар хусуси он ки муаллифони Барномаи компютери «Программа  
расчета балок на упругом основании методом сосредоточенных  
деформаций» мебошанд.

Жанри асар: адаби

Забони асар: русӣ

Асар иборат аст аз: 46 кб

Маълумоти иловагӣ: Тибқи моддаи 6-и Қонуни Ҷумҳурии  
Тоҷикистон “Дар бораи ҳуқуқи муаллиф ва ҳуқуқҳои воқеа  
ба он” асари мазкур объектҳои ҳуқуқи муаллиф мебошад.



Сардори шӯъбаи ҳуқуқ  
ҳифзи ҳуқуқи муаллиф ва  
ҳуқуқҳои воқеа ба  
Вазорати фарҳанги  
Ҷумҳурии Тоҷикистон

А. Олимшоев



## CERTIFICATION

About registration of science  
Literature and art works

24 12 2021 № 130.

It is distributed to: J. Nizomov, I. Qalandarbekov, I.I. Qalandarbekov  
that it is author of: Computer program «The program for calculating  
beams on an elastic foundation by the method of concentrated  
deformations».

Genre of the work: literary

Language of the work: Russian

It consists of: 46 kb

Additional information: According to Article 6 of the Law on Copyright and  
related rights of the Republic of Tajikistan this work is protected by of  
copyright.



Head of Department of law,  
and copyright of Ministry of  
culture of the Republic of Tajikistan

A. Olimshoev



# ШАҲОДАТНОМА

дар бораи ба қайд гирифтани асарҳои илм,  
адабиёт ва санъат

24 12 2021

№ 132

Дода шуд ба: Ҷ. Низомов, И. Қаландарбеков,  
И.И. Қаландарбеков дар хусуси он ки муаллифони Барномаи  
компютери «Программа расчета многоэтажных зданий на  
сейсмические воздействия методом сосредоточенных деформаций»  
мебошанд.

Жанри асар: адаби

Забони асар: русӣ

Асар иборат аст аз: 49 кб

Маълумоти иловагӣ: Тибқи модаи 6-и Қонуни Ҷумҳурии  
Тоҷикистон «Дар бораи ҳуқуқи муаллиф ва ҳуқуқҳои вобаста  
ба он» асари мазкур объекти ҳуқуқи муаллиф мебошад.

Сардори шӯъбаи ҳуқуқ,  
ҳуқуқи ҳуқуқи муаллиф ва  
ҳуқуқҳои вобаста ба он  
Вазорати фарҳанг,  
Ҷумҳурии Тоҷикистон

А. Олқишов



# CERTIFICATION

About registration of science  
Literature and art works

24 12 2021

№ 132

It is distributed to: J. Nizomov, I. Qalandarbekov, I.I. Qalandarbekov  
that it is author of: Computer program «Program for calculating multi-  
storey buildings for seismic effects by the method of concentrated  
deformations».

Genre of the work: literary

Language of the work: russian

It consists of: 49 kb

Additional information: According to Article 6 of the Law on Copyright and  
related rights of the Republic of Tajikistan this work is protected by af  
copyright.

Head of Department of library  
and copyrights of Ministry of  
culture of the Republic of Tajikistan

A. Olimshoev

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ПРОГРАММЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

## II.1. Программа прямого и обратного преобразования Фурье

Программа (текст программы ниже приводится) состоит из следующих блоков, которые включают в себя:

1. Описание массивов, размеры которых зависят от дискретизации временной оси, соответствующая периоду свободных колебаний, а также от числа точек оцифрованной акселерограммы, которая описывается оператором **Common**. Используется отдельный программный модуль **Block Data** для присвоения данных переменным массиву  $Y00$ , указанный в области **Common**. Массив  $Y00(N)$  описывает оцифрованную акселерограмму представляется в виде подпрограммы.

2. Выбор шага по времени  $\tau = \Delta t / 2$ ,  $\Delta t$  – шаг оцифровки, и вычисление интегралов (2.3) по формулам (2.12) и (2.13).

3. Вычисление фазового и амплитудного спектров по формулам (2.4) и (2.5).

4. Вычисление интегралов от квадрата модуля амплитудного спектра (2.19) и от квадрата модуля сигнала (2.18) в соответствии с теоремой Парсеваля.

5. Обратное преобразование Фурье по формулам (2.9)-(2.11).

6. Вывод результатов прямого преобразования в виде амплитудных спектров различных землетрясений.

7. Вывод результатов обратного преобразования Фурье в виде акселерограммы землетрясения.

## II.2. Программа вычисления спектров реакций

Фрагмент данной программы приведён на рис.2.7. Два первых пункта этой программы совпадают с первыми двумя пунктами II.1.

3. Вычисление интегралов (2.25,а), (2.25,б) методом Симпсона

4. Вычисление двумерных массивов скоростей (2.26), ускорений (2.27) и перемещений (2.25), размерами  $MТ \times MA2$ ,  $MТ=201$ -число точек разбиения оси периода,  $MA2=2 \times MA1-1$ ,  $MA1$ -число точек оцифровки акселерограммы. Определение псевдоскоростей и псевдоускорений.

5. Переход на абсолютные значения реальных скоростей, ускорений, перемещений и поиск их максимальных значений.

6. Вывод результатов в виде максимальных значений кинематических параметров системы с одной степенью свободы в зависимости от периода свободных колебаний.

### **П.3. Программа вычисления поэтажных спектров реакций**

Фрагмент этой программы приведён на рис.2.15. Особенность данной программы состоит в том, что рассматривается динамическая модель здания со многими степенями свободы. Система дифференциальных уравнений с применением последовательных аппроксимаций по времени (2.38) и (2.39) представляется в системы алгебраических уравнений (2.40), где матрица жёсткости формируется на основе метода сосредоточенных деформаций. При этом предполагается, что каждая масса имеет четыре степеней свободы. Программа позволяет учитывать податливость основания.

1. Ввод исходных данных в виде геометрических и механических параметров здания, а также в виде оцифрованной акселерограммы, и выбор шага интегрирования по времени.

2. Формирование динамической модели здания, в которой каждая масса имеет поступательные и вращательные движения.

3. Формирование матриц внутренней и внешней жёсткости, а затем матрицы динамической жёсткости (2.41).

4. Итерационное решение системы алгебраических уравнений (2.40) с правой частью (2.42) на каждом шаге по времени и проверка сходимости.

5. Вычисление векторов скоростей и ускорений с компонентами поступательных и вращательных движений, соответствующие каждого этажа задания.

6. Формирование массива ускорений для выбранного уровня и вычисление спектра реакций и вывод результатов (рис.2.16).

```

PARAMETER (MA1=872,MA2=2*MA1-1,MT=201,MT2=2*MT-1)

DIMENSION NK1(MA1),NK2(MA2),U00(MA1),U01(MA2),TTS(MT),OMG(MT),
*AFF(MT),BFF(MT),NKT(MT),ASF(MT),Y00(MA1),TT1(MA1),TT2(MA2),
*FSF(MT),FOM(MT),AFFO(MA1),BFFO(MA1),FTO(MA1),U0G(MA1),
*AF1(MT2),BF1(MT2),OM1(MT2),FS1(MT2),FTC(MA1),FTC1(MA1),
DIMENSION ASF1(MT2),FSF1(MT2),OMG1(MT2),NKT1(MT2),TTS1(MT2),
*TTA(MA1),ACC1(MA1),ASFT(MT2),AA(MA1),BB(MA1),ACS(MA1)

COMMON/AKS/Y00

PI=3.141592654;GG=981;QQ=50000

DO 700 I=1,MA1
ACC1(I)=0
700 TTA(I)=0

DO 701 I=1,MT2
ASF1(I)=0
701 FSF1(I)=0

DO 555 I=1,MA1
NK1(I)=I
DO 558 I=1,MA2
NK2(I)=I
DO 578 I=1,MT
NKT(I)=I

! ЗАДАНЫЙ ВЕКТОР УСКОРЕНИЙ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ
! RM=0.400500E-03 !ДЛЯ МЕТОДА СИМПСОНА
DO 570 I=1,MA1
U0G(I)=Y00(I)*RM
570 U00(I)=Y00(I)*RM*981

! ЗАДАНЫЙ ВЕКТОР УСКОРЕНИЙ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ
! RM=0.400500E-03 !ДЛЯ МЕТОДА СИМПСОНА
DO 570 I=1,MA1
U0G(I)=Y00(I)*RM
570 U00(I)=Y00(I)*RM*981

DO 556 I=1,MA1
U01(2*I-1)=U00(I)

DO 557 I=2,MA2-1,2
U01(I)=(U01(I+1)+U01(I-1))/2

! ТОК=3 !МАКСИМАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПЕРИОДА
! ТОК=10 !ДЛЯ ПРОВЕРКИ ТЕОРЕМЫ ПАРСЕВЕЯ

! MT1=MT2-1 !ЧИСЛО ТОЧЕК ПРИ ИНТЕГРИРОВАНИИ
! DT1=0.005 !ШАГ ОЦИФРОВКИ АКСЕЛЕРОГРАММЫ
! DT2=DT1/2 !ШАГ ИНТЕГРИРОВАНИИ МЕТОДОМ СИМПСОНА,
! DTT=ТОК/(MT-1) !ШАГ РАЗБИЕНИЯ ПЕРИОДА СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИИ
! DET=DTT/2 !ШАГ ИНТЕГРИРОВАНИИ

! ДИСКРЕТНАЯ ОСЬ ВРЕМЕНИ ОЦИФРОВАННОЙ АКСЕЛЕРОГРАММЫ
DO 575 I=2,MA1
TT1(I)=(I-1)*DT1
575 TT1(1)=0

! ДИСКРЕТНАЯ ОСЬ ВРЕМЕНИ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИИ
DO 576 I=2,MA2
TT2(I)=(I-1)*DT2
576 TT2(1)=0

```

```

-----
OMGK=100          !НАИБОЛЬШАЯ ЧАСТОТА (раг/сек)
DТО=OMGK/(MT-1)  !ШАГ РАЗБИЕНИЯ ЧАСТОТЫ
-----
ДИСКРЕТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ФОРМИРОВАНИЕ МАССИВА ПЕРИОДА И ЧАСТОТЫ
569 DO 569 I=1,MT
    OMG(I)=(I-1)*DТО
    OMG(1)=1E-10
-----
КОЭФФИЦИЕНТ СИМПСОНА
DTM=DT2/3        !ПРИ ПРЯМОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ФУРЬЕ ДЕЛЬТАТЕ
DOM=DТО/3        !ПРИ ОБРАТНОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ДЕЛЬТАОМЕГА
DTE=DTT/3        !ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ЭНЕРГИИ
-----
ДИСКРЕТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ФОРМИРОВАНИЕ МАССИВА ПЕРИОДА И ЧАСТОТЫ
559 DO 559 I=2,MT
    TTS(I)=(I-1)*DTT
    OMG(I)=2*PI/TTS(I)
    TTS(1)=0;OMG(1)=2E8
    TTS(1)=2E-10
-----
PAUSE
PRINT '(4X,I4,2X,2E11.4)',(NKT(J),TTS(J),OMG(J),J=1,MT)
PAUSE
-----
PRINT '(4X,I4,F10.4,2X,E11.4)',(NK1(J),TT1(J),U00(J),J=1,MA1)
PRINT '(4X,I4,F10.4,2X,E11.4)',(NK1(J),TT1(J),U00(J),J=1,MA1)
PAUSE
PRINT '(4X,I4,F10.4,2X,E11.4)',(NK2(J),TT2(J),U01(J),J=1,MA2)
PAUSE
-----
ЧИСЛЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ А И В
ПРЯМОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ
-----
DO 560 I=1,MT
AF=0;BF=0
DO 560 J=3,MA2,2
-----
AF=AF+DTM*(U01(J-2)*COS(OMG(I)*((J-1)*DT2-2*DT2))+
*4*U01(J-1)*COS(OMG(I)*((J-1)*DT2-DT2))+
*U01(J)*COS(OMG(I)*((J-1)*DT2))
-----
BF=BF+DTM*(U01(J-2)*SIN(OMG(I)*((J-1)*DT2-2*DT2))+
*4*U01(J-1)*SIN(OMG(I)*((J-1)*DT2-DT2))+
*U01(J)*SIN(OMG(I)*((J-1)*DT2))
-----
AFF(I)=AF          !ПРЯМОЕ КОСИНУС ПРЕОБРАЗОВАНИЕ
BFF(I)=BF
560 CONTINUE
-----
PRINT '(1X,I4,F10.4,2X,2E11.4)',
*(NKT(J),TTS(J),AFF(J),BFF(J),J=1,MT)
-----
АМПЛИТУДНЫЙ И ФАЗОВЫЙ СПЕКТР ФУРЬЕ
567 DO 567 I=2,MT
    FSF(I)=ATAN(BFF(I)/AFF(I))          !ФАЗОВЫЙ СПЕКТР
    FOM(I)=AFF(I)**2+BFF(I)**2          !КВАДРАТ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА
    ASF(I)=SQRT(AFF(I)**2+BFF(I)**2)    !АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР
    ASF(1)=0
    FOM(1)=0
-----
ИНТЕГРАЛ ОТ КВАДРАТА МОДУЛЯ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА
-----
EFA=0;FFF=0
DO 580 J=3,MT,2
580 EFA=EFA+2*DTE*(FOM(J-2)/(TTS(J-2)**2)+
*4*FOM(J-1)/(TTS(J-1)**2)+FOM(J)/(TTS(J)**2))
-----
ИНТЕГРАЛ ОТ КВАДРАТА МОДУЛЯ СИГНАЛА
-----

```

```

UEFA=0
DO 581 J=3,MA2,2
581  UEFA=UEFA+DTM*(ABS(U01(J-2))**2+
*4*ABS(U01(J-1))**2+ABS(U01(J))**2)
|-----|
PAUSE
PRINT '(4X,9E11.4)',DT1,DT2,DTT,DTE,DTM,DOM,EFA,UEFA
PAUSE
|-----|
PRINT '(1X,I4,E10.3,2X,3E11.4)',
*(NKT(J),TTS(J),ASF(J),FSF(J),FOM(J),J=1,MT)
PAUSE
|-----|
BRATNOE PREEBPA30BPA30B PA4PBE BO BPEMENNOM PPOCTPAHCTBE
|-----|
O6PA3HOC KOCИHУC ПPEOБPA30BPAHИE ФУРЬE
|-----|
DO 590 I=1,MA1
AFOC=0
DO 590 J=3,MT,2
|-----|
AFOC=AFOC+DOM*(AFF(J-2)*COS(OMG(J-2)*((I-1)*DT2))+
*4*AFF(J-1)*COS(OMG(J-1)*((I-1)*DT2))+
*AFF(J)*COS(OMG(J)*(I-1)*DT2)
|-----|
FTC(I)=AFOC
590 CONTINUE
|-----|
DO 591 I=1,MA1
591  FTC1(I)=FTC(I)*2/PI !O6PA3HOC KOCИHУC ПPEOБPA30BPAHИE
|-----|
PRINT '(1X,I4,F10.4,2X,2E11.4)',
*(NKT1(J),TT1(J),FTC1(J),U00(J),J=1,MA1)
PAUSE
|-----|
ДИСКPЕTНАЯ OСЬ BPEMЕНИ OЦИФPOBАННОЙ AKCEЛEPOГPAММЫ
DO 604 I=2,MA1
604  TTA(I)=(I-1)*DET !ДИСКPЕTНАЯ OСЬ BPEMЕНИ
TTA(1)=0
|-----|
PAUSE
PRINT '(4X,4E11.5)',DTT,DET,DOM
PAUSE
|-----|
DO 607 I=2,MT2
607  TTS1(I)=(I-1)*DET !ДИСКPЕTНОE BPEMЯ
TTS1(1)=0.01
|-----|
DO 606 I=1,MT2
606  OMG1(I)=2*PI/TTS1(I) !ДИСКPЕTНАЯ OСЬ OMEГA
|-----|
DO 605 I=1,MT2
605  NKT1(I)=I
|-----|
DO 600 I=1,MT
600  ASF1(2*I-1)=ASF(I) !ПPEИМEHOBAHИE C ЦEЛЬЮ
FSF1(2*I-1)=FSF(I) !BBEДEHИЯ ДOПOЛHИTEЛbHЫX TOЧEK
|-----|
DO 601 I=2,MT1,2
601  ASF1(I)=0.5*(ASF1(I-1)+ASF1(I+1))
FSF1(I)=0.5*(FSF1(I-1)+FSF1(I+1))
|-----|
DO 712 I=1,MT1
712  ASFT(I)=ASF1(I)/(TTS1(I)**2) !
|-----|
DO 715 I=1,MT2
715  FSF1(I)=0 !PI/4 PI/3
|-----|

```

```

PRINT '(1X,I4,E10.3,2X,3E11.4)',
*(NKT1(J),TTS1(J),ASF1(J),FSF1(J),OMG1(J),J=1,MT2)
PAUSE

```

---

ОБРАТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ И ВЫЧИСЛЕНИЕ АКСЕЛЕРОГРАММЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

---

```

799 DTO=1.0; DTO=0.8; DTO=0.6; DTO=0.4; DTO=0.2
DO 799 I=2,MT !MT=201 ЧИСЛО ТОЧЕК РАЗБИВКИ ОСИ ОМЕГА
OMG(I)=(I-1)*DTO
OMG(1)=0

```

---

```

778 DO 778 I=1,MT
OM1(2*I-1)=OMG(I)

```

---

```

777 DO 777 I=2,MT2-1,2
OM1(I)=(OM1(I+1)+OM1(I-1))/2

```

---

```

DO 602 I=2,MA1 !ИНТЕГРИРОВАНИЕ ПО ОМЕГА
ACOS=0; ASIN=0; ACC=0 !DTO=OMGK/(MT-1) DOM=DTO/3
DO 602 J=3,MT2,2 !OMGK=100 pag/c

```

---

```

* ACOS=ACOS+DOM*(ASFT(J-2)*COS(OM1(J-2)*TTA(I))*COS(FSF1(J-2))+
* 4*ASFT(J-1)*COS(OM1(J-1)*TTA(I))*COS(FSF1(J-1))+
* ASFT(J)*COS(OM1(J)*TTA(I))*COS(FSF1(J))

```

---

```

* ASIN=ASIN+DOM*(ASFT(J-2)*SIN(OM1(J-2)*TTA(I))*SIN(FSF1(J-2))+
* 4*ASFT(J-1)*SIN(OM1(J-1)*TTA(I))*SIN(FSF1(J-1))+
* ASFT(J)*SIN(OM1(J)*TTA(I))*SIN(FSF1(J))

```

---

```

* ACC=ACC-
* 2*DOM*(ASF1(J-2)*COS(OMG1(J-2)*TTA(I)-FSF1(J-2))/TTS1(J-2)**2+
* 4*ASF1(J-1)*COS(OMG1(J-1)*TTA(I)-FSF1(J-1))/TTS1(J-1)**2+
* ASF1(J)*COS(OMG1(J)*TTA(I)-FSF1(J))/TTS1(J)**2

```

---

```

602 ACC1(I)=ACC !ОБЕ ФОРМУЛЫ ДАЮТ ОДИНАКОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ,
AA(I)=ACOS !ЧТО СЛЕДОВАЛО ОЖИДАТЬ
BB(I)=ASIN
CONTINUE

```

---

```

714 DO 714 I=1,MA1 !АКСЕЛЕРОГРАММА,
ACS(I)=(AA(I)-BB(I))/PI !ОБРАТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

```

---

```

PRINT '(1X,I4,F10.3,2X,2E11.4)',
*(NKT1(J),TT1(J),ACC1(J),ACS(J),J=1,MA1)
PAUSE

```

---

2. ПРЯМОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧАСТОТЫ ОМЕГА

---

```

704 DO 704 I=1,MT
AFF(I)=0
BFF(I)=0
FSF(I)=0
FOM(I)=0

```

---

```

706 DO 706 I=1,MT2
OM1(I)=0
BF1(I)=0
FS1(I)=0
AF1(I)=0

```

---

```

DT1=0.005; DT2=DT1/2; DTM=DT2/3

```

---

```

589 DO 589 I=1,MT
OMG(I)=(I-1)
OMG(MT)=MT

```

---

```

DO 588 I=1,MT
AF=0; BF=0
DO 588 J=3,MA2,2

```

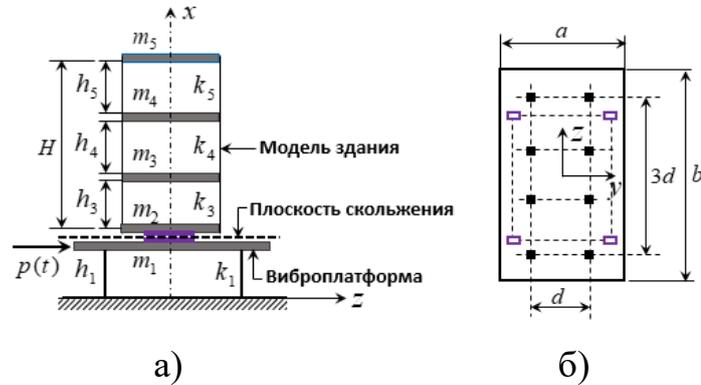
```

|
| AF=AF+DTM*(U01(J-2)*COS(OMG(I)*((J-1)*DT2-2*DT2))+
| *4*U01(J-1)*COS(OMG(I)*((J-1)*DT2-DT2))+
| *U01(J)*COS(OMG(I)*(J-1)*DT2))
|
| BF=BF+DTM*(U01(J-2)*SIN(OMG(I)*((J-1)*DT2-2*DT2))+
| *4*U01(J-1)*SIN(OMG(I)*((J-1)*DT2-DT2))+
| *U01(J)*SIN(OMG(I)*(J-1)*DT2))
|
| AFF(I)=AF
| BFF(I)=BF
588 | CONTINUE
|
| DO 702 I=1,MT
| FSF(I)=ATAN(BFF(I)/AFF(I))           !ФАЗОВЫЙ СПЕКТР
| FOM(I)=AFF(I)**2+BFF(I)**2         !КВАДРАТ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА
702 | ASF(I)=SQRT(AFF(I)**2+BFF(I)**2)   !АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР
|
| PAUSE
| PRINT '(1X,E10.3,2X,2E11.4)',(OMG(J),ASF(J),FSF(J),J=1,MT)
| PAUSE
|
| ОБРАТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧАСТОТЫ ОМЕГА
|
| DO 586 I=1,MT
| OM1(2*I-1)=OMG(I)                 !ОМ1 РЯД ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ 1,3,5,7,.....
| FS1(2*I-1)=FSF(I)                 !РАСШИРЕННЫЙ ФАЗОВЫЙ СПЕКТР
586 | AF1(2*I-1)=ASF(I)                 !РАСШИРЕННЫЙ АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР
|
| DO 585 I=2,MT2-1,2
| OM1(I)=(OM1(I+1)+OM1(I-1))/2       !ОМ1 РЯД ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ 2,4,6,8,.....
| FS1(I)=(FS1(I+1)+FS1(I-1))/2       !РАСШИРЕННЫЙ ФАЗОВЫЙ СПЕКТР
585 | AF1(I)=(AF1(I+1)+AF1(I-1))/2     !РАСШИРЕННЫЙ АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР
|
| МАССИВ OM1(I) СОСТОИТ ИЗ РЯДА ЧИСЕЛ ОТ НУЛЯ ДО 200 С ШАГОМ 0,5
| PAUSE
| PRINT '(2X,E10.3,2X,2E11.4)',(OM1(J),AF1(J),FS1(J),J=1,MT2)
| PAUSE
|
| DTO=2.00; DTO1=DTO/3              !DTO-ШАГ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ОСИ ОМЕГА
|
| DO 582 I=1,MA1
| AFO=0;BFO=0;
| DO 582 J=3,MT2,2
|
| AFO=AFO+DTO1*(AF1(J-2)*COS(OM1(J-2)*TT1(I))*COS(FS1(J-2))+
| *4*AF1(J-1)*COS(OM1(J-1)*TT1(I))*COS(FS1(J-1))+
| *AF1(J)*COS(OM1(J)*TT1(I))*COS(FS1(J)))
|
| BFO=BFO+DTO1*(AF1(J-2)*SIN(OM1(J-2)*TT1(I))*SIN(FS1(J-2))+
| *4*AF1(J-1)*SIN(OM1(J-1)*TT1(I))*SIN(FS1(J-1))+
| *AF1(J)*SIN(OM1(J)*TT1(I))*SIN(FS1(J)))
|
| AFFO(I)=AFO
| BFFO(I)=BFO
582 | CONTINUE
|     AFFO(1)=0;BFFO(1)=0
|
| DO 583 I=1,MA1
583 | FTO(I)=(AFFO(I)+BFFO(I))/PI
|
| PRINT '(1X,I4,F10.4,2X,4E11.4)',
| *(NK1(J),TT1(J),AFFO(J),BFFO(J),FTO(J),U00(J),J=1,MA1)
| PAUSE
|
| STOP
| END
|

```

## П.4. Программа моделирования сейсмоизоляции с элементами сухого трения

Разработанная программа **CULON-5(PM)** позволяет исследовать НДС модели зданий со скользящим поясом от заданной гармонической нагрузки (рис.П.4.1).



**Рис.П.4.** Система «модель здания-скользящий пояс-платформа»

Программа реализуется в следующей последовательности:

1. Ввод геометрических и механических данных модели и платформы.
2. Выбор шага интегрирования по времени в зависимости от периода колебаний гармонической нагрузки.
3. Формирование матриц сосредоточенных масс, жёсткости метода перемещений и матрицы затухания.
4. Формирование обобщённой матрицы жёсткости системы разрешающих уравнений.
5. Аппроксимация кинематических параметров и формирование системы разрешающих алгебраических уравнений (3.40) с учётом сил трения-скольжения (3.48), (3.49) и действия вибрационной нагрузки. Данная система уравнений соответствует моменту времени  $t_i$ .
6. Итерационное решение системы алгебраических уравнений и вывод результатов после первого цикла итерации с целью сравнения с данными второго цикла.
7. Вычисление реальных скоростей и ускорений (3.50), (3.51).

## 8. Вычисление векторов инерционных и упругих сил, а также $M_0$ и $Q_0$

(3.67).

```

-----
                          СИСТЕМА ПЛАТФОРМА-МОДЕЛЬ
-----
program CULON-NV-4 CULON-5(PM)
-----
  REAL MU1,M,KSI,KG,MK,K1,K2,K3,K4,K5,ME,K02
  PARAMETER (NR=10,NV=5)
  DIMENSION UP00(NR),R(NV,NV),C(NV,NV),M(NV,NV),
  *A(NV,NV),B(NV,NV),Z1(NV),Z0(NV),V0(NV),U0(NV),
  *V1(NV),U1(NV),CS(NV),BC(NV),SK(NV),US(NV),KG(NV),
  *MK(NV),QM(NV),CZ(NV),OMG(NV),AA(NV),Z2(NV),V2(NV),U2(NV),
  *QMI(NV),SGNV(NV),SGNZ(NV),FFV(NV),FFZ(NV),ZW(NV),PS(NV)
-----
  PI=3.141592654
-----
  KT=1;KI=1;KI1=100;KI2=120;KTD=1600;X1=1;GG=9.81;KTD=3200
-----
  QD=4.0           !ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ВЕС НА КАЖДЫЙ ЭТАЖ по 4 тонны
  QD=2.0           !ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ВЕС НА КАЖДЫЙ ЭТАЖ по 2 тонны
  QD=1.0           !ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ВЕС НА КАЖДЫЙ ЭТАЖ
  QD=0.0
-----
  ЖЕСТКОСТНЫЕ ДАННЫЕ ПЛАТФОРМА И МОДЕЛИ
  EJ1=2.1E7*0.1*0.05**3/12;EJ2=0
  EJ3=0.5E6*0.1*0.1**3/12;EJ4=EJ3;EJ5=EJ3
-----
  EJ1=EJ3
-----
  H1=0.435;H2=0;H3=0.75;H4=0.75;H5=0.75
  K1=4*12*EJ1/H1**3;K2=0;K3=8*12*EJ3/H3**3;K4=K3;K5=K4;
  K02=K3;DEL=0.01
-----
  BK=0.1;DK=0.1;HK=0.75;BR=0.1;DR=0.05;HR=1.5;CP=1.5;DP=1.5;HP=0.04  !MODEL
-----
  GM=2.5;
  AP=6.0;BP=3.5;
  AS=0.1;BS=0.045;DL=0.435
  EQR=0.12;
  QP=12.0;!QP=1.2
  !РАЗМЕРЫ ПЛАТФОРМЫ В ПЛАНЕ
  !СЕЧЕНИЯ СТОЕК И ИХ ВЫСОТА В МЕТРАХ
  !ЭКСЦЕНТРИСИТЕТ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО ГРУЗА
  !ВЕС ПЛАТФОРМЫ
-----
  QKL=BK*DK*HK*GM*8           !ВЕС КОЛОНН
  QRG=BR*DR*HR*GM*10         !ВЕС РИГЕЛЕЙ
  QPL=CP*DP*HP*GM*3         !ВЕС ПЛИТ ПЕРЕКРЫТИЙ
-----
  QSH=0.25           !ВЕС ШВЕЛЛЕРОВ ОПОРНОЙ ЧАСТИ
  QM1=QP;           !ВЕС ВИБРОСТОЛА ПЕРВАЯ МАССА
  QM2=QSH+QKL/2.    !ВЕС ШВЕЛЛЕРОВ И КОЛОНН ВТОРАЯ МАССА
  QMJ=QKL+QPL+QRG+QD; !ВЕС ПРОМЕЖУТОЧНЫХ МАСС
  QMN=QKL/2.+QPL+QRG+QD; !ВЕС МАССЫ ПОКРЫТИЯ
-----
  QMI(1)=QM1;           !ВЕС 1-ОЙ МАССЫ ВИБРОСТОЛ
  QMI(2)=QM2           !ВЕС 2-ОЙ МАССЫ ШВЕЛЛЕРА И КОЛОННЫ
  QMI(NV)=QMN         !ВЕС 5-ОЙ МАССЫ
  DO 140 I=3,NV-1
  QMI(I)=QMJ           !ВЕС ЭТАЖЕЙ 3 И 4-ГО ЭТАЖА
-----
  PAUSE
  PRINT '(2X,5E10.4)',(QMI(I),I=1,NV)
-----
  DO 39 I=1,NV
  MK(I)=QMI(I)/9.81   !МАССИВ МАСС (Т*С**2/М)
-----
  DO 203 I=1,NV
  FFV(I)=0           !Вектор сил трения
  FFZ(I)=0
  SGNV(I)=0
  SGNZ(I)=0         !Вектор знака функции
  KG(1)=K1;KG(2)=K2;KG(3)=K3;KG(4)=K4;KG(5)=K5 !Жесткость (Т/М)
-----

```

```

-----
211 DO 211 I=1,NV
    OMG(I)=SQRT(KG(I)/MK(I))          !рад/сек
-----
    FG=14; !FG=5                      !HERTZ  ТЕХНИЧЕСКАЯ ЧАСТОТА В ГЕРЦАХ
    EQR=0.12;                          !ЭКСЦЕНТРИСИТЕТ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО ГРУЗА
    QE=10/1000.;                       !ВЕС ЭКСЦЕНТРИКА
    ME=QE/9.81                          !МАССА ЭКСЦЕНТРИКА
-----
    TETAA=2*PI/0.1
    TETAP=2*PI/0.1                     !ЧАСТОТА ГАРМОНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ
    TP=2*PI/TETAP
    PT0=2.*ME*EQR*TETAP**2
    PT0=0
-----
    A00=0.0;                          !УСЛИ ЗАДАНО КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ ОСНОВАНИЯ
-----
    DT=TP/100.0;
    DT=0.2/100.0;
    DT=0.5/100.0;
    DT=1.2/100.0;
-----
    КОЭФФИЦИЕНТЫ АППРОКСИМАЦИЙ
    AL1=4;AL2=4;AL3=1;BT1=2;BT2=1;BT3=0;
    A01=AL1/DT**2;A02=AL2/DT;A03=AL3;
    B01=BT1/DT;B02=BT2;B03=DT*BT3
-----
    KSI=0.05
    DO 212 I=1,NV
212 CZ(I)=2*KSI*OMG(I)*MK(I)          !Коэффициент затухания на каждом уровне
-----
    PAUSE
    WRITE(*,200)
200 FORMAT(T20,'MATRIX QMI,MK,KG,CZ,OMG'/)
-----
    PRINT '(2X,5E10.4)',(QMI(I),I=1,NV)
    PRINT '(2X,5E10.4)',(MK(I),I=1,NV)
    PRINT '(2X,5E10.4)',(KG(I),I=1,NV)
    PRINT '(2X,5E10.4)',(CZ(I),I=1,NV)
    PRINT '(2X,5E10.4)',(OMG(I),I=1,NV)
    PAUSE
-----
    DO 204 I=1,NV
    DO 204 J=1,NV
204 C(I,J)=0                          !Матрица затухания
    M(I,J)=0                          !Матрица масс
    R(I,J)=0                          !Матрица жесткости
-----
    DO 205 I=1,NV-1
205 C(I,I+1)=-CZ(I+1)
    R(I,I+1)=-KG(I+1)
-----
    DO 206 I=2,NV
206 C(I,I-1)=-CZ(I)
    R(I,I-1)=-KG(I)
-----
    DO 207 I=1,NV-1
207 C(I,I)=CZ(I)+CZ(I+1)
    R(I,I)=KG(I)+KG(I+1)
    R(NV,NV)=KG(NV);C(NV,NV)=CZ(NV)
210 DO 210 I=1,NV
    C(I,I)=CZ(I)
-----
201 WRITE(*,201)
    FORMAT(T20,'MATRIX R'/)
    PRINT '(2X,5E10.4)',((R(I,J),J=1,NV),I=1,NV)
    PAUSE
-----
    R(1,1)=K1;R(1,2)=0;R(1,3)=0;R(1,4)=0;R(1,5)=0
    R(2,1)=0;R(2,2)=K3;R(2,3)=-K3;R(2,4)=0;R(2,5)=0
    R(3,1)=0;R(3,2)=R(2,3);R(3,3)=K3+K4;R(3,4)=-K4;R(3,5)=0
    R(4,1)=0;R(4,2)=0;R(4,3)=R(3,4);R(4,4)=K4+K5;R(4,5)=-K5
    R(5,1)=0;R(5,2)=0;R(5,3)=0;R(5,4)=-K5;R(5,5)=K5
-----

```

```

WRITE(*,202)
202 FORMAT(T20,'MATRIX R'/)
PRINT '(2X,5E10.4)',((R(I,J),J=1,NV),I=1,NV)
PAUSE
WRITE(*,222)
222 FORMAT(T20,'MATRIX Damping'/)
PRINT '(2X,5E10.4)',((C(I,J),J=1,NV),I=1,NV)
PAUSE
-----
DO 208 I=1,NV
M(I,I)=MK(I)
208 QM(I)=M(I,I)*GG           !Вес здания на каждом уровне
-----
WRITE(*,223)
223 FORMAT(T20,'MATRIX MASS'/)
PRINT '(2X,5E10.4)',((M(I,J),J=1,NV),I=1,NV)
PAUSE
WRITE(*,224)
224 FORMAT(T20,'MATRIX WEIGHT(VES)'/)
PRINT '(2X,5E10.4)',(QM(I),I=1,NV)
PAUSE
PRINT '(2X,5E10.4)',(QMI(I),I=1,NV)
PAUSE
-----
ОБЩЕННАЯ МАТРИЦА ЖЕСТКОСТИ
DO 12 I=1,NV
DO 12 J=1,NV
12 A(I,J)=A01*M(I,J)+B01*C(I,J)+R(I,J)
-----
WRITE(*,225)
225 FORMAT(T20,'MATRIX COEFFICIENTS A(I,J)'/)
PRINT '(2X,5E10.4)',((A(I,J),J=1,NV),I=1,NV)
PAUSE
-----
QQ=0
DO 216 I=2,NV
216 QQ=QQ+QM(I)
! СИЛА КЮЛОНОВО ТРЕНИЯ
FTR=0
MU1=0.1; !MU1=0.05;           !КОЭФИЦИЕНТЫ ТРЕНИЯ
DO 209 I=2,NV
209 FTR=FTR+MU1*QM(I)           !СИЛА ТРЕНИЯ
-----
WRITE(*,227)
227 FORMAT(T20,'SILA TRENIY FTR, MU1,DT'/)
PRINT '(2X,10E10.4)',QQ,FTR,MU1,DT
PAUSE
-----
Кoeffициенты при неизвестных при итерационном решении
DO 16 I=1,NV
DO 16 J=1,NV
16 B(I,J)=A(I,J)/A(I,I)
DO 31 I=1,NV
31 B(I,I)=0
-----
WRITE(*,228)
228 FORMAT(T20,'MATRIX COEFFICIENTS B(I,J)'/)
PRINT '(2X,5E10.4)',((B(I,J),J=1,NV),I=1,NV)
PAUSE
-----
ВЕКТОРЫ НАЧАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ, СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ
DO 23 I=1,NV
Z0(I)=0
V0(I)=0
U0(I)=0
-----
FFV(I)=0
FFZ(I)=0
Z1(I)=0
V1(I)=0
23 U1(I)=0
-----

```

```

! DO 231 I=1,NV
! 231 V0(I)=0.0 !НАЧАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ
-----
DO 1 I=1,10
1 UP00(I)=0
KT0=0;
-----
WRITE(*,229)
229 FORMAT(T20,'PARAMETRI VIBRATSIONOY NAGRUZKI TETAP,TETAA,PT0,TP'/)
PRINT '(2X,5E10.4)',TETAP,TETAA,PT0,TP
PAUSE
-----
WRITE(*,2)
2 FORMAT(T3,105('-')/T35,
*'Results of dynamic analysis with seismic isolation'/T3,105('-')/
*T40,'displacement, velocity and acceleration'/T3,105('-')/T7,'KT'
*T15,'TV'T26,'W1'T37,'V1'T48,'U1'T59,'W2'T70,'V2'T80,'U2'T91,
*'FTR'T102'SGN'/T3,105('-'))
PRINT '(2X,I4,2X,10E11.4)',KT0,(UP00(J),J=1,10)
PAUSE
-----
3 CONTINUE
-----
PT=PT0*SIN(TETAP*KT*DT) !СТАЦИОНАРНАЯ ГАРМОНИЧЕСКАЯ НАГРУЗКА
US0=A00*SIN(TETAA*KT*DT) !СТАЦИОНАРНОЕ ГАРМОНИЧЕСКОЕ УСКОРЕНИЕ ОСНОВАНИЯ
-----
DO 213 I=3,NV
213 AA(I)=-MK(I)*(US0+U1(2))/A(I,I)
AA(1)=-MK(I)*US0/A(1,1)
AA(2)=-MK(I)*US0/A(2,2)
AA(2)=-MK(I)*(US0+U1(2))/A(2,2)
AA(1)=PT/A(1,1)
-----
V21=V0(2)-V0(1)
Z21=Z0(2)-Z0(1)
ZAB=ABS(Z0(2)-Z0(1))
ZABD=ZAB-DEL
-----
SGNV(1)=SIGN(X1,V21)
SGNV(2)=SIGN(X1,V21)
-----
SGNZ(1)=SIGN(X1,Z21)
SGNZ(2)=SIGN(X1,Z21)
-----
IF(V21.EQ.0)SGNV(1)=0
IF(V21.EQ.0)SGNV(2)=0
-----
IF(Z21.EQ.0)SGNZ(1)=0
IF(Z21.EQ.0)SGNZ(2)=0
-----
BEKTOR СМЖ ТРЕННЯ
FFV(1)=FTR*SGNV(1)/A(1,1)
FFV(2)=-FTR*SGNV(2)/A(2,2)
-----
FFZ(1)=K02*ZABD*SGNZ(1)/A(1,1)
FFZ(2)=-K02*ZABD*SGNZ(2)/A(2,2)
-----
IF(ZABD.EQ.0)FFZ(1)=0
IF(ZABD.EQ.0)FFZ(2)=0
-----
IF(ZAB.LT.DEL)FFZ(1)=0
IF(ZAB.LT.DEL)FFZ(2)=0
-----
FFZ12=K02*ZABD*SGNZ(1)
IF(ZAB.LT.DEL)FFZ12=0
-----
FTR1=FTR*SGNV(1)
-----
ПРИВЕДЕННЫЕ ВЕКТОРЫ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ
30 DO 24 I=1,NV
24 SK(I)=(B01*Z0(I)+B02*V0(I)+B03*U0(I))/A(I,I)
US(I)=(A01*Z0(I)+A02*V0(I)+A03*U0(I))/A(I,I)

```

```

-----
| ИТЕРАЦИОННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ
| DO 100 I=1,NV
| CS(I)=0
| DO 101 J=1,NV
101 CS(I)=CS(I)+M(I,J)*US(J)+C(I,J)*SK(J)
100 BC(I)=CS(I)+FFV(I)+FFZ(I)+AA(I) !Вектор правой части
-----
| DO 250 I=1,NV
| Z1(I)=0
| DO 102 J=1,NV
102 Z1(I)=Z1(I)-B(I,J)*Z1(J)
250 Z1(I)=Z1(I)+BC(I)
-----
| Приращение шага итерации и условия продолжения цикла
| KI=KI+1
| IF(KI-KI1)260,260,300
-----
| ПЕЧАТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОСЛЕ ПЕРВОГО ЦИКЛА ИТЕРАЦИИ
| 301 PRINT '(2X,I4,2X,10E11.4)',KT,KT*DT,(Z1(J),J=1,5)
-----
| 300 IF(KI-KI2)260,5,5
-----
| ВЫЧИСЛЕНИЕ РЕАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ
5 CONTINUE
| DO 27 I=1,NV
| U1(I)=A01*(Z1(I)-Z0(I))-A02*V0(I)-A03*U0(I)
27 V1(I)=B01*(Z1(I)-Z0(I))-B02*V0(I)-B03*U0(I)
-----
| DO 40 I=1,NV
| Z2(I)=Z1(I)+Z1(2)
| V2(I)=V1(I)+V1(2)
40 U2(I)=U1(I)+U1(2)
-----
| DO 215 I=1,NV
| PS(I)=M(I,I)*U1(I)
215 ZW(I)=Z1(I)*100
-----
| FSK=ABS(MK(2)*U0(2)+MK(3)*(U0(3)+U0(2))+MK(4)*(U0(4)+U0(2))+
| *MK(5)*(U0(5)+U0(2))+FFZ12)
-----
| TV=KT*DT
-----
| PRINT '(2X,I4,2X,10E11.4)',KT,TV,Z1(1),V1(1),U1(1),UA1,FTR1
| PRINT '(2X,I4,2X,10E11.4)',KT,TV,ZW(1),ZW(2),ZW(3),ZW(4),ZW(5),
| *V1(1),V1(2),V1(5),PT
-----
| KT=KT+1
| KI=1
-----
| DO 29 I=1,NV
| Z0(I)=Z1(I)
| U0(I)=U1(I)
29 V0(I)=V1(I)
-----
| IF(KT-KTD)3,3,4
-----
4 STOP
END
-----

```

## П.5. Программа расчёта сейсмоизолированного здания с резинометаллическими опорами

Программа **SI-MCD-El Centro** на языке Фортран для решения динамических задач по расчёту сейсмоизолированных зданий (рис.П.5.1) с применением метода сосредоточенных деформаций.

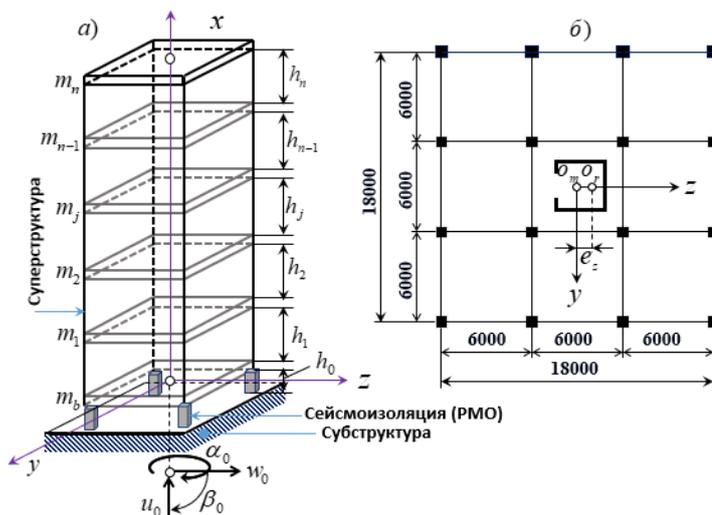


Рис.П.5.1. Модель каркасного здания с ядром жёсткости

Выполнение программы состоит из следующих этапов:

1. Описание массивов и ввод исходных данных, связанных с геометрическими и механическими характеристиками элементов строительных конструкции каркасного здания с ядром жёсткости, а также связанных с внешними воздействиями.

2. Описание основных характеристик динамической расчётной модели сейсмоизолированного здания на основе метода сосредоточенных деформаций с учётом параметров резинометаллических опор и многокомпонентности сейсмического воздействия.

3. Формирование диагональной матрицы масс  $\mathbf{M}$  (4.22), матрицы коэффициентов  $\mathbf{A}$  (4.28) и матрицы внутренней жёсткости  $\mathbf{C}$  (4.27).

4. Обращение к подпрограмме CALL SR и формирование матрицы жёсткости  $\mathbf{K}$  (4.33).

5. Формирование матрицы затухания  $\mathbf{D}$  по Релею (4.16).

6. Формирование системы алгебраических уравнений, полученная путём аппроксимации векторов скоростей (4.52) и ускорений (4.53).

7. Итерационное решение системы алгебраических уравнений и определение компонентов вектора перемещений. Вычисление компонентов векторов скоростей и ускорений.

8. Вычисление вектора деформаций (4.47) и вектора внутренних усилий (4.49).

9. Вывод на печать результатов расчёта, полученных от внешнего воздействия в виде заданной акселерограммы или вибрационной нагрузки или мгновенного импульса.

Для контроля работы предлагаемой программы, текст которой ниже приводится, на рис.П.5.2 показаны относительные линейные ускорения массы  $m_b$  и массы  $m_n$ , где  $n = 9$ , полученные от заданной акселерограммы El Centro.

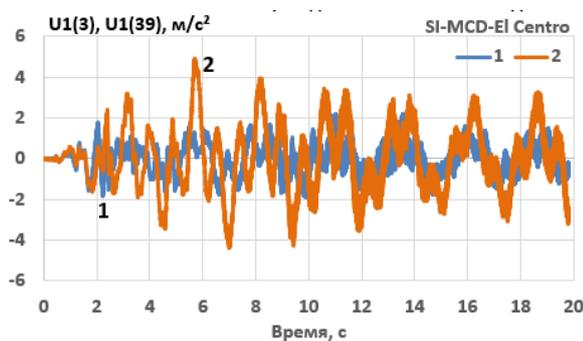


Рис.П.5.2. Результаты расчёта сейсмоизолированного здания

Программа позволяет:

- 1) исследовать свободные колебания здания с различными граничными условиями;
- 2) решать динамические задачи по определению внутренних усилий и перемещений сейсмоизолированного здания при многокомпонентном внешнем воздействии;
- 3) исследовать НДС зданий с учетом крутильных колебаний инерционных масс;
- 4) определять внутренние усилия и перемещения с учётом различных видов деформации сейсмоизолирующих опор.

СИСТЕМА СО МНОГИМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ  
LEAD RUBBER ISOLATION  
LAMINATED RUBBER BEARING

program SI-MCD-EI Centro

GS, GP, GFP, GK—ОБЪЕМНЫЙ ВЕС СТЕН, ПЕРЕГОРОДОК И ФУНДАМЕНТА  
BZ, BY, DJ—ДЛИНА, ШИРИНА И ТОЛЩИНА СТЕНКИ ЯДРА  
DY, DZ—РАЗМЕРЫ СЕТКИ КОЛОНН ПО ОСИ Y И Z  
HS, HP—ТОЛЩИНЫ НАРУЖНЫХ И ВНУТРЕННИХ СТЕН  
LZ—ВЫСОТА ЭДАНИЯ  
MM, MK, MK1, MD—МАТРИЦЫ МАСС, ЖЕСТКОСТИ И ЗАТУХАНИЯ, MK1=MK  
NO—ВЫСОТА ЭТАЖА  
NF—ЧИСЛО ЭТАЖЕЙ, NM—ЧИСЛО ИНЕРЦИОННЫХ МАСС, NS—ЧИСЛО СЕЧЕНИЙ МСД

REAL M0, LZ, NU, MIY, MIZ, MIKY, MIKZ, MIJY, MIJZ, MU, KSA, KSB, JP

REAL MM, MK, MD, MK1, MKD, MB, KSI, KSIO, KEO, MMO

PARAMETER (NF=9, NM=NF+1, NS=NF+2, NV=4\*NM, NC=4\*NS)

PARAMETER (NR=11, MA1=1560, NT=10, MA2=(MA1-1)\*NT+1)

DIMENSION UP00(NR), U001(MA1), Y001(MA1), U002(MA2)

DIMENSION EF(NS), EI(NS), GF(NS), GJ(NS), AS(NM), BS(NM), HF(NF),  
\*SD(NV), ZO(NV), VO(NV), UO(NV), WO(NV)  
DIMENSION MM(NV, NV), MK(NV, NV), MD(NV, NV), AK(NV, NC), AKT(NC, NV),  
\*CG(NC, NC), AC(NV, NC), MK1(NV, NV), MKD(NV, NV), MB(NV, NV),  
\*PD(NV), AA(NV), W1(NV), US(NV), SK(NV), U1(NV), V1(NV), USP(NV), SS(NV),  
\*BTA(NV), BC(NV), W2(NV, 1), DF(NC, 1), PS(NC, 1), WP(NV)

DIMENSION UX(NM), FIY(NM), WZ(NM), FIX(NM)

COMMON/AKS1/Y001

PI=3.141592654

DO 1 I=1, NR  
UP00(I)=0  
KTO=0:

ПАРАМЕТРЫ ИТЕРАЦИИ И ОРГАНИЗАЦИИ ЦИКЛОВ  
KI1=300; KI2=500; KI=1; KT=1  
IK=1; I1=7  
KTD=9900 !; KTD=1250; KTD=2500;

ШАГ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ВРЕМЕНИ  
DT=T1Y/100.0  
DT=0.01  
DT=0.025

DT1=0.02 !ШАГ ОЦИФРОВКИ АКСЕЛЕРОГРАММЫ EI Centro  
DT=DT1/NT !NT=DT1/DT=20  
DT=0.0004 !NT=DT1/DT=50

ЗАДАННЫЙ ВЕКТОР УСКОРЕНИЙ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ РАЗБИЕНИЕМ  
RM=0.9346E-03 !С ШАГОМ DT, NT=DT1/DT

DO 570 I=1, MA1  
U001(I)=Y001(I)\*9.81

DO 571 I=1, MA1-1  
DO 571 J=NT\*(I-1)+1, NT\*I+1  
U002(J)=U001(I)+((J-1)-NT\*(I-1))\*(U001(I+1)-U001(I))/NT

A00=4 !МАКСИМАЛЬНОЕ УСКОРЕНИЕ ГРУНТА

```

! ОБНУЛЕНИЕ МАТРИЦ ДЕМПИРОВАНИЯ, МАСС И ЖЕСТКОСТИ
DO 204 I=1, NV
DO 204 J=1, NV
MD(I, J)=0 !Матрица демпирования
MM(I, J)=0 !Матрица масс
MK(I, J)=0 !Матрица жесткости
204
-----
DO 441 I=1, NV
PD(I)=0
AA(I)=0
441
-----
! ПАРАМЕТРЫ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ДИНАМИКУ И СЕЙСМИКУ
FI=1.0 !УЧЕТ ПОВОРОТА
EO=1.0 !УЧЕТ ДИНАМИКИ
TI=1.0 !УЧЕТ КРУЧЕНИЯ
EE=1.0 !УЧЕТ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА, EE=0-НЕТ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА
-----
ZA2=1 !УЧЕТ ДЕЙСТВИЯ АКСЕЛЕРОГРАММЫ
UX1=0 !АКСЕЛЕРОГРАММА ПО ОСИ X (ВЕРТИКАЛЬНАЯ)
FY1=0 !АКСЕЛЕРОГРАММА ПОВОРОТА
WZ1=1 !АКСЕЛЕРОГРАММА ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ (ПО ОСИ Z)
FX1=0 !АКСЕЛЕРОГРАММА КРУЧЕНИЯ ВОКРУГ ОСИ X
-----
S0=0.0 !УЧЕТ ДЕЙСТВИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫЙ ИМПУЛЬС
DP=0.0 !УЧЕТ ДЕЙСТВИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ
-----
EJ=1.0 !УЧЕТ ЯДРА ЖЕСТКОСТИ, EJ=0- ЯДРО ЖЕСТКОСТИ ОТСУТСТВУЕТ
-----
GS=2.0; GP=2.0; GFP=2.5; GK=2.5; G0J=2.5
BZ=3.03; BY=2.33; DJ=0.24; DL=1.0; НК=0.4; DK=0.4 !РАЗМЕРЫ ЯДРА И КОЛОНН
DZ=6.0; DY=6.0
HS=0.25; HP=0.15; H0=3.0
! ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И МЕХАНИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ЗДАНИЯ
HX=3; LZ=HX*NF; MU=1.2; NU=0.25 !LZ-ВЫСОТА ЗДАНИЯ
AO=HX/2; BO=HX/2; G1=0.05; ABO=AO+BO
AZ=18.0; AY=18.0; HFP=1.0; !РАЗМЕРЫ ЗДАНИЯ И ФУНД
HT=0.2 !ТОЛЩИНА ПЛИТЫ ПЕРЕКРЫТИЯ
-----
! ПЛОЩАДИ, ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ
F1=BY*DJ; F2=(BY-DL)*DJ/2; F3=(BZ-2*DJ)*DJ
Z1J=BZ/2-DJ/2; Z2J=Z1J
ZC=(F1*Z1J-2*F2*Z2J)/(F1+2*F2+2*F3)
Y2J=((BY-DL)/2)/2+DL/2
-----
PRINT '(1X, 8E11.4)', F1, F2, F3, ZC, Y2J
PAUSE
-----
! РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ МАССЫ
QCT=(2.0*AY*HT+2.0*AZ*HT)*GS/9.81 !СТЕН
QPG=(6.0*DY*HP+6.0*DZ*HP)*GP/9.81 !ПЕРЕГОРОДОК
QKN=16.0*HK*DK*GK/9.81 !КОЛОНН
QKJ=(F1+2.0*F2+2.0*F3)*G0J/9.81 !ЯДРА
QVX=QCT+QPG+QKN+QKJ*EJ !ПОГОННАЯ МАССА ВЕРТ. ЭЛЕМЕНТОВ
-----
! СОСРЕДОТОЧЕННЫЕ МАССЫ
QXF=AZ*AY*HFP*GFP/9.81; QZF=QXF !СОСРЕД. МАССА ФУНДАМЕНТНОЙ ПЛИТЫ
QMYF=(AY*AZ**3/12.0)*HFP*GFP/9.81 !ИНЕРЦ. МАССА ФУНДАМЕНТНОЙ ПЛИТЫ
QMXF=(AZ*AY*(AZ**2+AY**2)/12.0)*HFP*GFP/9.81 !МАССА КРУЧЕНИЯ ФУНД. ПЛИТЫ
QXP=AZ*AY*HT*GP/9.81 !МАССА ПЛИТЫ ПЕРЕКРЫТИЯ
QX=QVX*H0+QXP; QZ=QX !МАССА ПЛИТЫ И ВЕРТ. ЭЛЕМ.
QMY=(AY*AZ**3/12.0)*HT*GP/9.81+QVX*H0**3/12.0 !МАССА ПОВОРОТА
QMX=(AZ*AY*(AZ**2+AY**2)/12.0)*HT*GP/9.81 !МАССА КРУЧЕНИЯ ПЛИТЫ
-----
! ОБЩАЯ МАССА ЗДАНИЯ (СМ. С.136 КНИГИ МСД)
SM=(6.326*H0+13.21)*(NM-2)+82.568+6.326*H0/2 ! (T*C**2/M)
-----
KEO=0.157E3 !1.54kN/mm=0.157E3T/M, см. с. 55
KEO=0.275E3 !ЖЕСТКОСТ РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ОПОРЫ
NLRB=20 !ЧИСЛО РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ОПОР

```

```

ПАРАМЕТРЫ УПРУГО-ПОДАТЛИВЫХ ОПОР (СЕЙСМОИЗОЛЯЦИЙ)
█ KSB=2.0E-20;ETB=2.0E-20;OMB=2.0E-20;TTB=2.0E-20

-----
█ ETA=NLRB*KEO;KSA=2.0E8;OMA=0.6E8;TTA=2.0E10 !РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ОПОРЫ 1
█ ETA=NLRB*KEO;KSA=2.0E8;OMA=0.6E8;TTA=2.0E5 !РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ОПОРЫ 2

-----
█ ETA=NLRB*KEO;KSA=2.0E8;OMA=0.6E7;TTA=2.0E5 !РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ОПОРЫ 3
█ ETA=NLRB*KEO;KSA=2.0E6;OMA=0.6E7;TTA=2.0E5 !РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ОПОРЫ 4
█ ETA=NLRB*KEO;KSA=2.0E4;OMA=0.6E7;TTA=2.0E5 !РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ОПОРЫ 5
█ ETA=NLRB*KEO;KSA=2.0E8;OMA=2.0E6;TTA=2.0E5 !РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ОПОРЫ 6

-----
█ KSA=2.0E20;ETA=2.0E20;OMA=2.0E20;TTA=2.0E20 !ЖЕСТКОЕ ОПИРАНИЕ

-----
█ KSA=2.0E20;ETA=1.2E6;OMA=0.6E8;TTA=2.0E10 !УПРУГОПОДАТЛИВЫЕ ОПОРЫ

-----
ETA=NLRB*KEO;KSA=2.0E15;OMA=2.0E6;TTA=2.0E15 !РЕЗИНОМЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ОПОРЫ |
KSA-ВДОЛЬ ОСИ X;ETA-ВДОЛЬ ОСИ Z;OMA-FIX;TTA-FIX

-----
ЗАДАННЫЙ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТ
█ EE1=0.02*AZ*EE

-----
МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ КОЛОНН
MIKY,MIKZ,MIJY,MIJZ-МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ КОЛОНН И ЯДРА
█ MIKY=16.0*HK*DK**3/12.0+8.0*HK*DK*(DZ/2.0)**2+
*8.0*HK*DK*(DZ/2.0+DZ)**2

-----
█ MIKZ=16.0*DK*HK**3/12.0+8.0*DK*HK*(DY/2.0)**2+
*8.0*DK*HK*(DY/2.0+DY)**2

-----
МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ ЯДРА
█ MIJY=2.0*DJ*(BZ-2.0*DJ)**3/12.0+2.0*F3*ZC**2+BY*DJ**3/12.0+
*F1*(Z1J-ZC)**2+2.0*((BY-DL)/2.0)*DJ**3/12.0+2.0*F2*(Z2J+ZC)**2

-----
█ MIJZ=DJ*BY**3/12.0+2.0*DJ*((BY-DL)/2.0)**3/12.0+2.0*F2*Y2J**2+
*2.0*(BZ-2.0*DJ)*DJ**3/12.0+2.0*F3*(BY/2.0-DJ/2.0)**2

-----
ПОЛЯРНЫЙ МОМЕНТ ИНЕРЦИИ КОЛОНН И ЯДРА
█ MIY=MIKY+MIJY*EJ;MIZ=MIKZ+MIJZ*EJ;JP=MIY+MIZ

-----
█ PRINT '(1X,8E11.4)',MIKY,MIKZ,MIJY,MIJZ,MIY,MIZ,JP
█ PAUSE

-----
ПЛОЩАДИ СЕЧЕНИЙ НЕСУЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ
█ FJ=F1+2.0*F2+2.0*F3
█ FK=16.0*DK*HK
█ FS=FJ+FK

-----
ПРИВЕДЕННАЯ РАСПРЕДЕЛЕННАЯ МАССА ЗДАНИЯ
█ M0=QVX+QXP*9/LZ
РАЗМЕРЫ ЭЛЕМЕНТОВ МСД
█ DO 90 I=1,NM
AS(I)=AO
BS(I)=BO
90 AS(1)=0;BS(NM)=0
DIJ=AO+BO
█ DO 91 I=1,NF
91 HF(I)=BS(I)+AS(I+1)

-----
МОДУЛЬ УПРУГОСТИ И МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ ПРИВЕДЕННОГО СТЕРЖНЯ
█ EU=2.0E+6;GU=EU/(2.0*(1.0+NU));FZ=FS/MU

-----
█ EIY=EU*MIY;EIZ=EU*MIZ;GFZ=GU*FZ;EFX=EU*FS;GIX=GU*JP

-----
█ PRINT '(2X,10E11.4)',EFX,EIY,GFZ,GIX,EIZ,QVX,QMYF,QMXF,QMY,QMX
█ PAUSE

```

```

| ПРИВЕДЕННЫЕ ПОГОННЫЕ ЖЕСТКОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ЗДАНИЯ
DO 92 I=2,NM
EF(I)=EFX/HF(I-1)
EI(I)=EIV/HF(I-1)
GF(I)=GFZ/HF(I-1)
GJ(I)=GIX/HF(I-1)
92
-----
EF(1)=KSA; EI(1)=OMA; GF(1)=ETA; GJ(1)=TTA
EF(NS)=KSB; EI(NS)=OMB; GF(NS)=ETB; GJ(NS)=TTB
-----
PRINT '(1X,10E10.3)',(EF(I),I=1,NM)
PRINT '(1X,10E10.3)',(EI(I),I=1,NM)
PRINT '(1X,10E10.3)',(GF(I),I=1,NM)
PRINT '(1X,10E10.3)',(GJ(I),I=1,NM)
PAUSE
-----
| СОСРЕДОТОЧЕННЫЕ И ИНЕРЦИОННЫЕ МАССЫ
MM(1,1)=QXF; MM(2,2)=QMYF*FI; MM(3,3)=QZF; MM(4,4)=QMXF*TI
DO 222 I=5,NV-3,4
222 MM(I,I)=QX
DO 223 I=6,NV-2,4
223 MM(I,I)=QMY*FI
DO 224 I=7,NV-1,4
224 MM(I,I)=QZ
DO 226 I=8,NV,4
226 MM(I,I)=QMX*TI
PRINT '(1X,8E11.4)',(MM(I,I),I=1,NV)
PAUSE
-----
| ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ И ИМПУЛЬСЫ
SSS=1.0
DO 225 I=1,NV
225 SD(I)=0.0
PD(I)=0.0
-----
| НАЧАЛЬНЫЕ СКОРОСТИ, УСКОРЕНИЯ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ
DO 23 I=1,NV
23 V0(I)=0.0
Z0(I)=0.0
U0(I)=0.0
-----
| ТРЕУГОЛЬНЫЙ ЗАКОН ДЕЙСТВИЯ ИМПУЛЬСА
DO 229 I=3,NV-1,4
229 XS=((I-3)/4)*H0
SD(I)=SSS*(XS/LZ)
DO 32 I=3,NV-1,4
32 V0(I)=S0*SD(I)/MM(I,I)
PRINT '(1X,10E10.4)',(V0(I),I=3,NV-1,4)
PAUSE
-----
| ЧАСТОТЫ И ПЕРИОДЫ КОНСОЛЬНОГО СТЕРЖНЯ
OM1Y=1.8751**2*SQRT(EIV/M0)/LZ**2
OM2Y=4.6941**2*SQRT(EIV/M0)/LZ**2
OM1Z=1.8751**2*SQRT(EIZ/M0)/LZ**2
OM1K=PI*SQRT(GU*9.81/GK)/(2*LZ)
OM1P=PI*SQRT(EU*9.81/GK)/(2*LZ)
T1Y=2.*PI/OM1Y; T1Z=2.*PI/OM1Z
T1K=2.*PI/OM1K; T1P=2.*PI/OM1P
-----
| КОЭФФИЦИЕНТЫ АППРОКСИМАЦИЙ
AL1=4; AL2=4; AL3=1; BT1=2; BT2=1; BT3=0;
A01=AL1/DT**2; A02=AL2/DT; A03=AL3;
B01=BT1/DT; B02=BT2; B03=DT*BT3
-----
| ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ A
DO 40 I=1,NV
DO 40 J=1,NC
40 AK(I,J)=0
-----

```

```

DO 41 I=1,NV-3,4
J=I
K=J+4
AK(I,J)=-1
41 AK(I,K)=1
-----
DO 42 I=2,NV-2,4
J=I
K1=J+4
N=J+1
K2=J+5
AK(I,J)=1
AK(I,K1)=-1
AK(I,N)=AO
42 AK(I,K2)=BO
-----
DO 43 I=3,NV-1,4
J=I
K=J+4
AK(I,J)=-1
43 AK(I,K)=1
-----
DO 46 I=4,NV,4
J=I
K=J+4
N=J-1
K1=J+3
AK(I,J)=-1
AK(I,K)=1
AK(I,N)=EE1
46 AK(I,K1)=-EE1
-----
AK(2,3)=0;AK(NV-2,NC-1)=0
-----
ФОРМИРОВАНИЕ ТРАНСПОНИРОВАННОЙ МАТРИЦЫ
DO 44 I=1,NV
DO 44 J=1,NC
44 AKT(J,I)=AK(I,J)
-----
ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ ВНУТРЕННЕЙ ЖЕСТКОСТИ С
DO 45 I=1,NC
DO 45 J=1,NC
45 CG(I,J)=0.0
-----
DO 47 I=1,NC-3,4
J=(I+3)/4
47 CG(I,I)=EF(J)
-----
DO 48 I=2,NC-2,4
J=(I+2)/4
48 CG(I,I)=EI(J)
-----
DO 49 I=3,NC-1,4
J=(I+1)/4
49 CG(I,I)=GF(J)
-----
DO 51 I=4,NC,4
J=I/4
51 CG(I,I)=GJ(J)
-----
PRINT '(1X,8E10.3)',(CG(I,I),I=1,NC)
PAUSE
-----
ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ ЖЕСТКОСТИ
CALL SR(AC,AK,CG,NV,NC,NC)
CALL SR(MK,AC,AKT,NV,NC,NV)
DO 60 I=1,NV
DO 60 J=1,NV
60 MK1(I,J)=MK(I,J)
-----
KSI=0.05;KSIO=0.1 !КОЭФФИЦИЕНТЫ ЗАТУХАНИЯ

```

```

| КОЭФФИЦИЕНТЫ ЗАТУХАНИЯ
| BT1=E0*G1/(OM1Y+OM2Y); BT2=BT1*OM1Y*OM2Y
| PRINT '(2X, 2E10.4)', BT1, BT2
| PAUSE
|-----
| BT1=0.85; BT1=0.0;
| BT2=0.0
|-----
| МАТРИЦА ЗАТУХАНИЯ
| DO 13 I=1, NV
| DO 13 J=1, NV
13 | MD(I, J)=BT1*MM(I, J)+BT2*MK1(I, J)
|-----
| ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЖЕСТКОСТИ
| DO 12 I=1, NV
| DO 12 J=1, NV
12 | MKD(I, J)=MK1(I, J)+A01*MM(I, J)+B01*MD(I, J)
|-----
| КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ
| DO 16 I=1, NV
| DO 16 J=1, NV
16 | MB(I, J)=MKD(I, J)/MKD(I, I)
| DO 31 I=1, NV
31 | MB(I, I)=0.0
|-----
| TPD=0.38; TPD=0.3; TPD=0.35 | ПЕРИОД МОДЕЛИ А
| TPD=0.42; TPD=0.46; | ПЕРИОД МОДЕЛИ В
| TPD=2.42; TPD=2.0; TPD=1.35; TPD=0.6 | ПЕРИОД МОДЕЛИ LRB(6)
| PD0=1; TETA=2*PI/TPD
|-----
| Печать заголовки вывода результатов
| WRITE(*, 8)
8 | FORMAT(T3, 120('-')/T20,
| *'REZULTATI DINAMICHESKOGO RASCHETA BALKI'/T3, 120('-')/
| *T25, 'UGLI POVOROTOV I PROGIBI'/T3, 120('-')/T7, 'Z1'T18,
| *'Z3'T29, 'Z6'T39, 'Z8'T49, 'Z9'T59, 'Z15'T69, 'Z14/MC'/
| *T3, 120('-')/T7, 'KT'T16,
| *'TV'T28, 'Z6'T39, 'Z8'T49, 'Z9'T59, 'Z15'T69, 'Z14/MC'
| */T3, 120('-'))
| PRINT '(2X, I5, 2X, 11E11.4)', KT0, (UP00(J), J=1, 10)
|-----
3 | CONTINUE
| ПРАВАЯ ЧАСТЬ ОТ ДЕЙСТВИЯ ГАРМОНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ В 4-Х НАПРАВЛЕНИЯХ
| PD(NV-3)=DP*PD0*SIN(TETA*KT*DT)/MKD(NV-3, NV-3)
| PD(NV-2)=DP*PD0*SIN(TETA*KT*DT)/MKD(NV-2, NV-2)
| PD(NV-1)=DP*PD0*SIN(TETA*KT*DT)/MKD(NV-1, NV-1)
| PD(NV)=DP*PD0*SIN(TETA*KT*DT)/MKD(NV, NV)
|-----
| ZA=ZA2*U002(KT) | GROUND ACCELERATION EL SENTRO
|-----
| ПРАВАЯ ЧАСТЬ ОТ ДЕЙСТВИЯ АКСЕЛЕРОГРАММЫ ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ НАПРАВЛЕНИЮ
| DO 215 I=1, NV-3, 4
215 | AA(I)=UX1*MM(I, I)*(0.3*ZA+U1(1))/MKD(I, I)
| DO 216 I=2, NV-2, 4
216 | AA(I)=FY1*MM(I, I)*(0.2*ZA+U1(2))/MKD(I, I)
| DO 214 I=3, NV-1, 4
214 | AA(I)=WZ1*MM(I, I)*(ZA+U1(3))/MKD(I, I)
| DO 217 I=4, NV, 4
217 | AA(I)=FX1*MM(I, I)*(0.01*ZA+U1(4))/MKD(I, I)
| AA(1)=MM(1, 1)*ZA/MKD(1, 1)
|-----
| ПРИВЕДЕННЫЕ ВЕКТОРЫ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ
30 | DO 24 I=1, NV
| SK(I)=(B01*W0(I)+B02*V0(I)+B03*U0(I))/MKD(I, I)
24 | US(I)=(A01*W0(I)+A02*V0(I)+A03*U0(I))/MKD(I, I)
|-----
| ИТЕРАЦИОННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ
| DO 100 I=2, NV-1
100 | BC(I)=MM(I, I)*US(I)+MD(I, I-1)*SK(I-1)+MD(I, I)*SK(I)+
| *MD(I, I+1)*SK(I+1)-AA(I)+PD(I) | Вектор правой части
|-----

```

```

BC(1)=MM(1,1)*US(1)+MD(1,1)*SK(1)+MD(1,2)*SK(2)-AA(1)+PD(1)
BC(NV)=MM(NV,NV)*US(NV)+MD(NV,NV-1)*SK(NV-1)+
*MD(NV,NV)*SK(NV)-AA(NV)+PD(NV)
260 DO 250 I=1,NV
W1(I)=0
DO 102 J=1,NV
102 W1(I)=W1(I)-MB(I,J)*W1(J)
250 W1(I)=W1(I)+BC(I)
! Приращение шага итерации и условия продолжения цикла
KI=KI+1
IF(KI-KI1)260,260,300
! ПЕЧАТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОСЛЕ ПЕРВОГО ЦИКЛА ИТЕРАЦИИ
301 PRINT '(2X,I4,2X,10E11.4)',KT,KT*DT,(W1(J),J=1,5)
300 IF(KI-KI2)260,5,5
5 CONTINUE
! ВЫЧИСЛЕНИЕ РЕАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ
DO 27 I=1,NV
U1(I)=A01*(W1(I)-W0(I))-A02*V0(I)-A03*U0(I) !УСКОРЕНИЕ
27 V1(I)=B01*(W1(I)-W0(I))-B02*V0(I)-B03*U0(I) !СКОРОСТЬ
! ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЕКТОРА ПЕРЕМЕЩЕНИЙ
DO 50 I=1,NV
50 W2(I,1)=W1(I)
DO 218 I=1,NV
218 WP(I)=W1(I)*1000
! СОСТАВЛЯЮЩИЕ ВЕКТОРА ПЕРЕМЕЩЕНИЙ
DO 1011 I=1,NM
J=4*I-3
1011 UX(I)=W1(J)
DO 1012 I=1,NM
J=4*I-2
1012 FIY(I)=W1(J)
DO 1013 I=1,NM
J=4*I-1
1013 WZ(I)=W1(J)
DO 1014 I=1,NM
J=4*I
1014 FIX(I)=W1(J)
! ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕКТОРА ДЕФОРМАЦИЙ
CALL SR(DF,AKT,W2,NC,NV,1)
DO 55 I=1,NC
55 DF(I,1)=-DF(I,1)
! ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕКТОРА ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ
CALL SR(PS,CG,DF,NC,NC,1)
DO 420 I=1,NV
USP(I)=U1(I)+ZA !ПОЛНОЕ УСКОРЕНИЕ
BTA(I)=USP(I)/A00 !КОЭФФИЦИЕНТ ДИНАМИЧНОСТИ
420 SS(I)=MM(I,I)*USP(I) !ИНЕРЦИОННЫЕ СИЛЫ
QQ0=0
DO 460 I=1,NM
460 QQ0=QQ0+SS(I) !СДВИГАЮЩАЯ СИЛА В ОСНОВАНИИ ЗДАНИЯ
MM0=0
DO 470 I=1,NM
470 MM0=MM0+SS(I)*(I-1)*H0 !ОПРОКИДЫВАЮЩИЙ МОМЕНТ В ОСНОВАНИИ ЗДАНИЯ
TV=KT*DT

```

```

PRINT '(2X,I5,2X,11E11.4)',KT,TV,W1(2),W1(38)*1E4,W1(4),W1(40)*1E7
PRINT '(2X,I5,2X,11E11.4)',KT,TV,UX(10),FIY(10)*180/PI,WZ(10),
*FIX(10)*180/PI,USP(40),USP(39),USP(38),USP(37)
-----
PRINT '(2X,I5,2X,11E11.4)',KT,TV,W1(3),W1(39)*1000,PS(1,1),
*PS(2,1),PS(3,1),PS(4,1),PS(41,1),PS(42,1),PS(43,1),PS(44,1)
-----
KT=KT+1
KI=1
-----
DO 29 I=1,N
W0(I)=W1(I)
U0(I)=U1(I)
V0(I)=V1(I)
29
-----
IF(KT-KTD)3,3,4
4
STOP
END

```

ПОДПРОГРАММА ЗАДАНИЯ НАЧАЛЬНЫХ ДАННЫХ

```

BLOCK DATA
COMMON/AKS1/ Y001(1560)
DATA Y001/0.0,
*0.00630,0.00364,0.00099,0.00428,0.00758,0.01087,0.00682,0.00277,
*-0.00128,0.00368,0.00864,0.01360,0.00727,0.00094,0.00420,0.00221,
*0.00021,0.00444,0.00867,0.01290,0.01713,-0.00343,-0.02400,
*-0.00992,
*0.00416,0.00528,0.01653,0.02779,0.03904,0.02449,0.00995,0.00961,
*0.00926,0.00892,-0.00486,-0.01864,-0.03242,-0.03365,-0.05723,
*-0.04534,
*-0.03346,-0.03201,-0.03056,-0.02911,-0.02766,-0.04116,
*-0.05466,-0.06816,

```

.....